الدارات الكهربائية
ELECTRICAL CIRCUITS

د. رعد حمدان ظاهر
دكتوراه في الهندسة الإلكترونية والاتصالات



بسم الله الرحمن الرحيم

الدارات الكهربائية

ELECTRICAL CIRCUITS

الدارات الكهربائية
ELECTRICAL CIRCUITS

د. رعد حمدان ظاهر
دكتوراه في الهندسة الإلكترونية والاتصالات



الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿رَبنَا هَبْ لَنَا مِنْ أزوَاجِنَا وَ ذُريَاتِنَا قُرَةَ أعيُنٍ وَ اجعَلنَا لِلمُتَقِينَ إمَاماً﴾

[الفرقان اية 74]

إلى زوجتي .... و أولادي حباً و احتراماً و اعتزازاً

الفهرس

الفصل الثاني

المقاومة الشغل والقدرة

الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

الفصل الخامس

السعة

المقدمة

تعتبر الدارات الكهربائية حجر الاساس لعلم الهندسة الكهربائية والهندسة الالكترونية وهندسة الاتصالات وهندسة الحاسوب وهناك نوعان من الدارات الكهربائية وهي الدارات الكهربائية للتيار المستمر والدارات الكهربائية للتيار المتناوب ويتناول هذا الكتاب المواضيع المهمة والشاملة للدارات الكهربائية من الاسس العلمية البسيطة الى استجابة الدارات الكهربائية للاشارات المتناوبة . ويتكون هذا الكتاب من عشرة فصول حيث تطرقنا في الفصل الاول عن نظرية اشباه الموصلات والتيار الكهربائي والفولتية ومصادر الفولتية ويحتوي الفصل الثاني على تعريف المقاومة والشغل والقدرة اما ربط هذه المقاومات على التوالي وكذلك الربط على التوازي والربط المختلط (توالي - توازي او توازي - توالي) فهو موضوع الفصل الثالث . ويتطرق الفصل الرابع الى نظريات الشبكات الكهربائية التي تنطبق على حد سواء لدارات التيار المستمر و دارات التيار المتناوب وهي من المواضيع المهمة في الدارات الكهربائية حيث بواسطتها يمكن تبسيط الشبكات الكهربائية المعقدة الى شبكات بسيطة وكذلك يمكن حساب التيار او الجهد او القدرة في اي فرع من فروع الشبكة . وتطرقنا في الفصل الخامس الى المتسعات وسلوكها في دارات التيار المستمر وكذلك ربط المتسعات على التوالي والتوازي والربط المختلف كما تطرق الفصل السادس الى المحاثات (inductance) وكذلك ربط المحاثات على التوالي والتوازي وسلوكها في دارات التيار المستمر . ويتطرق الفصل السابع الى العابرات المتناوبة وايجاد المعادلات التفاضلية الخاصة بها وحلها ودراسة استجابة هذه الدارات للاشارات المختلفة (مربعة ، جيبية) وغيرها كما يتطرق الفصل الثامن الى تحليل الحالة المستقرة للدارات الكهربائية (steady state analysis) ...... وتضمن الفصل التاسع شرح مفصل للاستجابة الترددية للدارات الكهربائية (Frequency Response) ومخططات

يم (Bode plots) لها والرنين في الدارات الكهربائية بنوعيه رنين التوالي ورنين التوازي

اما الفصل العاشر فقد تضمن وصف للشبكات ذات مطلبين (two port networks) وطرق التعبير عن بارمترات الدارة المختلفة والعلاقة بين هذه البارمترات لما لهذا الموضوع من اهمية في تحليل الدارات الكهربائية والالكترونية ..... ونود ان نبين هنا ان كافة فصول الكتاب تتضمن امثلة توضيحية محلولة وكذلك اسئلة التمرين في نهاية كل فصل

نرجو ان نكون قد وفقنا في تقديم هذا الكتاب باسلوب مبسط ومفهوم لكل الدارسين والمختصين في الهندسة الكهربائية والالكترونية وهندسة الحاسوب .. ولايفوتنا ان نشكر كل من ساهم في اعداد هذا الكتاب بشكله النهائي .... وارجو من القارئ الكريم تزويدنا بملاحظاته ومقترحاته لكي يتم اخذها بنظر الاعتبار عند تنقيح الكتاب

والله ولي التوفيق !!!

المؤلف

الفصل الأول

التيار و الفولتية، الموصلات، العوازل، أشباه الموصلات، ومصادر الجهد

الفصل الأول

التيار و الفولتية، الموصلات، العوازل، أشباه الموصلات، مصادر الجهد

The Current And Voltage, Conductors, Insulators, Semiconductors, And Voltage Sources.

المقدمة: Introduction

إن مقاييسنا المحددة للمجتمع التكنولوجي الراهن الذي نعيش فيه تعتمد بشكل كبير على وجود مصدر للطاقة بكافة أشكالها وفير ومناسب بشكل اقتصادي وكذلك على سهولة تحويلها من شكل إلى آخر.

نحتاج الطاقة للتسخين و للتبريد ولإنارة منازلنا، ولإدارة محركات سياراتنا ولتشغيل الآلات الصناعية، ولتشغيل كثير من الأجهزة المنزلية الموجودة. حتى الآن معظم الطاقة ناتجة من احتراق الوقود الحفري مثل (البنزين، الغاز الطبيعي، الفحم، ....الخ). إن التزايد السريع في تكلفة الحصول على الطاقة بطريقة تقليل إحتياطي مصادر الطاقة الغير متجددة تعتبر تهديد كبير لنمط حياتنا الحالية. نأمل أن نكون قادرين على التقليل من هذا الخطر عن طريق الحرص الشديد في استخداماتنا لمصادر الطاقة الثمينة هذه.

تعتبر الكهرباء أحد أشكال الطاقة والتي كانت ليست أكثر من أعجوبة علمية في القرن التاسع عشر. لكن عندما وجد الإنسان الطريقة لتحويل كميات من الطاقة الطبيعية الضخمة إلى شكل كهربائي ومن ثم تحويلها إلى حرارة، ضوء، حركة، أو إلى أشكال أخرى من الطاقة، أصبحت الكهرباء أساس التكنولوجيا الحديثة.

إن الميزة الأكثر أهمية هي السهولة والدقة التي تمكننا من التحكم بالطاقة الكهربائية.

بالإضافة لذلك فإن الفائدة لتصميم الأنظمة الإلكترونية والكهربائية لما لها من أهمية في الفروع الهندسية المختلفة لكي تكون القدرة على استخدام هذه الأنظمة بشكل فعال. لذلك يجب أولاً أن نتعرف على القواعد الأساسية التي تتحكم في سلوك الدوائر الكهربائية.

عندما نفهم ذلك يجب أن نتعرف الدوائر الكهربائية بطبيعة التي عليها فإنه يمكننا أن نقوم بتطوير تقنيات لتحليل عمل الدوائر الكهربائية والإلكترونية العملية.

1.1 طبيعة الكهرباء The Nature Of Electricity

يوجد تحويلان للطاقة في الدائرة الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (1-1). الطاقة الكهربائية المختزنة في البطارية تتحول إلى طاقة كهربائية. هذه الطاقة تنتقل بواسطة زوج من موصلات النحاس الكهربائية إلى المصباح الذي بدوره يحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة ضوئية (والقليل من الحرارة). المفتاح الكهربائي في هذه الدائرة يسمح لنا بتشغيل وإيقاف تحويل الطاقة وذلك بإعاقة إرسال الطاقة الكهربائية من مصدر الطاقة إلى الحمل.

عندما نتكلم عن الدوائر الكهربائية فإننا نستخدم المصطلح العام الحمل (the load) للإشارة إلى أي جهاز يستقبل الطاقة الكهربائية ويحولها إلى شكل آخر من أشكال الطاقة. في مصطلحات الإلكترونيات الرقمية نستخدم مصطلح (SINK) لوصف الجهاز الذي يستنزف الطاقة من دائرة كهربائية. من هذه الملاحظات يجب أن تمتلك الموصلات النحاسية للدائرة الكهربائية خاصية تسمح للطاقة بأن تنتقل خلالها بصورة كهربائية.

إذا أردنا فهم سلوك الدوائر الكهربائية فإنه يجب علينا معرفة بعض الشيء عن طبيعة خاصية المادة الكهربائية. إننا متعودون التعامل مع خاصية مختلفة للمادة يطلق عليها الكتلة (mass). خاصية المادة الكتلية هذه تقودنا إلى فرع من فروع علم الفيزياء يطلق عليه علم الحركة (mechanics) والذي هو عبارة عن أساس للطاقة الحركية بكلا نوعيها الحركية والكامنة. لا يهمنا ماذا يوجد بين كتلتين ولكن أكثر اهتمامنا على قوة

الكتلة بين الكتلتين وتسمى القوة الجاذبية الأرضية (gravitational force) بين الكرة الأرضية وكتلة الأجسام التي تحملها والتي هي مسؤولة عما نسميه بوزن الأجسام.

مثلاً إذا أردنا دفع باب فإننا نحتاج إلى قوة حركية لإزاحة الكتلة. القوة الحركية التي تحرك الباب مثلاً، هذه القوة الداخلية يمكن أن تكون القوة التي تمنع الإنزلاق الذي يغلق الباب أو يمكن أن تكون قوة احتكاك مفاصل الباب. القوة التي نطلقها في هذا المثال تسمى بقوة الاحتكاك (contact force) لأنها لا تؤثر في المادة إلا إذا لامسته أو لمسها. من ناحية أخرى فإن قوة الجاذبية الأرضية ليست بقوة احتكاك. قوة الجاذبية الأرضية تستطيع التأثير على مسافة معتبرة. على سبيل المثال قوة الجاذبية الأرضية بين كتلة القمر وكتلة الأرض التي تتحكم في مدار القمر حول الأرض. القوة مثل قوة الجاذبية الأرضية والتي تؤثر على مسافة معينة بدون احتكاك تسمى بقوة المجال (field force).

إذا حملنا صندوق ثقيل في اتجاه معاكس لقوة الجاذبية الأرضية للأعلى فإننا سنستهلك كمية من الطاقة. إن تحويل الطاقة الكيميائية المخزونة في أنسجة العضلات إلى طاقة حركية والتي بدورها تحرك الكتلة باتجاه معاكس لاتجاه قوة الجاذبية الأرضية تسمى بالشغل (work).

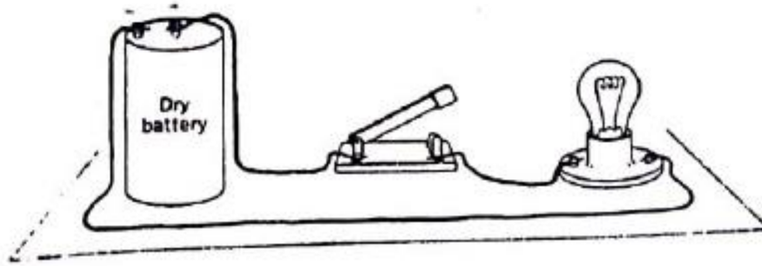
"الشغل: هو عبارة عن إنجاز حركة باتجاه معاكس لاتجاه عمل القوة التي تعمل على إعاقتها".

لأن الطاقة التي نحتاجها لإنجاز هذا الشغل موجودة قبل صعود السلّم فإن الطاقة من هذا الاتجاه هي عبارة عن القدرة على إنجاز الشغل.

هناك مفهوم أساسي يجب الإشارة إليه قبل البدء في التحقق من الخاصية الكهربائية للمادة، وهي نظرية حفظ الطاقة والتي تنص على "في أي نظام مغلق فإن المجموع الكلي للطاقة يبقى ثابت".

يمكن أن تحول الطاقة من شكل إلى آخر لكن المجموع الكلي بعد التحويل يجب أن يساوي بالضبط المجموع الكلي للطاقة الداخلة في عملية التحويل. لهذا فإن الطاقة والشغل لهما نفس وحدة القياس.

للبحث عن الخاصية الكهربائية للمادة التي سنسمح بإنجاز شغل مفيد في الدائرة الكهربائية الأساسية المبينة في الشكل (1-1)، فإنه يجب البحث عن قوة كهربائية وكذلك حركة جزيء تحت تأثير هذه القوة. ذرات المادة في حالتها الطبيعية متعادلة كهربائياً. لذلك لا نلاحظ بسرعة تأثير القوة الكهربائية عليها مثلما لاحظنا تأثير قوة الجاذبية الأرضية.

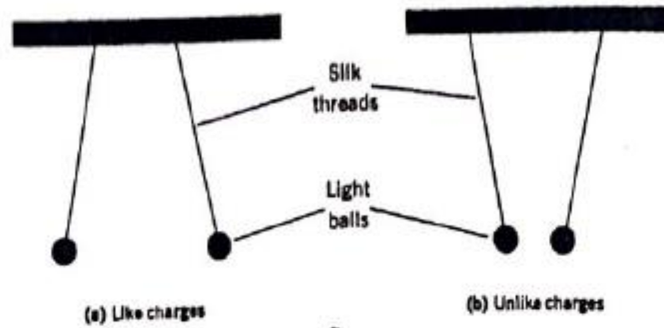


الشكل (1-1) تمثيل عملي للدائرة الكهربائية الأساسية

منذ 2500 سنة، طاليس ميليتوس احد أوائل الباحثين عن اكتشاف طرق تغيير التوازن الكهربائي الاعتيادي للمادة. أشار إلى انه عند دلك قطعة من الكهرمان امتلكت قدرة على جذب القطع الخفيفة من القش والغبار. منذ ذلك الحين وحتى القرن التاسع عشر حيث أجريت تجارب جادة لمحاولة تعلم طبيعة هذه القوة التي تجذب القش والغبار. يمكننا عمل تجربة مماثلة لتجربة طاليس بدلك قضيب من الزجاج بواسطة قماش من الكتان أو الحرير أو دلك قضيب من الإيبونايت بواسطة الفرو. هذه القضبان يمكنها بعد ذلك جذب قصاصات الورق في اتجاه عكس اتجاه الجاذبية الأرضية وهذا يعني أن هناك عمل ينجز وأن هناك طاقة تستهلك. إن دلك القضبان لابد وان زودها بشكل من أشكال الطاقة والتي لم تكن لتبدي عنه في حالتها الاعتيادية. يمكننا القول بأننا وضعنا شحنة كهربائية على القضيب، استخدام مصطلح الشحنة للدلالة على الطاقة المحملة له نفس المعنى الذي نتكلم به عن شحنة من الديناميت توضع في فوهة شق وذلك لعملية الانفجار.

يمكننا التحقق من تأثير القوة الناتجة من دلك قضيب الزجاج أو قضيب الإيبونايت وذلك باستخدام كرات خفيفة الوزن معلقة بحبال حريرية كما هو موضح

في الشكل (2-1)، يمكننا نقل جزء من الشحنة من قضيب الزجاج أو قضيب الإيبونايت إلى الكرات وذلك بملامستها بالقضيب المشحون، إذا لامسنا قضيب زجاجي مشحون بكلا الكرتين فإننا سنلاحظ بأنها تتنافر من بعضها البعض كما هو موضح في الشكل (1-2 a) و إذا لامسنا قضيب زجاجي مشحون بالكرة اليسرى وقضيب إيبونايت مشحون بالكرة اليمنى فسنلاحظ أن الكرتين تتجاذب مع بعضها البعض كما موضح في الشكل (1-2 b).



الشكل (2-1) الشحنات المتشابهة تتنافر، والشحنات المختلفة تتجاذب

من هذه الملاحظات يمكننا القول بان القوة بين الكرتين المشحونتين هي قوة المجال وذلك لان الكرتين غير متلامستان، وهذه القوة ليست قوة الجاذبية لان قوة الجاذبية هي دائماً قوة جذب ولاتكون إطلاقاً قوة تنافر. ثانياً القوة في القضيب الزجاجي مختلفة عن القوة في قضيب الإيبونايت وذلك لأننا أنتجنا قوة تنافر في احد المثالين وقوة جذب في المثال الأخر. الكرتان الموضحتان في الشكل (1-2 a) شحنتا بنفس القضيب الزجاجي لذلك فكلا الكرتان تمتلكان شحنات متشابهة.

بسبب عدم معرفة طبيعة هذه الشحنات بالضبط، فان علماء القرن الثامن عشر استطاعوا فقط الإطلاق على الشحنات الموضحة في الشكل (1-2 b) بأنها شحنات غير متشابهة وصرحوا بأن "الشحنات المتشابه تنافر والشحنات المختلفة تجاذب".

أما الآن فإننا نفرق بين النوعين المختلفين للشحنة الكهربائية باستخدام المصطلحين شحنة موجبة وشحنة سالبة، وأول من أطلق هاتين التسميتين هو بنجامين فرانكلين.

باستخدام إصدار أكثر دقة للجهاز الموضح في الشكل (1-2) فان الفيزيائي الفرنسي "كارلوس أوغستين كولوم" كان قادراً لتوضيح (بان القدرة بين جسمين مشحونين كهربائياً تتناسب طردياً مع حاصل ضرب قيمتا الشحنتين وعكسياً مع مربع المسافة بينهما). يمكننا عرض هذه العلاقة بصورة أكثر وضوحاً بكتابة معادلة رياضية تمثل الكميات المختلفة الموجودة في القانون السابق باستخدام رموز ثابتة. وعليه فان قانون كولوم يصبح كالتالي :

$$F = \frac{KQ_1Q_2}{S^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1\text{-}1)$$

حيث F هي القوة بين الجسمين المشحونين كهربائياً، Q_1Q_2 هما الشحنتين الكهربائيتين للجسمين على التوالي، S المسافة بين الجسمين المشحونين، K ثابت عددي الذي يجعل المعادلة متوازنة مع الوحدات المستخدمة للكميات الأخرى.

إن خاصية المادة التي تسمح للأجسام بان تصبح مشحونة كهربائياً بقيت لغزاً على مدى قرنين من الزمن حتى لتجارب "لورد رذر فورد" على الإشعاعات والتي قادته إلى المفهوم المتعارف عليه الآن عن تركيب الذرة بأنها تحتوي على نواة تدور الالكترونات حولها بصورة مشابهه لكواكب نظامنا الشمسي التي تتبع مدارات حول الشمس.

من دراسة الكيمياء عرفنا بان كل المواد يمكن أن تشكل عن طريق اتحاد كيميائي من حوالي مئة عنصر معروف، كل عنصر من هذه العناصر يمتلك خصائصه المميزة له. منذ أكثر من ألفين سنة "democritus of thrace" اقترحوا بأننا إذا قسمنا عينة من عنصر ما إلى أجزاء اصغر فاصغر فإننا نصل إلى حد يكون من المستحيل عنده ان نواصل التقسيم بدون فقد الخصائص المميزة لذلك العنصر. أطلق Democritus على عينة العنصر القابلة للتقسيم هذه اسم ذرة.

نموذج "رذر فورد" عن الذرة بأنها تتكون من جزيئات ذرية صغيرة مترابطة مع بعضها البعض بقوة كهربائية، هذه الجزيئات متشابهة في كل العناصر. ذرات العنصر الواحد تختلف عن ذرات العناصر الأخرى في عدد و تركيب الجزيئات الذرية الصغيرة

في النموذج فقط، إذا استطعنا تحديد طبيعة هذه الجزيئات والقوة المؤثرة عليها في ذرة ما فإننا سنعرف بعض الشيء عن الخاصية الكهربائية للمادة.

1-2 الذرة: The Atom

إن سلوك الدوائر الكهربائية يعتمد على سلوك الالكترونات (the electrons) ، وهي الجزيئات الذرية الصغيرة التي تتنقل في المدارات الكوكبية حول النواة في ذرة ما، من الحركة المدارية للالكترونات في ذرة ما يمكننا استنتاج مميزات إلكترون كثيرة :

1. يجب أن يمتلك طاقة.
2. يظهر انه يمتلك كتلة تساوي كسور صغيرة من كتلة النواة التي يدور حولها.
3. يجب أن توجد قوة جذب بين الإلكترون والنواة لكي ينتقل في مدار منحني.

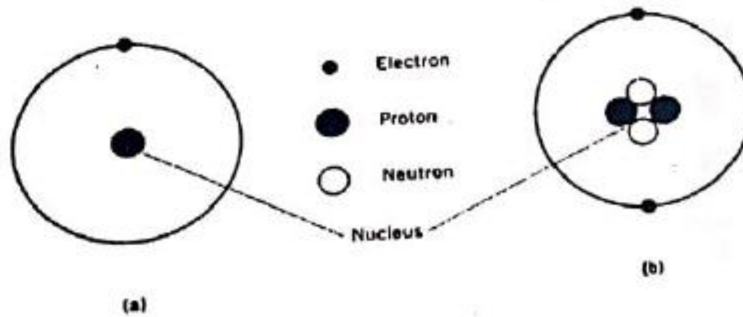
لا يوجد تشابه بين القوة التي تتحكم في مدارات الكواكب في النظام الشمسي والقوة بين الإلكترون والنواة والتي هي ليست قوة جذب أرضية تعتمد على الكتلة لأنه بإمكاننا أن نوضح بان الالكترونات تتنافر مع بعضها البعض، قوة الجذب بين الالكترونات المدارية والنواة في ذرة ما هي قوة كهربائية مشابهة لتلك الموضحة في الشكل (1-2 b).

لان النظرية الذرية لا تسمح بتقسيم الإلكترون إلى أجزاء، لذلك فان كل إلكترون يجب إن يمتلك كجزء من طبيعته وحدة شحنة كهربائية، الشحنة في كل الالكترونات متشابهة.

لكي نجد قوة الجذب الكهربائية بين الإلكترون والنواة، فان النواة يجب أن تحتوي على جزيئات ذات شحنة كهربائية معاكسة أو غير مشابهه لشحنة الإلكترون، هذه الجزيئات تسمى البروتونات (protons). باستخدام تسمية فرانكلين لتحديد الشحنات المتعاكسة للالكترونات والبروتونات، وجدنا أن الالكترونات تمتلك شحنة كهربائية سالبة والبروتونات تمتلك شحنة كهربائية موجبة. الشحنة في البروتون تساوي في المقدار شحنة الإلكترون. النواة في ذرة ما تحتوي على عدد من البروتونات يساوي عدد الالكترونات المدارية الموجودة في الذرة في حالتها الطبيعية. وبالنتيجة فان الشحنة الكلية لذرة كاملة في

حالتها الاعتيادية تساوي صفر وتكــون الـذرة في حالـة تعـادل كـهربائي. كتلـة البروتون تساوي 1837 مرة من كتلة الإلكترون.

الالكترونـات في أي ذرة متشـابهة. الـذرات في العنصـر الواحـد تختلـف عـن الذرات للعناصر الأخرى في عدد الالكترونات المدارية وعدد البروتونــات في النـواة. من الدلائل التجريبية يظهر بان اخف عنصر هو الهيدروجين لدية إلكترون واحد كما هو موضح في الشكل (1-3 a) . العنصر الأخف بعده هو الهليوم لديه إلكترونـان كما موضح في الشكل (1-3 b) . إذا رتبنا كل العناصر حسب زيادة الكتلة فان كل عنصـر يمتلك إلكترون زيادة عن العنصر الذي يسبقه مباشرة في القائمـة. فعلـى سـبيل المثـال اليورانيوم العنصر الثاني والتسعين في القائمة، ذرة اليورانيوم لديها 92 إلكـترون و 92 بروتون. بحساب الوزن الـذري للعنـاصر المختلفـة في القائمـة وجدنـا بـان كـل نـواة العناصر ما عداء الهيدروجين تمتلك جزيئات أثقل بقليل من البروتون. هذه الجزيئـات لا تتجاذب ولا تتنافر مع البروتونات أو الالكترونات، إنها متعادلة كهر بائيـا ويطلـق عليها النيوترونات (neutrons).

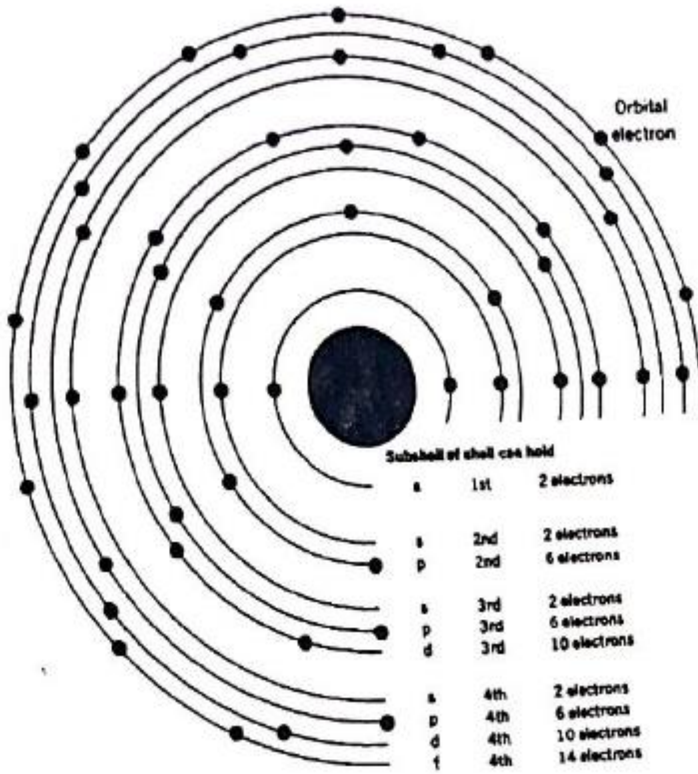


الشكل (3-1) النموذج الذري (a) ذرة الهيدروجين . (b) ذرة الهليوم.

بسـبب وجـود قـوة الجـذب بـين أي إلكـترون مـداري والنـواة،فلكـي يحـافظ الإلكترون على مدار معين يجب أن يتحرك بسرعة في المـدار الـذي يقـوم بإنتـاج قـوة طاردة لازمة لتوازن هذا الجذب. ولان الإلكـترون لديـه كتلـة معينـة فـان الإلكـترون المتحرك يجب أن يمتلك طاقة حركية تتناسب مع كتلته ومربع سرعته ($W = \frac{1}{2}mv^2$).

وعليه لكي يحتل مدار معين، فان أي إلكترون يجب ان يمتلك كمية محددة من الطاقــة، يمكننا مناقشة مدارات الإلكترونات باستخدام مصطلحات مستويات الطاقة للالكترونات فيها، لزيادة نصف قطر مدار إلكترون ما فان الإلكترون يجب أن يكتسب طاقة كامنة إضافية ليتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه قوة الجذب بين الإلكترون والنواة، لذلك اقل مستوى طاقة في ذرة ما هو المدار الالكتروني القريب من النواة.

الالكترونات تتصرف في بعض الأحيان كانها موجات الكترومغناطيسية افضل من كونها جزيئات، لكي تتصرف بهذا الأسلوب فان المدارات التي تحرك على طولها الالكترونات يجب أن تكون عدد صحيح من الأطوال الموجية، من اجل طول موجي معين، فان أنصاف أقطار معينة فقط ستسمح لمحيطات الدوائر بتحقق هذا الشرط. لذلك فان الالكترونات في ذرة ما تستطيع الظهور فقط في مستويات طاقة محددة ومعينة. الفراغ بين مستويات الطاقة شبيه بعملية فهرسة الخصائص الكيميائية للعناصر المختلفة. من المتعارف عليه تجزئة عدد من مستويات الطاقة المتقاربة التي تفصلها فراغات إلى مجموعات تتكون من أغلفة إلكترونية وأغلفه الكترونية فرعية كما هو موضح في الشكل (4-1). الفراغ في أي مستوى طاقة بين غلاف ما والذي يليه اكبر بكثير من الغلاف بين مستويات الطاقة في أي غلاف.



الشكل (1-4) موقع الإلكترونات في المستويات الأربعة الأولى للطاقة في الذرة.

الحد الأعلى لعدد الالكترونات التي يمكن أن يحتويها كل مستوى طاقة او غلاف فرعي هو نفسه في كل الذرات، الغلاف الأول يستطيع أن يحتوي إلكترونان فقط، والغلاف الثاني يحتوي على ثمانية الكترونات، والثالث يحتوي على ثمانية عشر إلكتروناً وهكذا حتى الغلاف السابع عشر للذرات الثقيلة. الغلاف الداخلي الأقرب للنواة هو اقل مستوى طاقة، الأغلفة تبدأ في الامتلاء تصاعدياً من النواة حسب زيادة العدد الذري للعنصر، لهذا لا تستطيع الالكترونات الظهور في الغلاف الثاني حتى يمتلك الغلاف الأول الحد الأعلى من الالكترونات الخاص به وهو إلكترونان، وكذلك لن يظهر أي إلكترون في الغلاف الثالث حتى يمتلك الغلاف الثاني ثمانية الكترونات، بعد أن يمتلىء الغلافان الفرعيان الداخليان للغلاف الثالث فانه إما أن يظهر إلكترون أو إلكترونان في الغلاف الرابع قبل أن يكتسب الغلاف الفرعي الخارجي للغلاف الثالث أي إلكترون. الاختلافات من هذا النوع تصبح أكثر تشابكاً في المستويات الرابع والخامس والسادس. بالرغم من هذا فانه يتبع نموذج محدد.

من اجل بحثنا في خاصية المادة الكهربائية فإننا لمحتاج فقط ان نأخذ بعين الاعتبار تلك الالكترونات في مستوى الطاقة الأعلى في التركيب الغلافي لذرة معينة، هذه الالكترونات تسمى بالكترونات التكافؤ (valence electrons). بإضافة كمية صغيرة من الطاقة لالكترونات التكافؤ في ذرة ما يكون من السهل زيادة نصف قطر مداراتها وبذلك تستطيع الإفلات من قوة جذب النواة. عند إزالة الكترونات التكافؤ من ذرة ما فان الذرة تحتوي على عدد من البروتونات أكثر من عدد الالكترونات. وبالتالي لا تكون متعادلة كهربائياً ولكنها تبدي شحنة موجبة.

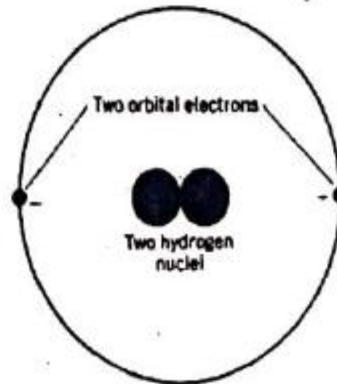
من السهل أيضاً إضافة إلكترون إلى مستوى تكافؤ فرعي في ذرة ما، مثل هذه الذرات تبدي شحنة سالبة. في القسم (1-3)، سوف نكتشف كيف تزود الطاقة اللازمة لإعادة توزيع الكترونات التكافؤ بواسطة التفاعل الكيميائي،ونستطيع أيضاً في بعض الحالات تزويد الطاقة اللازمة لذلك باستخدام الاحتكاك. من هذا فان الكرة اليسرى في الشكل (1-2 b) تعطي شحنة موجبة وذلك بإزالة بعض الالكترونات من ذراتها، الكرة اليمنى تعطي شحنة سالبة وذلك بإضافة الكترونات إلى ذراتها المتعادلة اعتيادياً.

1-3 اتحاد الذرات: Combination Of Atoms

إن عدد الكترونات التكافؤ الذي تمتلكه ذرة عنصر معين يتحكم في الطريقة التي تتركب بها الذرات كيميائياً لتكوين جزيء مستقر، تكون الذرة في حالتها الأكثر إستقراراً عندما يكون عدد الالكترونات المرتبطة بكل نواة في جزيء ما يملأ بالضبط غلاف فرعي في التركيب المداري. عناصر مثل الهليوم بإلكتروناه المداريان وعنصر النيون ذو الالكترونات العشرة لا تظهر ميلاً لتتحد كيميائياً مع العناصر الأخرى لأنها تمتلك أغلفة ممتلئة كاملاً، لذلك فان الهليوم والنيون غازات خاملة (inert gases)، ومع ذلك توجد عناصر كثيرة ذراتها تمتلك إما الكترونات قليلة اقل من العدد اللازم لاكتمال غلاف فرعي أو تمتلك عدد قليل من الالكترونات زيادة عن العدد اللازم لاكتمال مستوى فرعي، هذه الذرات تميل إلى الاتحاد في مركبات كيميائية بطريقة تسمح لكل الذرات في جزيء ما من جزيئات المركب بان تمتلك أغلفة فرعية ممتلئة. توجد ثلاثة أنواع من الروابط الذرية التي تستطيع تحقيق هذه المتطلبات.

كلوريد الصوديوم (ملح معروف) مثال من احد أشكال الربط الذري، ذرة الصوديوم لها احد عشر إلكتروناً، الغلافان الأوليان من هذه الذرة تملأ كاملاً ويبقى إلكترون واحد في الغلاف الثالث. ذرات الكلور تمتلك سبعة عشر إلكتروناً، اقل بواحد من اكتمال مستوى فرعي، عند الاتحاد فان ذرة الصوديوم تعطي الكترون التكافؤ إلى ذرة الكلور لذلك فان كلا الذرتين تمتلك اغلفة ذرية ممتلئة كاملاً، لان ذرة الصوديوم فقدت إلكترون فإنها غير متعادلة كهربائياً. إن الذرة التي فقدت أو اكتسبت إلكترونان لا تمتلك نفس الخواص الكيميائية مثل الذرة المتعادلة لذلك يطلق عليها ايون (ion)، عندما تفقد ذرة الصوديوم إلكترون فان شحنة نواتها الموجبة تكون هي المسيطرة و تكون ايون صوديوم موجب، نفس الحالة تطبق على ذرة الكلور التي أصبحت ايون كلور سالب. إن قوة الجذب بين شحنتي ايوني الصوديوم و الكلور الغير متشابهة تربطهما مع بعض لتكوين جزيء مستقر من كلوريد الصوديوم.هذا النوع من الارتباط يسمى رابطة أيونية (ionic bonding).

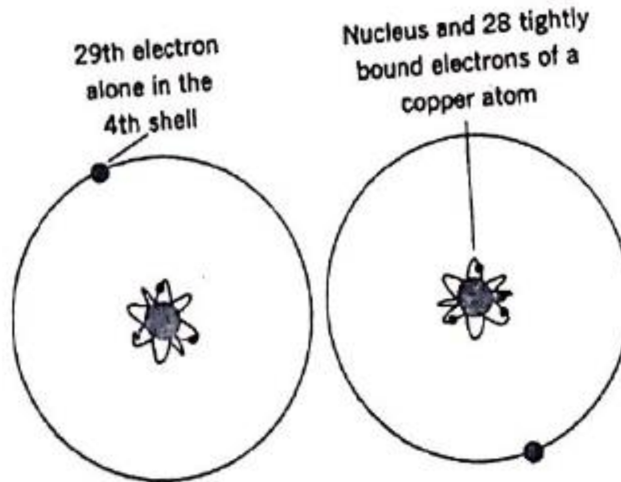
الهيدروجين يمتلك إلكترون واحد فقط وهو عنصر نشط جدا، إذا لم يستطع ان يكتسب إلكترون لكي يوفر إلكترونان لغلافه الأول فانه يعطي الإلكترون الذي يمتلكه. وبالنتيجة الكثير من المركبات الأيونية تحتوي على أيون هيدروجين موجب، و لجزى الهيدروجين لتكوين جزيء مستقر من غاز الهيدروجين النقي فان ذرتا هيدروجين تستطيع أن تتحد بطريقة بحيث تشتركان في



الشكل (5-1) النموذج الذري

إلكترون واحد كما هو متوقع في الشكل (1-5) .بالنتيجة كل ذرة هيدروجين في الجزيء تمتلك إلكترونان (غلاف أولي ممتلىء تماماً)،لذلك فالجزيء ككل متعادل كهربائياً، هذا الإلكترون المشترك يسمى رابطة تساهمية(covalent bonding).

ذرات مجموعة من العناصر تدعى بالفلزات ترتبط مع بعضها بواسطة نوع ثالث من الروابط، الفلزات التي تهمنا لديها إلكترون تكافؤ مفرد.على سبيل المثال ذرات النحاس تمتلك 29 إلكتروناً في مدارات حول كل نواة، بعد أن تمتلىء الأغلفة الثلاثة الأولى (2+8+18=28)، يبقى إلكترون ايوني واحد في الغلاف الرابع، ولان ذرة النحاس ستكون أكثر استقراراً بدون إلكترون التكافؤ هذا، فان قوة جذب صغيرة ضعيفة جداً يمكن أن تحمله وتضعه في مدار حول النواة (بصورة لا تشابه 28 إلكتروناً المرتبطة بإحكام التي تملأ الأغلفة الثلاثة الأولى)، وكنتيجة فان إلكترون التكافؤ دائماً يوجد لوحده في المنطقة التي تتوسط بين نواتين كما هو موضح في الشكل (1-6). في منطقة الجذب المتوازن هذه فان إلكترون إلتكافؤ يكون حراً لترك النواة الأم وان يتحرك إلى الغلاف الرابع للذرة المجاورة.



الشكل (1-6) النموذج الذري للذرتي نحاس متجاورتان

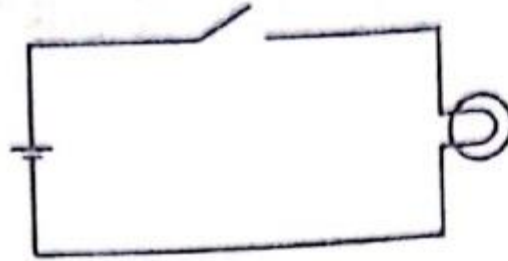
التأثير الكلي لالكترونات التكافؤ في فلز ما التي اصبحت حرة بان تتحرك من ذرة إلى أخرى، فانه شبيه بقطعة نحاس صلبة تكون الهيكل الفولاذي لناطحات السحاب تمر الريح من خلالها. تشير ذرات النحاس إلى الكتروناتها الذرية لتكوين

سحابة واسعة من الالكترونات الحرة، وبذلك تصبح ايونات نحاس موجبة مستقرة بوجود 28 إلكترون المدارية المرتبطة بإحكام،و لان ايونات الفلز الموجبة تتنافر مع بعضها البعض فإنها ستشغل موقع هندسي ثابت في السحابة الالكترونية وبذلك تعطي الجسم الفلزي شكله الخاص. الذرات تترابط مع بعضها البعض بواسطة قوة الجذب بين الايونات الفلزية الموجبة وسحابة الالكترونات العامة وتسمى بالرابطة الفلزية (المعدنية) (metallic bonding). بمعرفة كتلة ذرة نحاس مفردة يمكننا تقدير انه يوجد ($8.5*10^{22}$) من الالكترونات الحرة في سنتيمتر مكعب من النحاس تقريباً. إن الطريقة التي تتصرف بها المواد المختلفة في الدوائر الكهربائية تعتمد على أيٍّ من الأنواع الثلاثة من الروابط الذرية التي تضم الذرات مع بعضها البعض في كل جزيء. وعليه نستطيع الآن تحديد طبيعة الجزيئات التي تتدفق خلال الموصلات النحاسية للدائرة الكهربائية البسيطة الموضحة في الشكل (1-1)، مثل الرياح تماماً التي تجعل الهواء يتدفق خلال الهيكل الفولاذي للعمارة، يمكننا إجبار الالكترونات الحرة على التحرك خلال شبكة الايونات الفلزية الموجبة كما موضح في موصلات النحاس الصلبة، انسياب هذه الجزيئات المشحونة كهربائياً تحت تأثير قوة كهربائية يكوّن المتطلبات الضرورية لإرسال الطاقة بشكل كهربائي. إن انسياب الالكترونات الحرة في موصل كهربائي يمثل التيار الكهربائي (electric current) .

1-4 مخططات الدائرة: Circuit Diagrams

نستطيع أن نعرض التوصيل الحقيقي للمركبات المختلفة لدائرة كهربائية بشكل تخطيطي أوضح بكثير من الوصف العام، لذلك سنتبع التطبيق المعتاد في رسم مخطط الدائرة لكل دائرة كهربائية نناقشها، وكلما تقدمنا نحو دوائر أكثر تعقيداً، فان التمثيل المصور للشكل (1-1) سيمتلك محددات هامة لإبقاء مخططات الدائرة بسيطة وواضحة قدر الإمكان، نمثل العناصر المختلفة للدائرة باستخدام رموز بيانية قياسية أنفضل من استخدام مخططات تصويرية. بالرغم من وجود بعض الاختلافات في الرموز البيانية في الماضي، فان تلك الموضحة في الشكل (1-1) هي المقاييس المقبولة في الوقت الحاضر.

إن مخطط الدائرة للدائـرة الكهربائيـة الأساسـية في الشـكل (1-1) موضـح في الشـكل (1-7) .



الشكل (1-7) مخطط الدائرة للدائرة الكهربائية الأساسية.

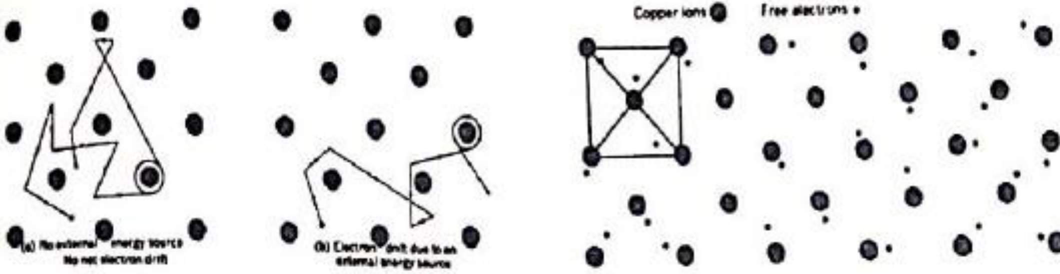
1-5 التيار الكهربائي: The Electric Current

في الجزء السابق اكتشفنا بان الطاقة تحمل في دائرة كهربائية بواسطة انسـياب جزيئـات مشحونة كهربائياً، واكتشفنا أيضاً بان ذرات الفلزات تتركب بطريقة بحيث تكون الكترونـاتـها التكافئية حرة للعمل كحاملات شحنة لنقل الطاقة. قبل أن نعبّر عن قيمـة التيـار الكـهربائي عددياً، سنقوم بأخذ نظرة عن قرب إلى طبيعة انسياب هذه الالكترونات.

في القسم (1-3) اشرنا إلى أن ذرات النحاس ترتِّـب نفسـها في تركيـب بلـوري، لذلك فان ايون النحاس الموجب يتركب من نواة و28 إلكترون مثبتة بإحكام موضوعة في شكل يسـمح للإلكـترون 29 أو إلكـترون التكـافؤ ليتحـرك حـراً مـن ذرة إلى ذرة أخرى. النموذج الشبكي للفلزات مثل النحـاس يكـون في شـكل مكعـب وايضـا في مركز كل وجه من الوجوه الستة للمكعب، الشكل (1-8) يعرض مقطع عرضي لمثـل هذا التركيب الشبكي مع وجود وحدة بلورية واحدة لتحديد الشكل الخارجي له.

بالرغم من وجود إلكترون حر لكل ايون نحاس، فان الشكل (1-9) يعرض احد هذه الالكترونات الحـرة فقـط، لذلـك يمكننـا رسـم مخطـط لحركتـه خـلال الـتركيب الشبكي. في قطعة من موصل نحاسي موضوعه على طاولة فان هـذا الإلكـترون الحـر يتحرك من ذرة إلى أخرى، اتجاهه عند أي لحظة يعتمد على جزيئات الطاقة العشـوائية التي يلتقطها خلال انتقاله من التنـافر مـن الالكترونـات الأخـرى،أو مـن جذبـه مـن

ايونات النحاس أو من الطاقة الحرارية التي تجعل الايونات تهتز من مواقعها الشبكية الثابتة. هذه الحركات العشوائية يزيد عن المتوسط خلال فترة من الزمن لذلك لا توجد حركة شبكة في أي اتجاه في الشكل (1-9 a).

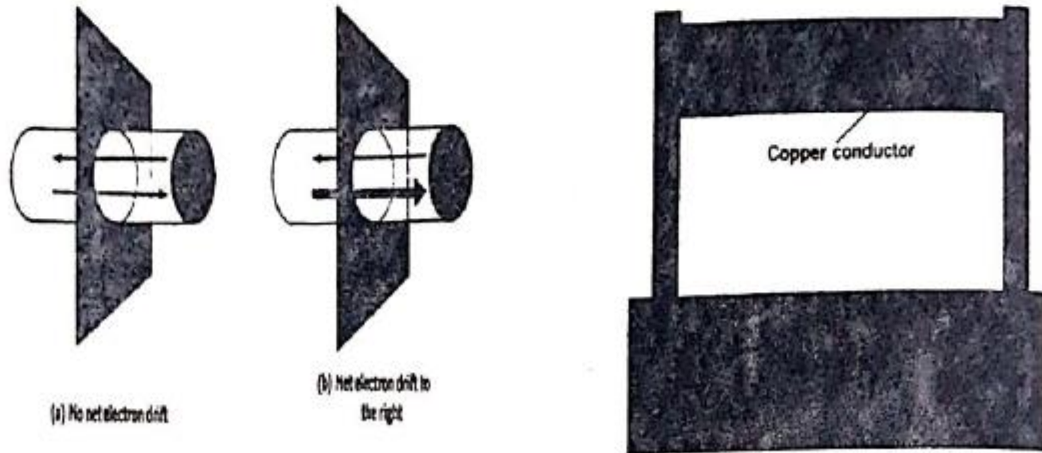


الشكل (8-1) مقطع عرضى لموصل نحاسى الشكل (9-1) الحركة العشوائية لإلكترون حر في موصل نحاسى

الشكل (1-9 b) يوضح نفس الموصل مربوط بدائرة كهربائية بحيث ينقل طاقة. البطارية في الدائرة الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (1-1) تمثل مصدر طاقة خارجي للالكترونات الحرة في الموصل. الطاقة التي تكتسبها الالكترونات من هذا المصدر الإضافي تزيد من تكدس الالكترونات الكلي إلى يمين الحركة العشوائية للالكترونات الحرة.

لإنتاج هذا التكدس الالكتروني، فان البطارية في الشكل (10-1) تضيف الكترونات زيادة عند النهاية اليسرى للموصل وفي نفس الوقت تزيل عدد مماثل من الالكترونات من النهاية اليمنى للموصل. عند الطاقة الكيميائية الزائدة فان البطارية قادرة على إبقاء فيضان الالكترونات (شبكة شحنة سالبة) عند نهايتها السالبة، ونقص الإلكترونات (شبكة شحنة موجبة) عند نهايتها الموجبة. كما اشرنا سابقاً، بان قوة تنافر كهرُبائية توجد بين شحنتين كهربائيتين متشابهتين، وقوة تجاذب كهربائية توجد بين شحنتين كهربائيتين مختلفتين. الالكترونات الحرة في الموصل تمتلك شحنات أولية سالبة، لذلك تنافر بواسطة الشحنة السالبة عند النهاية السالبة للبطارية و تجذب بواسطة الشحنة الموجبة عند النهاية الموجبة للبطارية. ولان هذه الالكترونات حرة الحركة من ذرة إلى أخرى في شبكة ايونات النحاس، فان النتيجة هي التكوم

الالكـتروني مـن اليسـار إلى اليمـين في الموصـل الموضـح في الشـكل (1-10). كمـا سنكتشف في القسم (1-9)، إن العمـل الكيميـائي في البطاريـة سيملأ تزويـد فيضـان الالكترونات عند النهاية السالبة بسرعة، مثلما الالكترونات الحرة في الموصل تنسـاب إلى النهاية الموجبة للبطارية.



الشكل (1-10) حركة إلكترون حر بعد تزويده بطاقة كهربائية من بطارية

الشكل (1-11) التأثير الكلي لحركة بلايين من الالكترونات الحرة

لتحديد الحركة الكليـة للالكترونـات الحـرة في موصـل كـهربائي، يمكننـا افـتراض مستوى تخيلي يقطع الموصل في اتجاه زوايا قائمة مـن طولـه كمـا هـو موضـح في الشـكل (1-11). إذا كنا قادرين على مشاهدة الالكترونات الحرة في انتقالها العشـوائي سنكتشـف إن بلايين من الالكترونات تعبر المستوى في كـلا الاتجـاهين خـلال فـترات زمنيـة معينـة. الشكل (1-11 b) يمثل الموصل الموضوع على طاولة بدون تزويده بمصـدر طاقـة خـارجي، في هذه الحالة عدد الالكترونات التي تعبر المستوى في اتجاه واحد خلال فـترة زمنيـة معينـة يساوي العدد الذي يعبر في الاتجاه المعاكس في نفس الفترة الزمنية. لذا لا يوجـد تـكـدس الكتروني، وأيضاً لا يوجد انتقال طاقة على طول الموصل، من هنا باستخدام التعريـف لا يوجـد تيـار كـهربائي. في الشـكل (1-11a) إن وجـود مصـــدر طاقــة خــارجي يجعــل الالكترونات تعبر المستوى التخيلي مـن اليسـار إلى اليمـين أكـثر مـن اليمـين إلى اليسـار،

وبالنتيجة يوجد تكدس الكتروني في اتجاه اليمين على طول الموصل، هذا هو تكدس حاملات الشحنة التي تكوّن التيار الكهربائي الذي يجب أن نكون قادرين على التعبير عنه بمصطلحات عددية.

"التيار الكهربائي هو سريان كلي لحاملات الشحنة الكهربائية التي تمر خلال نقطة في دائرة كهربائية في فترة زمنية معينة"

ولان الالكترونات لا يمكن تكوينها أو تدميرها، فإذا وجد انسياب لحاملات شحنة من مصدر طاقة إلى حمل في موصل كهربائي واحد في الدائرة الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (1-1) يجب علينا ربط موصل آخر إلى الدائرة، وبذلك فان عدد متساوي من الالكترونات يستطيع أن يدور من الحمل راجعاً إلى مصدر الطاقة. وبالنتيجة فان المصباح الكهربائي وأوتار الأجهزة لديها موصلين حاملين للتيار.

1-6 الكولوم: The Coulomb

كل إلكترون يمتلك كمية الشحنة الكهربائية الأولية نفسها، لذلك نستطيع التعبير عن التكدس الالكتروني في المستوى التخيلي الموضح في الشكل (1-11) إما باستخدام مصطلحات عدد الالكترونات أو باستخدام مصطلحات الشحنة الكهربائية الكلية التي يمتلكها هذا العدد من الالكترونات. الخطوة الأولى في التعبير عن التيار الكهربائي بالمصطلحات العددية هي القدرة على التعبير عن كمية الشحنة الكهربائية الكلية التي تمر في المستوى التخيلي للشكل (1-11).

إن كمية الشحنة الكهربائية الأولية التي يحملها الإلكترون صغيرة جداً للأغراض العملية. إن الوحدة العملية للتعبير عن كمية الشحنة الكهربائية يجب أن تمثل الشحنة المحمولة بواسطة بلايين من الالكترونات.

"الكولوم هو وحدة القياس العالمية لكمية الشحنة الكهربائية"

حدد الفيزيائيون مايلي :

"واحد كولوم يمثل كمية الشحنة الكهربائية التي يحملها $6.24*10^{18}$ إلكترون"

في لغة العلوم الصناعية، نستخدم المعادلات الجبرية لعرض التعاريف والمعلومات في شكل مختصر ودقيق، لذلك يجب أن يكون لدينا رموز كتابية قياسية لتمثيل كل المصطلحات المتغيرة في هذه المعادلات ورموز وحدة لتمثيل وحدات القياس.

إن رمز الشحنة الكهربائية هو Q. ورمز الوحدة للكولوم هو C.

مثال 1-1:

يوجد $2.40*10^{19}$ من الالكترونات الحرة في قطعة سلك نحاسي، كم عدد الكولومات من الشحنة الكهربائية التي تمثل هذه الالكترونات؟

الحل:

$$Q = \frac{2.40*10^{19}\,e}{6.24*10^{18}\,e/C} = 3.85C$$

1-7 : الأمبير The Ampere

من تعريفنا العام للتيار الكهربائي في القسم (1-5)، فإننا نحتاج للوحدات لمتغيرين :

1. كمية الشحنة الكهربائية المارة في نقطة معينة في دائرة كهربائية (كولوم).
2. ولفترة زمنية معينة، الثانية هي وحدة الزمن القياسية العالمية، وهي مناسبة للتعبير عن قيمة التيار الكهربائي بوحدات الكولوم لكل ثانية.

النظام العالمي للوحدات يفضل عدم استخدام وحدات مركبة مثل الكولوم لكل ثانية كوحدات أساسية، لذلك أسست وحدة تيار خاصة لتخليد اسم احد الفيزيائيين الكهربائيين الرائدين "أندري ماري أمبير" ولهذا فان :

"الأمبير هي وحدة التيار الكهربائي العالمية القياسية".

"واحد أمبير هو معدل انسياب الشحنة الكهربائية (التيار الكهربائي) عندما يمر واحد كولوم من حاملات الشحنة الكهربائية في نقطة معينة خلال دائرة كهربائية في ثانية واحدة".

الأمبير و الكولوم في الثانية مترادفان، وباستخدام الأمبير كوحدة التيار الكهربائي، يجب أن نذكّر أنفسنا بان التيار هو معدل انسياب الشحنة لكل ثانية.

إن تغير المسافة لكل وحدة زمن تسمى بالسرعة (velocity). وتغير الحجم او الكمية لكل وحدة زمن تسمى معدل الانسياب (rate of flow)، أو ببساطة انسياب (flow). فمثلاً انسياب الغاز الطبيعي في خط أنابيب يقاس بالأمتار المكعبة لكل ثانية، هذا الانسياب لا يشابه معدل السرعة الذي تتحرك به جزيئات الغاز على طول الأنبوب. كذلك الحال في الدائرة الكهربائية فانه يجب أن نكون حذرين بالا نخلط بين معدل انسياب الشحنة الكهربائية وسرعة حاملات الشحنة. الأمبير هو وحدة متوسط باستخدام مصطلحات كمية لكل ثانية وليس باستخدام مسافة لكل ثانية. إن مهندس المرور يقيس معدل انسياب سيارات في طريق عام باستخدام عدّاد حركة المرور، الذي يخبره كم عدد السيارات التي تمر في نقطة معينة في الطريق العام خلال فترة زمنية معينة. إن سرعة السيارات (بالكيلومتر لكل ساعة) يمكن أن تتغير كثيراً ولا تعطي علاقة ثابتة مع السيارات التي تستخدم الطريق العام في كل يوم. وكذلك الحال عندما يكون التيار الكهربائي واحد أمبير في موصل نموذجي، فان سرعة تكدس الالكترونات على طول الموصل يساوي تقريباً واحد من العشرة من المليمتر لكل ثانية فقط.

إن رمز التيار الكهربائي هو I. ووحدته هي الأمبير A.

يمكننا التعبير عن العلاقة بين الأمبير و الكولوم لكل ثانية باستخدام المعادلة التالية :

$$I = \frac{Q}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1-2)$$

حيث I هو التيار بالأمبير، Q كمية الشحنة الكهربائية بالكولوم، t هو الزمن بالثانية.

مثال 2-1:

احسب قيمة التيار في دائرة كهربائية عندما تمر شحنة كهربائية مقدارها 75 كولوم في نقطة معينة في الدائرة خلال نصف دقيقة ؟

الحل:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{75C}{30s} = 2.5C/s = 2.5A$$

(1) (2) (3) (4)

من السهل إدخال البيانات ببساطة في الآلة الحاسبة والحصول على الجواب العددي في خطوة واحدة. ومع ذلك في هذه المراحل المبكرة فان الحل المنظم سيساعد كثيراً في فهم سلوك الدائرة الكهربائية. لذلك ستحدد تسلسل الخطوات المرتبطة بحل مثال (2-1).

الخطوة (1): لاحظ أن المسالة تعرض جزأين من المعلومات وتسال عن جزء واحد، لذا نعبر عن هذه المعلومات في صيغة معادلة، ونكتب رموز الكميات الغير معروفة في الجهة اليسرى من إشارة التساوي ورموز المعلومات المعطاة (في علاقتها الخاصة) في الجهة اليمنى من إشارة التساوي.

الخطوة (2): عوّض بالمعلومات المعطاة في المعادلة وتأكد من أن القوى العشرية أو بادئات الوحدة متضمنة لتحفظ القيمة المناسبة.

الخطوة (3): اجري الحسابات العددية.

الخطوة (4): قيمة عرض الحاسبة سيكون في وحدات جذرية، لذا عبِّر عن الجواب باستخدام وحدات مناسبة، واستخدم بادئات وحدة إذا كان ضرورياً لتطابق صيغة المقاييس العالمية الموصى بها.

مثال 3-1:

كم الزمن الذي يستغرقه 4 ملي كولوم من الشحنة الكهربائية للمرور خلال مصهر في دائرة كهربائية إذا كان التيار 50 أمبيراً ؟

الحل:

لان $I = \frac{Q}{t}$ إذاً $t = \frac{Q}{I}$

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{4mC}{50C/s} = 4EE - 3/50 = 8 * 10^{-5} s = 80\mu s$$

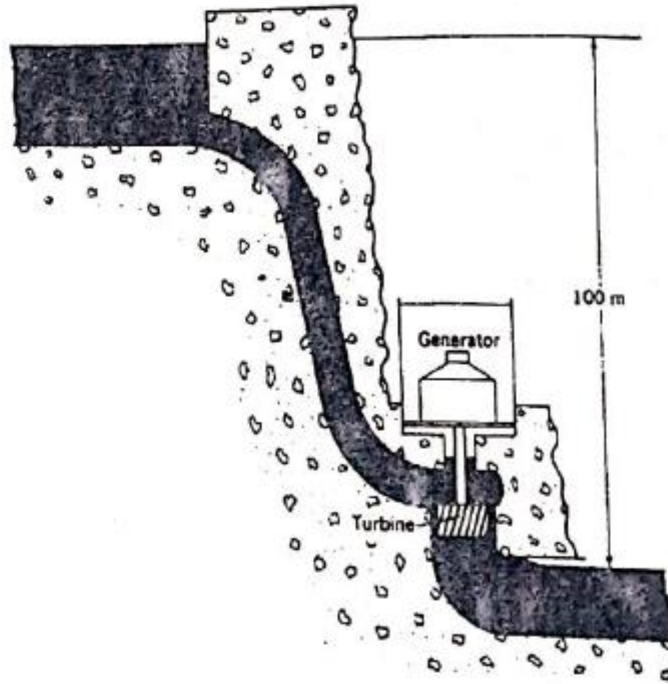
1-8 فرق الجهد : Potential Difference

اشرنا في القسم (1-2) انه لا يوجد تيار كهربائي في موصلات دائرتنا الكهربائية الأساسية حتى إضافة جهاز مثل البطارية تستطيع نقل الطاقة إلى الالكترونات الحرة في الموصلات بحيث تنساب على طول الموصل، ونقول بان البطارية هي مصدر قوة تحرك الالكترونات (an electron-moving force) أو قـوة دافعـة كهربائيـة(electromotive force)، وعادة تختصر إلى (ق. د. ك) أو emf .

إن تأثير قوة الجاذبية الأرضية مالوف لدينا أكثر من تأثير القوة الكهربائية، لـذا يمكننا الاهتمام أولاً بعملياتمحطات التوليد الهيدروكهربائية الموضحة في المقطع العرضي المبسط في الشكل (1-12). ينحرف الماء الساقط من الشلال،ثم ينساب خلال ناعورة ومن ثم يتدفق إلى النهر تحت الشلال، وعندما يكون السقوط من مئة متر فان الماء يفقد بعض من طاقتة الكامنة. و حسب قانون حفظ الطاقة فان الطاقة الكامنة الضائعة للماء تحول إلى طاقة حركية بواسطة التوربين ومن ثم تحـول إلى طاقة كهربائية بواسطة المولد الكهربائي أو الدينمو.

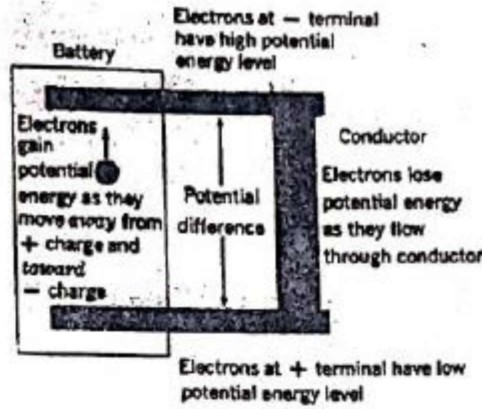
الأجسام الموجودة على سطح الأرض بعيدة عن مركـز قـوة الجاذبيـة الأرضية بمسافة 6400 كيلومتر،للذلك فان الفـرق في قـوة الجاذبيـة الأرضيـة المؤثـرة علـى متر مكعب من الماء فوق أو تحت محطة التوليد الموضحة في الشكل (1-12) يمكــن إهمالـه. ولكن يوجد فرق بسيط للطاقة الكامنة في متر مكعب من الماء فوق أو تحت المحطة كما

سنكتشف إذا قمنا بضخ متر مكعب من الماء من النهر تحت المحطة إلى مسافة مئة متر من قمة تل باتجاه معاكس لاتجاه قوة الجاذبية الأرضية. القوة التي تشغل محطة التوليد الهيدروكهربائية ليست بكل بساطة قوة الجاذبية الأرضية وإنما هي فرق الطاقة الكامنة بين وحدة كميتين من الماء فوق وتحت محطة التوليد. يتطلب قانون حفظ الطاقة أن يكون فرق الطاقة الكامنة أو ببساطة فرق الجهد بين وحدة كميتين من الماء فوق وتحت محطة التوليد مساو للطاقة المستنفذة في صعود وحدة الكمية من الماء إلى مئة متر في اتجاه معاكس للجاذبية الأرضية.



الشكل (1-12) مقطع عرضي مبسط لمحطة توليد هيدروكهربائي

يمكننا الرجوع الآن إلى الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (1-10) التي وصلنا فيها موصل كهربائي بين نهايتي بطارية، هذه الدائرة موضحة مرة أخرى في الشكل (1-13). في هذه الحالة هاجمنا البطارية من جانبها، لذلك فان المصطلحات المستخدمه للدائرة الكهربائية تتوافق مع مصطلحات النظام الهيدروليكي للشكل (1-12). البطارية هي مصدر القوة الدافعة المكافئة للشكل (1-13) لذلك يجب علينا الآن معرفة ما يحدث داخل البطارية.



الشكل(13-1) فرق الجهد الكهربائي

اشرنا في القسم (5-1) بان الالكترونات الحرة في الموصل تنساب مبتعدة عن النهاية السالبة للبطارية في اتجاه النهاية الموجبة، لإبقاء الشحنات السالبة والموجبة عند نهايتي البطارية، فانه يوجد داخل البطارية عدد مكافئ من الالكترونات يجب أن إزالته من النهاية الموجبة ويضاف إلى النهاية السالبة، وعليه فان داخل البطارية الكترونات يجب أن تتحرك مبتعدة عن النهاية الموجبة في اتجاه النهاية السالبة. بمعنى آخر إن الالكترونات يجب أن تتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليها، مثل الماء تماماً يتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه قوة الجاذبية الأرضية عندما يضخ إلى قمة تل. لتحقيق هذا فان الالكترونات يجب أن تكتسب قوة كامنة مأخوذة من الطاقة الكيميائية المخزونة في البطارية. وهكذا فان إلكتروناً واحداً يصل عند النهاية السالبة يكون في مستوى طاقة كامنة أعلى مما كان عليه عند ترك النهاية الموجبة للبطارية. يوجد فرق طاقة كامنة كهربائي بين الالكترونات الحرة عند نهايات البطارية الموجبة والسالبة مع الالكترونات عند النهاية السالبة التي أصبحت أعلى جهد من تلك عند النهاية الموجبة.

تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية فان الماء في نظام التوليد الهيدروكهربائي لشكل (12-1) دائماً يميل بالسقوط إلى مستوى طاقة كامن منخفض، بنفس الطريقة فان الالكترونات عند النهاية السالبة للمصدر تميل للتحرك إلى مستوى طاقة كامن منخفض، يمكنها فعل هذا عن طريق الموصل الخارجي المربوط بين نهايتي البطارية،

عند الانسياب من النهاية السالبة إلى النهاية الموجبة في الدائرة الخارجية فان الالكترونات تفقد كمية من طاقتها الكامنة تساوي الكمية التي تكتسبها عندما تتحرك من النهاية الموجبة إلى النهاية السالبة داخل البطارية. هذه الطاقة المفقودة في الدائرة الخارجية تتحول إلى ضوء، حرارة، أو شكل آخر مفيد من أشكال الطاقة، اعتماداً على طبيعة عنصر الحمل في الدائرة الكهربائية. بتحريك الدائرة الكاملة حول الحلقة المغلقة في الشكل (13-1) فان الشحنات الكهربائية تمتلك زيادة بالجهد في البطارية و انخفاض جهد مكافئ في الدائرة الخارجية.

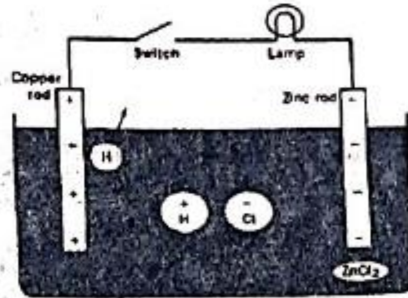
1-9 توليد فرق الجهد : Generating A potential Difference

قبل أن نأخذ وحدة مناسبة بعين الاعتبار للتعبير عن فرق الجهد الكهربائي، فإننا سنأخذ بعين الاعتبار وبشكل مختصر كيف تحول البطارية الطاقة الكيميائية إلى قوة دافعة كهربائية والتي بدورها تولد فرق جهد بين نهايتي البطارية. القوة الدافعة الكهربائية هي خاصية البطارية في الدائرة الكهربائية في الشكل (13-1) التي تفصلها من الحمل الخارجي. القوة الدافعة الكهربائية هي مقياس لكمية الطاقة لكل وحدة شحنة كهربائية التي تحولها البطارية من شكل كيميائي إلى شكل كهربائي بواسطة عملية تفريق الشحنات الكهربائية لكي تنتج فرق جهد بين نهايتيها. لذلك فان القوة الدافعة الكهربائية ليست قوة حقيقية يمكن قياسها بالنيوتن، القوة الدافعة الكهربائية تقاس بوحدات الجول لكل كولوم. وبالتالي فانه بالرغم من إننا أحياناً نطلق على البطارية بأنها مصدر للقوة الدافعة الكهربائية، فان مصطلح القوة الدافعة الكهربائية يختفي من المصطلحات الكهربائية عندما نركز اهتمامنا على فرق الجهد الذي تولده البطارية.

مصطلح البطارية يعني أساساً مجموعة خلايا كيميائية لكن الفائدة العامة تسمح لنا بأن نطلق على خلية الفولتية البسيطة لشكل

(14-1) بأنها بطارية ذات خلية مفردة لان المصطلح يدل على ذلك ضمناً. عندما يركب الهيدروجين بإلكترونه التكافئي الواحد مع الكلور الذي لديه 17 إلكترون مدارياً لتكوين ايون مركب حمض الهيدروكلوريك فان الكلور يستعير الإلكترون الوحيد من الهيدروجين لإكمال ملء مستوى فرعي في تركيبه الذري

(تحقق من ذلك بالرجوع إلى الشكل (1-4) عندما يعمل ذلك فان ذرة الهيدروجين تفقد إلكترون كما هو موضح بإشارة (+) في الشكل (1-14) و الكلور يكتسب إلكترون زيادة.



الشكل (1-14) توليد فرق جهد كهربائيباستخدام خلية كيميائية بسيطة.

التركيب الكيميائي لحامض الهيدروكلوريك و كلوريد الزنك يحتاج إلى طاقة لنقل ذرة الكلور من جزي كلوريد الزنك إلى جزي الهيدروكلوريك. ولذلك يجب ان تحرر طاقة عندما تتحرك ذرة الكلور من جزي الهيدروكلوريك إلى جزي كلوريد الزنك . هذه الطاقة تحول إلى زيادة الكترونية من ايون الكلور السالب في الحمض عندما يتحرك ايون الكلور باتجاه قضيب الزنك ليتركب مع ذرات الزنك لتكوين كلوريد الزنك. خلال هذه العملية الكيميائية فان الزيادة الالكترونية التي استعارها الكلور من الهيدروجين تترسب على قضيب الزنك، وهكذا تنشى زيادة من الالكترونات أو شحنة سالبة على قضيب الزنك. كل ايون كلور يتركب مع الزنك، أما ايون الهيدروجين الذي فقد الإلكترون الخاص به بإعطائه إلى ايون الكلور يذهب للبحث عن مصدر للالكترونات الحرة لاستعادة حالته الاعتيادية كذرة هيدروجين. قضيب النحاس يمثل هذا المصدر، وعندما تكسب ايونات الهيدروجين الكترونات النحاس الحرة، تنشأ شحنة موجبة على قضيب النحاس. عدد الالكترونات التي تأخذها ايونات الهيدروجين من القضيب النحاسي يساوي عدد الالكترونات المترسبة على قضيب الزنك بواسطة ايون الكلور.

وهكذا فان خاصية القوة الدافعة الكهربائية للبطارية تخلخل التوازن الاعتيادي للايون في حمض الهيدروكلوريك بواسطة تفريق الايونات المشحونة كهربائياً. الشحنات السالبة تجبر على التحرك إلى قطب الزنك عندما تذهب الشحنات الموجبة إلى قضيب النحاس. من هنا يمكن اعتبار البطارية (أو أي مصدر طاقة كهربائي) جهاز تفريق للشحنة الكهربائي. أو إذا رغبنا في استخدام مصطلحات منطقنا الهيدروكهربائي، يمكن أن نعتبر أي مصدر طاقة كهربائي (مصدر قوة دافعة كهربائية) مضخة تنشئ فرق جهد بين نهايتين بواسطة ضخ الالكترونات من النهاية الموجبة إلى النهاية السالبة في اتجاه عكس القوة الكهربائية التي تعارض هذه الحركة.

إذا تركنا المفتاح مفتوحاً فان الحركة الكيميائية تتابع حتى يتكون فرق جهد كافٍ بين النحاس والزنك تكون عنده ايونات الكلور المشحونة سالباً لا تمتلك قوة جذب كيميائية كافية للوصول إلى الزنك باتجاه عكس القوة الكهربائية، لذلك فتكوين كلوريد الزنك سوف يتوقف. عندما نغلق المفتاح فان الالكترونات حرة ستسري خلال الموصلات والمصباح لان الالكترونات في الموصلات تنافر بواسطة الشحنة السالبة على قضيب الزنك وتجذب بواسطة الشحنة الموجبة على قضيب النحاس. يحاول هذا السريان إرجاع فرق الجهد في الدائرة إلى الصفر. لكن عندما يهبط فرق الجهد إلى اقل قيمة فان الحركة الكيميائية تبدأ مجددا، بإيداع الكترونات على قضيب الزنك وإزالتها من قضيب النحاس، فالنتيجة ستكون سريان ثابت للالكترونات الحرة (تيار كهربائي) لان تخفيض فرق الجهد في الحمل الكهربائي (المصباح) يعوض بواسطة عمل الخلية لزيادة فرق الجهد إلى مستوى يحدد بواسطة المعدنين الخاصين المستعملان في الخلية. سنطلق على انسياب الشحنات الكهربائية الثابت هذا في اتجاه واحد حول حلقة اسم تيار مستمر (Direct Current) أو (DC).

1-10 الفولت: The Volt

"فرق الجهد الكهربائي (PD) بين أي نقطتين في دائرة كهربائية هو زيادة (او انخفاض) في الطاقة الكامنة المرتبطة بتحريك وحدة كمية من الشحنة الكهربائية من نقطة إلى أخرى".

اشرنا سابقاً، حسب نتيجة قانون حفظ الطاقة أن الشغل والطاقة متساويان عدديا، وعرّفنا الشغل بأنه إنجاز حركة في اتجاه معاكس لعمل القوة التي تحاول ان تعارض هذه الحركة. إن رمز الشغل والطاقة هو W.

لتعريف الشغل:

$$W = Fs \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}3)$$

حيث F هي القوة بالنيوتن، s هي المسافة بالمتر.

نستطيع التعبير عن الشغل والطاقة بوحدة (نيوتن المتر). لكن النظام العالمي للوحدات يفضل تجنب الوحدات المركبة.

"الجول هي الوحدة القياسية العالمية للشغل والطاقة".

رمز الوحدة للجول هو J.

من هذه التعاريف نستطيع التعبير عن فرق الجهد الكهربائي باستخدام الجول لكل كولوم. مرة أخرى النظام العالمي للوحدات يعطي وحدة مشتقة خاصة للجول لكل كولوم.

"الفولت هو وحدة القياس العالمية لفرق الجهد".

من تعريف فرق الجهد،

"واحد فولت هو فرق الجهد بين نقطتين في دائرة كهربائية عندما تكون الطاقة اللازمة لتحريك واحد كولوم من الشحنة الكهربائية من نقطة إلى أخرى واحد جول.

ورمز فرق الجهد هو E أو V.

ورمز الوحدة للفولت هو V. يمكننا التعبير عن هذه العلاقة بشكل معادلة كالتالي :

$$E(or)V = \frac{W}{Q} \quad ....(1-4)$$

حيث أن $E(or)V$ هو فرق الجهد بالفولت، W هي الطاقة بالجول، Q هي كمية الشحنة بالكولوم.

مثال 1-4:

خلال تفاعل كيميائي في الخلية السائلة المبينة في الشكل (1-14) نقلت 50 كولوم من الالكترونات من النحاس إلى الزنك وتحرير 55 جول من الطاقة، كم فرق الجهد بين القضيبين ؟

الحل:

$$E = \frac{W}{Q} = \frac{55J}{50C} = 1.1V$$

مثال 1-5:

ينساب تيار كهربائي مقداره 0.3 أمبير خلال فتيلة أنبوبة صورة تلفزيونية وتحرر 9.45 جول بصورة طاقة حرارية في 5 ثوان، كم فرق الجهد في فتيلة الأنبوب؟

الحل:

لان $I = \frac{Q}{t}$ إذا $Q = It$

$$Q = It = 0.3A * 5s = 1.5C$$

$$\therefore \; V = \frac{W}{Q} = \frac{9.45J}{1.5C} = 6.3V$$

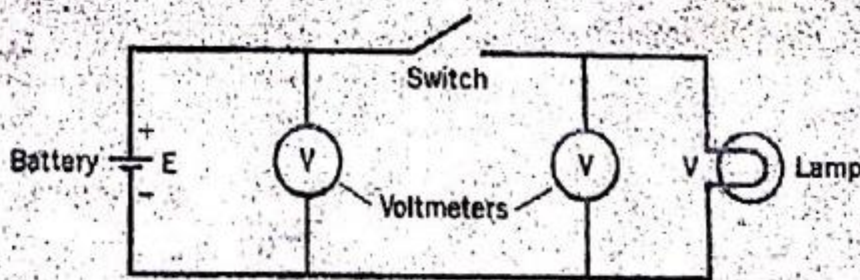
1-11 القوة الدافعة الكهربائية، فرق الجهد و الفولتية:EMF, PD, And Voltage

في بداية القسم (1-8) استخدمنا مصطلح (ق. د. ك.) للتعبير عن خاصية الجهاز المولد التي يجب أن يمتلكها لإجبار حاملات الشحنة الكهربائية على السريان في الدائرة الكهربائية المغلقة.

(ق. د. ك.) هي ليست ببساطة القـوة الكهربائيـة (بـالنيوتن) الـتي تؤثـر على الجزيئات المشحونة كهربائياً في الدائرة الكهربائية لإنتاج تكـدس في اتجـاه واحـد. مـن خلال تعريف القوة الدافعة الكهربائية في جهاز مولد بأنها تساوي الطاقة المحولـة عنـد تحريك كل وحدة كمية من الشحنة الكهربائية من احـد النـهايتين إلى الأخـرى داخـل الجهاز، من هنا يمكن التعبير عن القوة الدافعة الكهربائية بوحدات الجول لكل كولـوم أو الفولت. لكن القوة الدافعة الكهربائية وزيادة الجهد متساويان عددياً عندمـا تفتـح الدائرة الكهربائية

($I = 0$). عندما يوجد تيار في الدائرة الكهربائية، فان العجـز في عمليـة تحويـل الطاقة يعني أن زيادة الجهد بين نهايات الجهاز المولد اصغر عددياً مـن القـوة الدافعـة الكهربائية الداخلية.

القوة الدافعة الكهربائية هي وسيلة لإنهاء تحويل الطاقة. تحويل الطاقـة مسئول عن توليد فرق الجهد بين نهايات الجهاز، وهو فرق الجهد الـذي ينتـج تيـار كـهربائي عندما يغلق المفتاح في الدائرة الكهربائية. في الدائرة الكهربائيـة المبيـنة في الشـكل-l) (15لا يستطيع الفولتميتر مباشرة اكتشاف القوة الدافعـة الكهربائيـة، يمكنـه فقـط قيـاس فرق الجهد بين نهايات البطارية. (نستطيع تحديد قيمة القوة الدافعـة الكهربائيـة بطريقـة غير مباشرة عندما يكون المفتاح مفتوحاً ولا يسحب الفولتميتر أي تيار من البطارية).



الشكل (1-15) يوضح الفرق بين فولتية المصدر وهبوط الفولتية في الدائرة الكهربائية الأساسية

عند دراسة الدوائر الكهربائية من المعتاد افتراض أن الجهاز (المولد) فعـال تمامـاً بحيث يكون فرق الجهد بـين نهايتيـه والقـوة الدافعـة الكهربائيـة الداخليـة متسـاويان

عددياً. مثل هذا الافتراض يسمح لنا بإهمال استخدام مصطلحات القوة الدافعة الكهربائية وزيادة الجهد في مصطلحاتنا. في هذا الكتاب سنتبع التدريب الحديث لتجنب مصطلح القوة الدافعة الكهربائية عندما نعني حقيقة زيادة الجهد بالفولت بين نهايات جهاز مولد.

منذ سنين عديدة استخدمت صيغ مصطلح الفولتية كتعبير ابسط عن فرق الجهد، الفولتية تعني أساساً شيء ما يقاس بالفولت، لهذا يمكن أن تستخدم بدلاً من فرق الجهد، وهذا مفضل في كثير من الكتب التقنية. لسوء الحظ إن مصطلح فرق الجهد ليس مشهوراً، انه مصطلح وصفي جداً تذكرنا كلماته بأنه يجب أن تحدد نقطتين معينتين في دائرة كهربائية قبل أن يحدد فرق الجهد. في الدائرتين الكهربائيتين في الشكلين (1-13) و(1-14) لاحظنا وجود نوعين من فرق الجهد، زيادة جهد في البطارية وانخفاض جهد في الموصلات الكهربائية والمصباح. مازلنا نفرق بين الزيادة والانخفاض في الجهد، ومازلنا نتبنى المصطلحات الأكثر شيوعا للتفريق بين فولتية المصدر (source voltage) أو الفولتية المسلطة (applied voltage) التي تظهر بين نهايات مصدر كنتيجة من قدرة تحويله للطاقة وانخفاض الفولتية (voltage drop) الذي يحدث عندما يسري تيار كهربائي في الدائرة الخارجية.

باستخدام مصطلح الفولتية الأكثر انتشارا فان الكثير من الفروقات بين فولتية المصدر أو الفولتية المسلطة وانخفاض الفولتية تختفي من الكتب التقنية. بعض الكتاب يستخدم نفس الرمز (إما E أو V) لكلا الفولتية المسلطة وانخفاض الفولتية. هدفنا في هذا الكتاب هو فهم لماذا الدائرة الكهربائية تتصرف مثلما هي عليه، ولهذا سوف نبقي فرق بين فولتية المصدر وانخفاض الفولتية. وذلك بتحديد الأتي:

1- الرمز لفولتية المصدر أو الفولتية المسلطة هو E .

2- الرمز لانخفاض الفولتية هو V .

يوجد فرق حقيقي بين فولتية المصدر وانخفاض الفولتية موضح في شكل (1-15). عندما يغلق المفتاح يعرض كلا الفولتميترين نفس القراءة عندما ينتج التيار المار خلال المصباح انخفاض فولتية في المصباح مساو للفولتية المسلطة أو فولتية المصدر بين

نهايتي البطارية. وعندما يفتح المفتاح فان الفولتميتر المربوط عبر أطـراف البطاريـة يسـجل فولتية المصدر الناتجة من التفاعل الكيميائي داخل البطاريـة. أمـا الفولتميـتر المربـوط عـبر طرفي المصباح يعطي قــراءة صفـر. يظـهر انخفـاض الفولتيـة في المصبـاح عندمـا تنسـاب الالكترونات خلاله محاولة إعادة فرق الجهد في الدائرة إلى الصفر .

مـن الجيـد أيضـا الإشـارة عنـد هـذه النقطـة إلى حـروف الجـر الـتي نسـتطيع اسـتخدامها مـع مصطلحـات التيـار و الفولتيـة. التيـار هـو معـدل انسـياب الالكترونات،لذلك سنتكلم عـن التيـار في أو خـلال موصـل أو عنصـر في الدائـرة . التحدث عن التيار المار في المصباح عديم الجدوى لأننا لسنا متعودين علـى اسـتخدام مصطلح فرق الجهد، لذلك يجب أن نذكر أنفسنا بأنه لا يوجد شيء مثل فولتيـة عنـد نقطة معينة. يجب أن تقاس الفولتية المسلطة من مصدر الفولتية و انخفاض الفولتية من الحمل ،بين نقطتيه أو من نقطة إلى أخرى مناظرة لها أو في عنصر دائرة معينة. التحدث عن الفولتية خلال عنصر لا فائدة منه أيضا.

1-12 اتجاه التيار التقليدي: Conventional Current Direction

يمثل الموصـل المعدنـي الموصـوف في القسـم (1-5) الشـكل العـام للموصـل الكهربائي. حاملات الشحنة في الموصلات المعدنية هي الالكترونات الحرة التي تنساب من النهاية السالبة لمصدر الفولتية باتجاه نهايته الموجبة. لهذا سنكتشف لاحقاً بأنه توجد أشكال أخرى للتوصيل الكهربائي، وعليـه فـان التيـار الكـهربائي دائمـا يتكـون مـن سريان جزيئات مشحونة كهربائياً، هذه الجزيئات ليس بالضرورة أن تكون الكترونات حرة.فمثلا حاملات الشحنة داخل البطارية المبينة في شكل (1-14) ليست الكترونـات حرة. فعندما يغلق المفتاح، يتحرك نوعـين مـن حـاملات الشـحنة لحظيـاً في اتجاهـات متعاكسة داخل البطارية. ايونات الكلور السالبة الشحنة تتحرك باتجاه النهايـة السـالبة للبطارية وايونات الهيدروجين الموجبة تتحرك باتجاه النهاية الموجبة لها.

من المفيد جدا عند رسم مخططات الدائرة الكهربائية الاتفاق علـى اتجـاه ثـابت للتيار الكهربائي. هذا ضروري لحساب المجموع الجبري للتيارات عند نقطة التقاء معينة

في الدائرة الكهربائية. في مثل هذا العمل البسيط فان طبيعة السريان الحقيقي الفيزيائي لحاملات الشحنة غير مهم.

معظم عمل الدائرة الكهربائية يكون مع الموصلات المعدنية، لذلك يوجد ترتيب مناسب جداً لاختيار اتجاه انسياب الالكترونات في مثل هذه الموصلات حسب اتجاه التيار المتفق عليه رياضياً. لكن المجربين في زمن بنيامين فرانكلين ومايكل فاراداي لم تكن لديهم معرفة عن التركيب الذري للمادة، لذلك اختاروا اتجاه التيار الكهربائي اعتمادا أساسا على النتائج الملاحظة. نتيجة التيار الكهربائي الملاحظة بوضوح في خلية فاراداي الالكتروليتية، هي أن التيار الكهربائي يتكون من سريان جزيئات موجبة الشحنة، مثلما اشرنا سابقا أن انسياب حاملات الشحنة الموجبة يكون في اتجاه معاكس لاتجاه حاملات الشحنة السالبة كما هو حال الالكترونات الحرة مع الايونات السالبة.

لذلك فان كل قوانين وقواعد الدائرة الكهربائية مبينة على الاتجاه من النهاية الموجبة للمصدر مرورا بالدائرة الخارجية والعودة إلى النهاية السالبة للمصدر. إن حقيقية الاتجاه الفيزيائي لانسياب الالكترونات والذي لسوء الحظ عكس الاتجاه المتفق عليه رياضيا لاتشكل أي مشكلة مادمنا نعرف الغرض من اتجاه التيار المتفق عليه رياضيا. في هذه الفقرة ربطنا مصطلح التيار مع اتجاه متفق عليه ورمزّنا مخطط دائرتنا حسب ذلك. لنطلق على العملية الفيزيائية للتوصيل الكهربائي لذلك نستخدم مصطلحات مثل سريان الكتروني لتسمية حاملات شحنة معينة.

1-13 الموصلات: Conductors

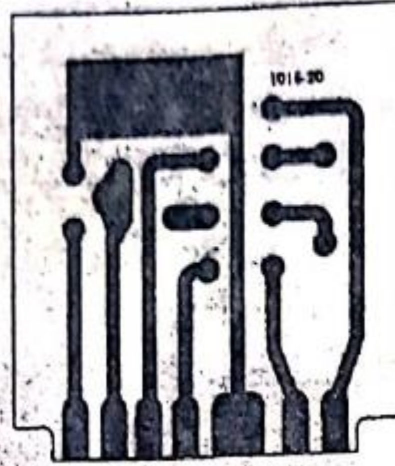
اكتشفنا في القسم (5-1) أن التيار الكهربائي يتكون من تكدس أو سريان جزيئات مشحونة. لكي تكون المادة موصل كهربائي مناسب، يجب إن تمتلك عدد كبير من حاملات الشحنه في كل وحدة حجم. لذلك فان المادة ذات العدد الأكبر من حاملات الشحنة في كل وحدة حجم هي الأفضل لتكون موصل كهربائي. كما اشرنا في القسم (5-1) أن المعادن تمتلك عدد كبير جدا من حاملات الشحنة على شكل الكترونات حرة في كل وحدة حجم. بالرغم من أن بعض المعادن لديها عدد من

الالكترونات الحرة في كل وحدة حجم أكثر من البعض الآخر إلا أن كل المعادن يمكن أن تستخدم كموصلات كهربائية.

النحاس هي مادة الموصل الكهربائي الأكثر انتشارا . وهي ليست مكلفة كثيرا، يمكن سحبها إلى أسلاك، وهي تأتي في الدرجة الثانية بعد الفضة (العنصر الأكثر كلفة) من حيث الالكترونات الحرة، حيث يوجد في النحاس 10^{22} من الالكترونات الحرة. اما الفضة يوجد بها الكترونات حرة أكثر من النحاس بحوالي 5% في كل وحدة حجم. الألمونيوم يستخدم تجارياً كمادة موصل كهربائي بشكل كبير، فهو يمتلك 60% من الالكترونات الحرة في كل وحدة حجم اقل مما في النحاس، وهو اخف وزناً واقل كلفة من النحاس. يمكننا تعويض انخفاض توصيلة الألمونيوم بزيادة نصف قطر سلك الألمونيوم. بعض سبائك المعادن التي نستخدمها في عناصر التسخين الكهربائية لديها اقل من 1% من عدد الالكترونات الحرة التي يمتلكها النحاس. هذا يمثل $6*10^{20}$ إلكتروناً حراً لكل سنتيمتر مكعب. لهذا مثل هذه السبائك هي موصلات جيدة للكهربائية.

الصيغة الأكثر شيوعا للموصلات الكهربائية المعدنية هي السلك النحاسي، الذي يكون عادة مغلف بغلاف عازل. قطر الموصل النحاسي يعتمد على قيمة التيار الكهربائي المطلوب توصيله. حتى هذا الوقت الأقطار القياسية للموصلات مازالت تحدد بوحدة المل (جزء من الألف من الإنج) باستخدام جدول القياس للسلك الأمريكي. للحفاظ على مرونة الموصل فان المساحة العرضية الضرورية للموصلات الكبيرة تقسم إلى أسلاك مجدولة عديدة ثم تلوى مع بعضها لتكون موصل واحد. إن الدرجة العالية لعملية تصغير العناصر الكهربائية الناتجة عن تكنولوجيا صناعية ما تسمى عملية تكامل الكتروني واسع (large-scale integration) والتي قادت إلى نوع متبادل من الموصلات المعدنية، فبدلاً من توصيل عناصر الدائرة الكهربائية داخلياً بواسطة الأسلاك النحاسية فان تخطيط الدائرة المطلوب يطبع على لوح عازل مغلف بالنحاس، ومن ثم يزال النحاس الغير مرغوب به للحصول على شكل سلكي مطبوع والذي عادةً أكثر دقة من ذلك الموضح في الشكل (1-3). ثم توصل العناصر الكهربائية إلى لوح الدائرة المطبوع وذلك بإدخال أطرافها

خلال فتحات اللوح المناسبة، و يصبح التوصيل الكهربائي مضموناً عند ولمسع لوح الدائرة المطبوع على سبيكة من الفولاذ المصهور.



الشكل(16-1)لوح توصيل مطبوع صغير

1-14 العوازل: Insulators

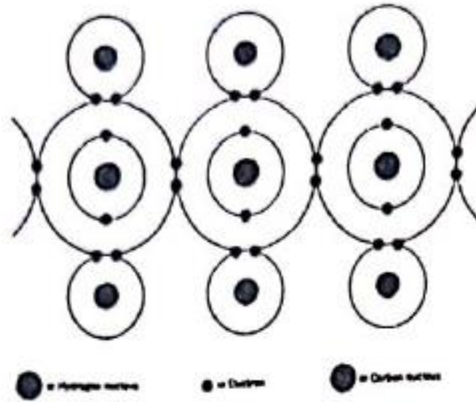
لحسن الحظ إن الهواء المحيط بالموصلات الموجودة في الدائرة الكهربائية الأساسية في الشكل (1-1) لديه عدد قليل نسبياً من حاملات الشحنة الكهربائية في كل وحدة حجم. فلوكانا الهواء موصل جيد للكهرباء، فانه لا يمكننا إدخال تيار كهربائي في الدائرة المرغوبة، وأيضا سيستمر التيار الكهربائي في الانسياب بعد فتح المفتاح إلى المكان الموضح في الشكل (1-1). إن الهواء الجاف يحتوي أساساً على جزيئات الأكسجين وجزيئات النيتروجين التي الكتروناتها المدارية مرتبطة بثبات مع أنويتها.وبالتالي من الصعب نسبياً لحاملات الشحنة في الموصلات المعدنية اختراق هذه الروابط والتحرك من ذرة إلى أخرى من خلال الهواء المحيط بالموصلات، لذلك صنفنا الهواء بأنه غير موصل للكهرباء أو عازل كهربائي(an electric insulator).

في بعض الدوائر الكهربائية غير مستحسن اتصال أي شيء غير الهواء بالموصلات، لذلك لا يتطلب عزل آخر غير الهواء . في الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (1-1) يمكننا بأمان استخدام موصلات معراة (بدون عازل)،كما هو حال الموصلات في خطوط إرسال الضغط العالي الداخلة إلى القرى المتدلية من أبراج

الفولاذ، فهي معادن معراة. لهذا يجب أن تتدلى من الأبراج باستخدام العوازل الصينية لمنع تسريب التيار بواسطة معادن الأبراج.

عندما لا نريد أن تتلامس الموصلات في دائرة كهربائية معينة مع بعضها (مثل الموصلين في شريط المصباح) فإنه يجب استخدام موصلات محاطة بمادة عازلة صلبة مناسبة. في الجزيئات المرتبطة أيونيا فان كل ذرة تكون غلاف فرعي ممتلىء في تركيبها الالكتروني المداري لان إحدى الذرات تعطي إلكترونها التكافئي (أو الكتروناتها التكافئية) للذرة الأخرى. وبالتالي فان كل الالكترونات التكافئية تحاط بالايونات السالبة. المواد الصلبة الأيونية هي عوازل كهربائية(نظرياً) لعدم وجود الكترونات تكافئية حرة لتتصرف كحاملات طاقة، لكننا وجدنا عملياً انه يمكننا تكسير الرابطة الأيونية بين ذرات المواد الصلبة الأيونية بسهولة وذلك بإضافة طاقة للجزيء. لذلك فإننا نادراً ما نستخدم المركبات الأيونية في تصنيع مواد عازلة عملياً.

تتكون جزيئات البوليثيلين بواسطة ربط تساهمي لذرات الكربون والهيدروجين كما هو موضح في الشكل (1-10). الكربون لديه ستة الكترونات، اثنان في الغلاف الأول وأربعة في الغلاف الثاني. لذلك فانه يحتاج إلى أربعة الكترونات لملء الغلاف الثاني تماماً. في جزيء البوليثيلين كل ذرة كربون تتشارك بالكترونات غلافها الثاني مع ذرات الكربون والهيدروجين المجاورة لها. احد هذه الالكترونات يشارك مع ذرة كربون في الجهة اليسرى للذرة وإلكترون يشارك مع ذرة الهيدروجين التي في الاتجاه الأعلى، وإلكترون مع ذرة الكربون الموجود في الاتجاه الأيمن وإلكترون مع ذرة الهيدروجين التي أسفلها. هذه الصيغة الخاصة للارتباط التساهمي تكوّن جزيء طويل يشبه الفتيلة كل ذرة فيه لديها غلاف خارجي مملوء تماماً، قوة الربط في مثل هذا الجزيء كبيرة جداً بحيث من الصعب على أي إلكترون الانفصال عن النموذج. تسمى المواد المرتبطة تساهمياً بهذا الشكل بالبوليميرات، وهي عوازل كهربائية ممتازة.



الشكل(17-1)تركيب جزي البوليثيلين

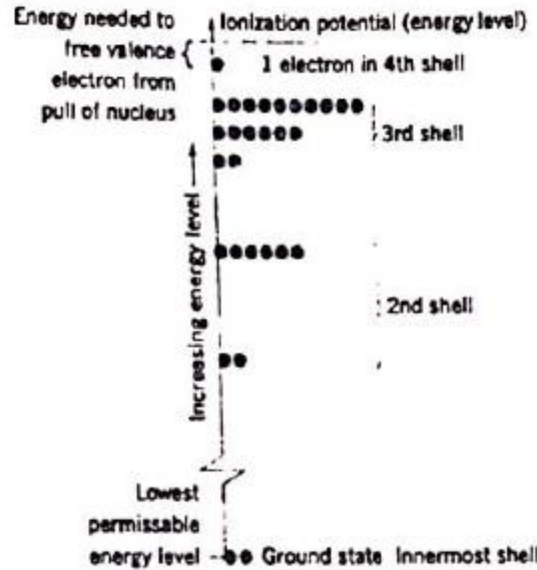
معظم المواد العازلة الحديثة مثل المطاط، البلاستيك، الورنيش، المينا، الحرير، القطن، الورق، الزيت، الميكا، و الاسبيتوس هي بوليميرات.

إذا استطعنا تصنيع بوليمير بنقاوة 100% فانه لا يمتلك الكترونات حرة ولهذا فهو عازل مثالي. لكن المواد العازلة عملياً تحتوي على بعض الشوائب التي لها الكترونات تكافئية حرة لا تدخل ضمن نموذج الروابط التساهمية. عملية أكسدة جزيئات البوليمير تزيد من الالكترونات الحرة اللازمة للتوصيل. (يتلف المطاط بسرعة عندما يعرّض للأوزون الذي ينتج من الأكسجين عند تعرضه لومضة كهربائية). يمتص العازل الرطوبة وينتج ايونات تكون في حالة سائلة تتغلغل من خلال العازل. البوليسترين الذي نعتبره عازل كهربائي جيد لديه $6*10^{10}$ إلكتروناً حراً في كل سنتيمتر مكعب. بالرغم من هذا العدد الذي يبدو وكأنه عدد كبير إلا انه صغير جدا مقارنة بالنحاس. للأغراض العملية يهمل أي تسرب لحاملات الشحنة خلال طبقة من البوليسترين أو أي بوليمير آخر.

1-15 مخططات حزم الطاقة: Energy – Band Diagrams

توفر لنا مخططات مجموعة الطاقة طرق سريعة لتحديد ما إذا كانت المادة الصلبة ستتصرف في الدائرة الكهربائية كموصل أو كعازل. لقد اشرنا عند دراسة نموذج للذرة في الفصل الأول إن اكبر أنصاف أقطار مدار الكتروني ما يوجد به اكبر الالكترونات

طاقة في ذلك المدار .واشرنا أيضا بان حركة الالكترونات التي تشبه الموجة سمحت لها بالظهور في مستويات طاقة معينة فقط. لذلك فبدلاً من عرض مستويات الطاقة كمدارات كاملة كما في الشكل (1-4)، فانه يمكننا رسم مخطط يعرض مستويات الطاقة في ذرة واحدة في مقياس يشبه الترمومتر كما في الشكل (1-18).

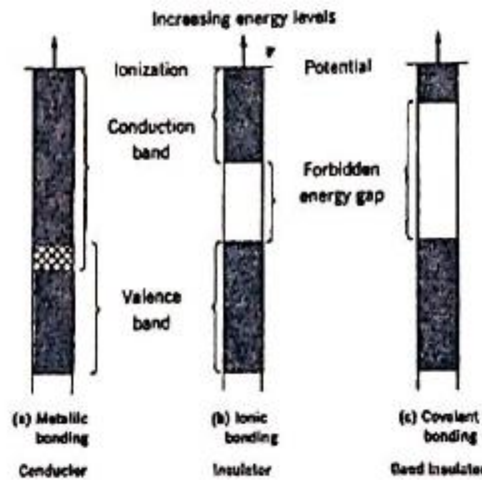


الشكل(1-18) مخطط مستويات الطاقة لذرة النحاس

يمكننا وضع علامة فوق مستويات الطاقة للمقياس المبين في الشكل (1-18) على مستوى الطاقة الذي يجب أن يكتسبه أي إلكترون ليتحرر تماماً من قوة جذب النواة. مستوى الطاقة هذا يسمى جهد التأين (ionization potential). يظهر من الشكل (1-18) إن الالكترونات الأبعد عن النواة والتي توجد في مستويات الطاقة العالية هي فقط لديها الفرصة لاكتساب طاقة كافية للوصول إلى جهد التأين. لهذا يمكننا إهمال الجزء الأسفل من هذا المخطط ونعرض فقط مستوى الطاقة الخارجي أو مستوى طاقة التكافؤ والمستويات الأعلى منه.

عندما تترابط ذرات كثيرة من مادة ما مع بعضها لتكوين مادة صلبة فان مستويات الطاقة في كل ذرة تتأثر بقرب الذرات المجاورة لها. ونتيجة لذلك يتوفر عدد أكثر من مستويات الطاقة لكل ذرة. كما هو موضح في مخططات الطاقة للشكل (1-19)، مستويات الطاقة الفارغة من الالكترونات تشكل مجموعة من مستويات الطاقة

المتقاربة التي يفصلها فراغات في طريقها للوصول إلى جهد التأين. اي إلكترون يمتلك طاقة كافية للدخول في هـذه المجموعة يمكنه بسرعة اكتساب طاقة كافية ليمر إلى مستويات الطاقة الفارغة في هذه المجموعة حتى يمتلك طاقة كافية للتحرر من قوة جذب النواة الأم. هذه الالكترونات تصبح الالكترونات الحرة التي بدورها تصبح حاملات الشحنة الكهربائية. مجموعة مستويات الطاقة هذه تسمى بنطاق التوصيل (conduction band) كذلك الحال لمستوى الطاقة الذي تحتله الكترونات التكافؤ في ذرة ما يصبح عبارة عن مجموعة من مستويات الطاقة يطلق عليها بنطاق التكافؤ the) valence band). إن عرض فراغ مستوى الطاقة المانع بين نطاق التكافؤ و نطاق التوصيل يعتمد على الطريقة الدقيقة التي تتفاعل بها الذرات المتجاورة عندما ترتبط مع بعضها البعض لتكوين مادة صلبة



الشكل(1-19) مخططات مجموعة الطاقة للمواد الصلبة

في الترابط المعدني لا تملأ الكترونات التكافؤ كل مستويات الطاقة الموجودة في مجموعة التكافؤ. توجد مستويات فارغة في مجموعة التوصيل لها نفس مستوى طاقة بعض الالكترونات التكافئية. لذلك يتداخل نطاق التوصيل و نطاق التكافؤ مع بعضها البعض في مخطط مجموعة الطاقة للمعادن. هذا يسمح للالكترونات التكافئية للمعادن بالدخول إلى مجموعة التوصيل واكتساب طاقة كافية لتصبح حرة عن النواة

الأم كما هو موضح في الشكل (1-6). إن أي مادة صلبة لا تحتوي على فراغات طاقة مانعة في مخطط مجموعة الطاقة، تمتلك الكترونات تكافئية يمكنها التحرك بسرعة خلال مجموعة التوصيل لتصبح حاملات شحنة. لهذا أي مادة صلبة لها مخطط مجموعة طاقة شبيه بالمخطط الموضح في الشكل (1-19 a) تصنف بأنها موصل كهربائي.

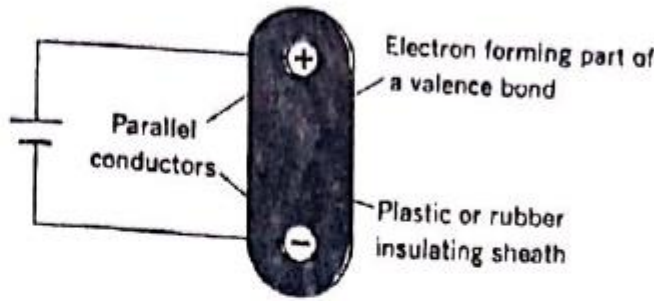
في القسم (1-3) اكتشفنا بان ذرات أي مادة صلبة أيونية الترابط ترتب نفسها بحيث إن كل ذرة ستملأ مستوى طاقة معين وذلك إما بإعارة إلكترون أو أكثر من الكتروناتها التكافئية إلى ذرة مجاورة أو باستعارة الكترونات تكافئية من ذرة مجاورة. وبالتالي تملأ كل مستويات الطاقة الموجودة في نطاق التكافؤ للمادة الصلبة ذات الترابط الأيوني مع وجود فراغ طاقة مانع لا باس به بين أعلى مستوى مسموح به في نطاق التكافؤ واقل مستوى مسموح به في نطاق التوصيل الفارغة.إن الطريقة الوحيدة التي يستطيع إلكتروناً ما في مادة صلبة أيونية اكتساب طاقة كافية للوصول إلى مستوى فارغ في نطاق التوصيل هي أن يستلم طاقة كافية ليقفز فجأة عبر فراغ الطاقة المانع. مثل هذه الحركة تتطلب كسر رابطة أيونية. يمثل فراغ الطاقة المانع الموجود في مخطط مجموعة الطاقة المبين في الشكل (1-19 b) عازل كهربائي. إن الالكترونات الوحيدة الموجودة في نطاق التوصيل والتي تتصرف كحاملات شحنة كهربائية هي تلك الالكترونات التي وصلت لذلك المستوى كنتيجة من تكسير الروابط الأيونية باستخدام الطاقة الحرارية التي تمتلكها المادة الصلبة أو التي تمتلكها الشوائب في المادة الصلبة أو باستخدام قوة كهربائية خارجية عالية.

تكون الذرات المرتبطة تساهمياً نطاقات تكافئية كاملة وذلك بتشارك الكتروناتها التكافئية. مرة أخرى لا تظهر الكترونات في نطاق التوصيل لمخطط الطاقة حتى تكسر الروابط التساهمية. ولان الطاقة اللازمة لتكسير الروابط التساهمية التي تثبت البوليمترات مع بعضها عالية نسبياً فان فراغ الطاقة المانع لمخطط مجموعة الطاقة المبين في الشكل (1-19 c) عريض نسبياً.

1-16 انهيار العازل: Insulator Breakdown

لا يوجد عملياً عازل تام مثل مجموعة مخططات الطاقة التي تفودنا لتصديق ذلك. توجد دائماً بعض الطاقة التي تسبب تكسير لبعض الروابط التكافئية. حتى العوازل الممتازة مثل البوليسترين يوجد بها عدد معقول من الالكترونات في مجموعة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة. بصورة عامة عندما تزداد درجة الحرارة فإننا نتوقع إيجاد أعداد كثيرة من الالكترونات تحتل مستويات الطاقة في مجموعة التوصيل. حاملات الشحنة هذه تسمح بتسرب قليل من التيار خلال العوازل العملية.

يبين الشكل (1-20) مصدر فولتية موصل بين موصلي شريط مصباح. كما اشرنا في بداية الفصل بان القوة الكهربائية هي قوة مجال، لهذا فان فرق الجهد بين الموصلين يزيد من القوة الكهربائية التي تؤثر على الالكترونات الموجودة في الروابط التكافئية للمادة العازلة بين الموصلين. فعندما يزداد فرق الجهد للمصدر فإننا نصل إلى مستوى ضغط حرج تكسر عنده بلايين من الروابط التكافئية وتقفز بلايين من الالكترونات لفراغ الطاقة المانع وتدخل مجموعة التوصيل ونتيجة لذلك يحدث تمزيق أو انهيار للعازل. فرق الجهد اللازم لانهيار عازل معين يعتمد على الفراغ الموجود بين الموصلين وكذلك على قوة الروابط التكافئية للمادة العازلة. تستطيع بعض المواد العازلة تحمل ضغط كهربائي أعلى بكثير مما يحتمله البعض الآخر عند درجة سماكة معينة. الغازات أكثر سرعة في الانهيار من المواد الصلبة لأنها تمتلك عدد قليل من الذرات لكل وحدة حجم. لذلك يصنف الهواء في مصطلحات المتانة الكهربائية للعازل بأنه رديء جداً، لكنه رخيص الثمن بدرجة كافية بحيث يمكننا تعويض رداءته باستخدام غلاف أكثر كثافة من الهواء حول الموصلات الكهربائية كما هو مستخدم في خطوط نقل القدرة.



الشكل(1-20) الضغط الكهربائي على الروابط التكافئية في عازل

1-17 البطاريات: Batteries

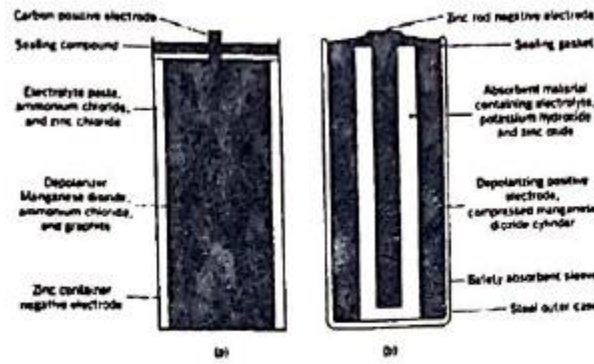
لنقل الطاقة في دائرة كهربائية ما من موضع إلى آخر فإننا نحتاج إلى جهاز يستطيع توليد ضغط كهربائي أو زيادة جهد بحيث تجبر الالكترونات الحرة على السريان خلال الدائرة. لتحقيق هذا فان مصدر الفولتية العملي (مثل البطارية الكيميائية البسيطة المبينة في الشكل (1-14) يضخ بطريقة مشابهه الالكترونات من إحدى نهايتيه إلى الأخرى. ولان هذا يتضمن تحريك الكترونات موجودة داخل مصدر الفولتية من النهاية الموجبة (التي تجذب الالكترونات) باتجاه النهاية السالبة (التي تتنافر مع الالكترونات) فان هذا سيتطلب استهلاك نوع من الطاقة. لذلك عندما يحمل التيار الطاقة في أي دائرة كهربائية إلى الحمل فان الطاقة الموجودة في مصدر الفولتية يجب أن تستهلك لإبقاء زيادة الجهد ثابتة بين نهايتيه. ومن ثم فان مصدر الفولتية العملي هو حقيقة محول للطاقة حيث يحول نوع من الطاقة يمكن توفيره بسرعة إلى طاقة كهربائية بشكل حاملات شحنة تنساب تحت ضغط في كل اتجاه في الدائرة. بصورة مشابهه فان الحمل في الدائرة الكهربائية هو جهاز يحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية، أو ضوئية، أو حركية، أو إلى شكل مفيد من أشكال الطاقة.

لقد تعرضنا لمصدر فولتية بسيط على شكل بطارية سائلة بسيطة في القسم (1-11). مادام المفتاح المبين في الشكل (1-14) مغلقاً فان الطاقة تأخذ من شكل كيميائي للطاقة وتنقل بواسطة التيار الكهربائي إلى المصباح حيث تحول إلى طاقة ضوئية وطاقة حرارية. بينما يحدث انتقال الطاقة هذا فان تركيب ايونات الكلور مع

الزنك يخفف الحمض ويؤدي إلى تآكل قضيب الزنك. لذلك لا تستطيع هذه البطارية الاستمرار في حفظ فرق الجهد. لقد اشرنا بأنه عندما نفتح المفتاح فان التفاعل الكيميائي سيتوقف عندما يصل فرق الجهد إلى مستوى يكون عنده ايون الكلور لا يستطيع الوصول إلى ذرات الزنك. إذا رفعنا فرق الجهد اعلى من هذا المستوى وذلك بربط مولد كهربائي آخر مع البطارية، فانه من السهل فصل ايونات الكلور من ايونات كلوريد الزنك مع إعادة شحن البطارية باستخدام الطاقة الكهربائية المزودة من المولد الخارجي. إلا أن إعادة شحن هذا النوع من البطارية بهذه الطريقة ليست عملية اقتصادية. إن استبدال الحامض وقضيب الزنك المستعملين رخيص. الخلايا التي يستغنى عنها عندما تستهلك طاقتها الكيميائية تسمى خلايا أولية(primary cells).

المحددات العملية لبطارية الخلية السائلة تجعل استخدامها للتجارب المختبرية. إن الطبيعة السائلة للالكتروليت تعني أن البطارية لا يمكن نقلها بسرعة. وهناك عيب آخر ناتج من تحرير غاز النيتروجين عند قضيب النحاس عندما تعوض ايونات الهيدروجين النقص في الكتروناتها من النحاس، بعد أن يغلق المفتاح المبين في الشكل (14-1) بدقائق قليلة فان النحاس يغطى بفقاعات من الهيدروجين. ولان غاز الهيدروجين هو عازل كهربائي (انظر الشكل (5-1)) فان طبقة فقاعات الهيدروجين هذه تمنع ايونات الهيدروجين من الوصول إلى قضيب النحاس. هذا العمل الذي يسمى بالقطبية(polarization) يحد بدرجة بسيطة من التيار في الدائرة.

إن بطارية الخلية الجافة المألوفة الموضحة في شكل (21-1) تتغلب على هذين العيبين وذلك بفضل تركيبها. الإلكتروليت يجب أن يبقى سائلاً حتى تستطيع الايونات الموجبة والسالبة أن تتحرك إلى الإلكترود المناظر لها. لكن فيما يسمى بالبطارية الجافة فان الإلكتروليت إما أن يخلط بمادة لاصقة مناسبة لتكوين عجينة أو يشبع لتكوين فاصل ممتص. وتمنع القضيب بإحاطة الإلكترود الموجب بمانع استقطاب كيميائي بحيث يمتص الهيدروجين بسرعة عند تكونه.



الشكل(1-21)مقطع عرضي مبسط يوضح(a)خلية زنك-كربون جافة و(b)خلية المغنيسيوم-القلوي الجافة

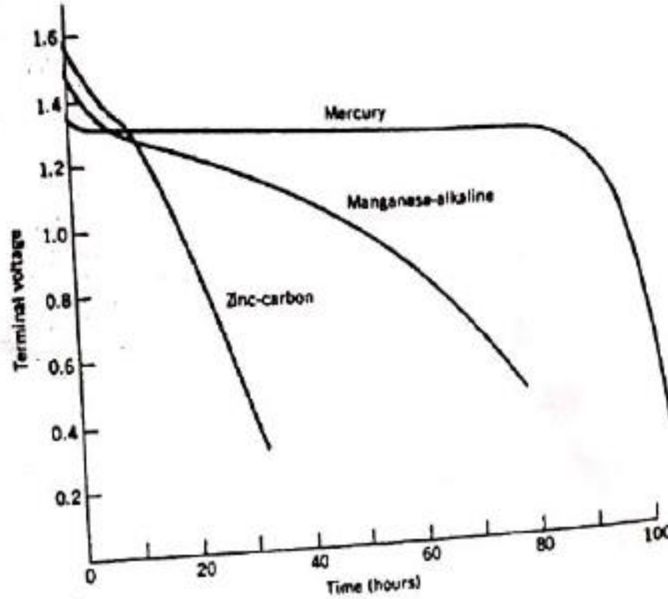
هناك ثلاث مجموعات من الإلكترودات والالكتروليتات تستخدم في تصنيع بطاريات الخلية الجافة التجارية، إن تركيب الخلية الجافة الأساسية الموضحة في الشكل (1-21 a). يستخدم الزنك كإلكترود سالب وقضيب الكربون كإلكترود موجب وعجينة الإلكتروليت تتكون من كلوريد الألمنيوم كلوريد الزنك كما هو موضح في الشكل (1-21 a). معظم الفراغ في خلية الزنك- الكربون يملأ بمانع الاستقطاب، المادة الفعالة فيه هي أوكسيد المغنيسيوم.

بالرغم من أن التفاعل الكيميائي هنا ليس بسيطاً مثل التفاعل الكيميائي لخلية المعدن- الحامض السائل إلا إن النتائج واحدة. إن الايونات السالبة الموجودة في الإلكتروليت تحاول أصداء الزنك وذلك بإضافة الكترونات زائدة على إلكترود الزنك ومن ثم فان ايونات الهيدروجين تسطو على الكترونات قضيب الكربون، وبذلك تتكون شحنة موجبة على إلكترود الكربون. مرة أخرى فقاعات الهيدروجين تحاول تشكيل إلكترود موجب، لكن أوكسيد المغنيسيوم المانع للاستقطاب يتحد مع الهيدروجين ليمنع حدوث استقطاب. بعض المواد الالكتروليتية والجرافيت (وهو موصل كهربائي) تخلط مع مانع الاستقطاب وبهذا تزيد من مساحة سطح الإلكترود الموجب. تغلف الخلية داخل البطارية لمنع تشكل غاز الهيدروجين وجعل البطارية الجافة قابلة للنقل كاملةً. الفولتية المولدة باستخدام بطارية زنك - كربون جافة قياسية تساوي 1.5 V بالمقارنة مع 1.1 V الذي تنتجه خلية الزنك - النحاس السائلة. لكن بطارية الزنك - الكربون ليست بدون عيب. فالشوائب في البطارية تسمح للتفاعل

الكيميائي الداخلي بالاستمرار حتى إذا فتحت الدائرة الخارجية. لهذا فان فترة خزن بطارية الزنك - الكربون محدودة. إن الشكل المتطور لبطارية الزنك- الكربون هي خلية المغنيسيوم - القلوي المبينة في الشكل (1-21 b). من اسمها فان الإلكتروليت هو محلول قلوي من هيدروكسيد البوتاسيوم أو أكسيد الزنك. مازال الإلكترود السالب هو الزنك ولكنه بدرجة عالية من النقاوة لتقليل التفريغ الذاتي خلال التفاعل الداخلي. أما الإلكترود الموجب فمصنوع بواسطة ضغط أوكسيد المغنيسيوم النقي في اسطوانة. وبالتالي فان الإلكترود الموجب يقوم بعمله كمانع استقطاب. كما موضح في الشكل (1-21 b) خلية المغنيسيوم - القلوي تبنى داخلياً وخارجياً من بطارية الزنك - الكربون. وهذا يزود الإلكترود الخارجي بمساحة سطحية عظمى لمنع حدوث الاستقطاب. تغلف الخلية كاملاً بفولاذ عديم التسرب. تنتج خلية المغنيسيوم - القلوي 1.0 V أيضاً، وبسبب طبقة التلاؤم (الداخلي والخارجي) لمنع الاستقطاب ذاتياً للإلكترود الموجب فان بطارية المغنيسيوم - القلوي يمكنها إبقاء فولتيتها النهائية عند سريان تيار معين لفترة زمنية أكثر من ضعف الفترة الزمنية لبطارية زنك - كربون لها نفس الحجم الفيزيائي. وهذا يزيد من عمر عمل بطاريات المغنيسيوم - القلوي اكثر من أن يعادل الكلفة العالية المصاحبة لتركيبها الأكثر دقة.

النوع الثالث من أنواع البطارية الجافة لديه أيضاً إلكترود زنك سالب و إلكتروليت من هيدروكسيد البوتاسيوم. إن الإلكترود الموجب لخلية الزئبق هو اسطوانة منع استقطاب ذاتية من أكسيد الزئبق. بالإضافة إلى الشكل الاسطواني المالوف ،تشكل خلية الزئبق على شكل زر صغير بحيث تستخدم في وسائل تقوية السمع وفي الساعات الكهربائية. مثل هذه الخلية تتكون من رقائق صغيرة من الزنك الملغم (مزيج الزنك بالزئبق) وأوكسيد الزئبق المفصولين بواسطة رقاقة من مادة ماصة مشبعة هيدروكسيد البوتاسيوم كمحلول إلكتروليت. مرة أخرى التكلفة العالية لبطارية الزئبق الجافة تعادل الفولتية العالية التي تنتجها. إن الفولتية النهائية لخلية الزئبق 1.3V اقل قليلاً من فولتية بطارية المغنيسيوم - القلوي وبطارية الكربون-الزنك. الخلايا الجافة عادة تركب بحيث تستخدم كخلايا أولية . الشكل (1-22) يوضح الطريقة التي تحاول

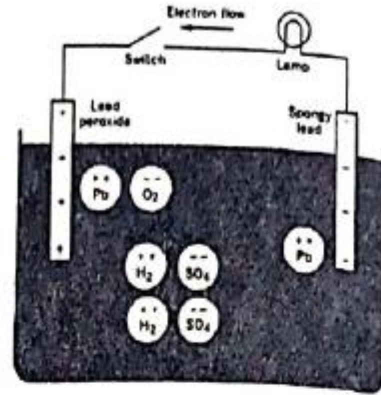
الأنواع الثلاثة للبطاريات الجافة الحفاظ على فولتيتها النهائية وذلك عندما تفـرغ لحظياً خلال ثلاثة أحمال متطابقة لها نفس الحجم الفيزيائي.



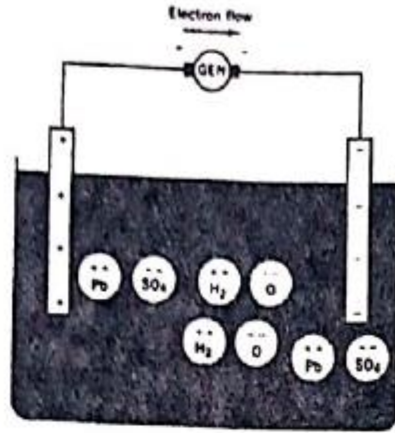
الشكل(22-1) خصائص التفريغ للبطارية الجافة

توجد خلية سائلة خاصة من المستحسن الإشارة إليها عنـد هـذه النقطـة وهـي خليـة المركـم الرصـاصي الموضحـة في الشـكل (23-1) والشـكل (24-1). التفـاعل الكيميائي هنا لا يسمح بتحرر أي غاز عندما تفرغ الخلية طاقتها الكيميائية. وبذلك لا يحدث أي استقطاب. يسمح غياب الاستقطاب مع وجود القدرة على تحويـل الطاقـة الكيميائية إلى طاقة كهربائية بشكل سريع للبطارية بالحفاظ على فرق جهد لا بأس بـه بين نهايتيها حتى عندما يكون ا التيار في الدائرة 100A. إن المعدل العالي لتحول الطاقة في

خلية المركم الرصاص يجعلها مفيـدة خاصـة في التطبيقـات الصناعيـة. في هـذه الحالة فان إعادة شحن البطارية بواسطة تحويل الطاقة



الشكل(23-1) التفاعل الكيميائي في المركم الرصاصي عند التفريغ



الشكل (24-1) التفاعل الكيميائي في المركم الرصاصي عند الشحن

الكهربائية الزائدة ثانية إلى طاقة مخزونة بشكل كيميائي ممكنـه اقتصادياً. الخلية التي أعيد شحنها بهذه الطريقة تسمى خلية ثانوية(secondary cell). إن قـدرة المركـم الرصاصي على خزن الطاقة بشكل كيميائي يفسر تصنيفه العام كبطارية خزن(storage battery). النظام الكهربائي للسيارة مثال جيد لدورة الشحن وإعادة الشحن للمركـم الرصاصي. فعندما نبدأ بتشغيل السيارة تتحول الطاقة المخزونـة بصـورة كيميائيـة إلى طاقة كهربائية لتشغيل بادئ المحرك. و عندما تسـير السـيارة في الطريـق العـام تعكـس زيادة الطاقة الكهربائية (المكتسبة من استهلاك الطاقة الحركية الناتجة من المحـرك والـتي بدورها آتية من الطاقة الكيميائية للوقود.... الخ) الناتجة من المولد التفاعل الكيميـائي داخل البطارية لخزن الطاقة إلى زمن آخر عند بداية تشغيل السيارة. يتكون إلكتروليت خلية المركم الرصاصي مـن حـامض الفوسـفوريك المخفـف بالمـاء. أمـا الإلكـترود ا لموجب فيتكون من فوق أكسيد الرصاص المدعم بسبيكة صلبة من انتيمون الرصاص. أما الإلكترود السالب فيتكون من غـلاف صلـب مشـابه، لكـن الرصـاص هنـا نقـي وبشكل إسفنجة. يكوّن حامض الفوسفوريك في المحلول ايونـات كبريتـات SO_4 الـتي تستعير إلكترون من كل ذرة هيدروجين من الذرتين الموجودتين في جـزيء الحـامض. ايونـات الكبريتـات هـذه نشـطة كيميائياً ، تتحـد مـع الرصـاص الموجـود في كلتـا الصفيحتين لتكوين كبريتات الرصاص. ولان كبريتات الرصاص لا تذوب لذلك فان

كل إلكترود يستقبل إلكترونان. يترك اتحاد جزيئين من الحامض لتكوين جزيء من كبريتات الرصاص عند كل إلكترود أربعة ايونات هيدروجين وحيدة تبحث عن الكتروناتها المفقودة. يمكنها اكتساب هذه الالكترونات بالاتحاد مع الأكسجين المتوفر عندما يكوّن الرصاص الموجود في أكسيد الرصاص الخاص بالإلكترود الموجب كبريتات الرصاص. في التفاعل الكلي لجزيئين من الحامض يترسب إلكترونان على الإلكترود السالب. وبالرغم من أن إلكترونان ترسبا على الإلكترود الموجب فان أربعة الكترونات أخذت منه عند اتحاد الهيدروجين مع الأكسجين لتكوين ماء إضافي. لهذا فان التأثير الكلي عند الإلكترود الموجب هو ضياع إلكترونين. عندما تفرغ البطارية خلال المصباح في الشكل (23-1) فان التفاعل الكيميائي يستمر في تقليل كلا الإلكترودين وإنتاج كبريتات الرصاص ويصبح الحمض اضعف واضعف عندما تختفي كبريتات الهيدروجين وينتج الماء. وعندما تشحن البطارية تنساب الالكترونات من النهاية السالبة مروراً خلال المصباح والمفتاح إلى النهاية الموجبة. لإعادة شحن البطارية يجب أن يعكس التفاعل الكيميائي. يجب أولا أن تفصل ايونات الهيدروجين والأكسجين الموجودة في الماء. وهذا يحدث بتوصيل تيار مستمر DC خارجي باستخدام المولد بحيث يمكنه اخذ الالكترونات من الإلكترود الموجب للبطارية إلى النهاية السالبة للبطارية. انسياب الالكترونات خارج البطارية يكون باتجاه معاكس لاتجاه تيار التفريغ الموضح في الشكل (23-1). ونتيجة لإزالة الالكترونات من النهاية الموجبة وإضافة الكترونات إلى النهاية السالبة فان فرق الجهد بين الإلكترودين المبينين في الشكل (24-1) يزداد أكثر من ذلك الناتج عادة من التفاعل الكيميائي للبطارية نفسها. فرق الجهد الزائد يجذب ايونات الأكسجين إلى الإلكترود الموجب ويأخذ الكتروناتها الزائدة بعيداً عنها. باخذ الالكترونات الزائدة يصبح الأكسجين نشط جداً ويتحد مع الرصاص الموجود في كبريتات الرصاص لإعادة تشكيل فوق اكسيد الرصاص على الإلكترود الموجب. إن المولد الخارجي يجب أن يستخدم الطاقة لتحريك الإلكترونين اللذين اخذ هما من ايون الأكسجين إلى الإلكترود السالب. إن إعادة تكوين الأكسجين من جزيئين من الماء ومن جزيء كبريتات الرصاص يحرر أربعة ايونات من الهيدروجين وايون من الكبريتات. ايونان من الهيدروجين تتحد مع

ايون الكبريتات لتكوين جزيء من حمض الكبريتيك. أما الايونان الآخران فيجذبان إلى الإلكترود السالب حيث تكتسب مرة أخرى الكتروناتها المفقودة. وهذا يسمح للهيدروجين بان يصبح نشط ويتحد عند الإلكترود السالب مع الكبريتات الناتجة من كبريتات الرصاص الغير متأينة ، وبهذا ينتج جزيء آخر من حمض الكبريتيك ويرسب على إسفنجة الرصاص النقية الموجودة على الإلكترود السالب. يوجد شكل آخر من البطارية الثانوية وهو خلية النيكل-الكادميوم. هذه الخلية أكثر متانة من بطارية المركم الرصاصي ويمكن أن تكون كلها سائلة وهذا يجعلها مناسبة للتطبيقات القابلة للنقل. لسنين طويلة ظلت التكلفة العالية لهذه البطارية تحد من استخدامها في التطبيقات الصناعية مثل أنظمة إشارات السكك الحديدية. لكن حاليا زاد الاحتياج إلى خلية ثانوية صغيرة بحيث يمكن استخدامها في وحدات وميض الصور الالكتروني ومكائن الحلاقة الكهربائية الغير شريطية .. الخ من شعبية بطارية النيكل- الكادميوم. الإلكترود الموجب لخلية النيكل-الكادميوم هو غلاف به هيدروكسيد النيكل والجرافيت. الإلكترود السالب يتكون من خليط من الكادميوم مع أكسيد الحديد. أما الإلكتروليت فهو هيدروكسيد البوتاسيوم. الفولتية المتولدة من خلية النيكل الكادميوم هي 1.2 V فقط مقارنة مع 2 V لخلية المركم الرصاصي.

ابو محمد المراجي

الفصل الثاني

المقاومة الشغل والقدرة

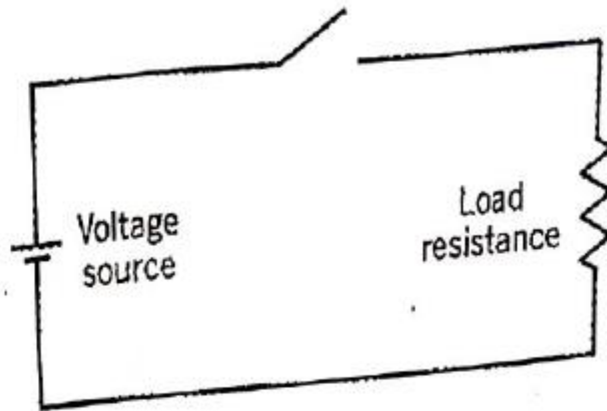
الفصل الثاني

المقاومة، الشغل والقدرة

Resistance, Work and power

المقدمة: Introduction

في الدوائر الكهربائية الاساسية الموضحة في الشكل (1-2)تم استخدام الرمز العام لتمثيل مصدر الفولتية (جدول1-1).وعلى الرغم من ان الرمز يمثل رمز بطارية مفردة ،فاننا سنستخدمه في الصفحات القادمة لتمثيل مصدر فولتية للتيار المباشر عندما يكون اهتمامننا بقيمه فرق الجهد الناتج وليس بالطريقة او الاسلوب الذي تولد به الفولتيه ، وغالبا ماتشاهد كل ذلك من مصدر الفولتية التي تقوم شركة الكهرباء بتوفيره والذي نراه على سبيل المثال ،عباره عن نقطتين تقوم بتوصيل المصباح او اي جهاز كهربائي اخر ، ويمكننا ان نبين ان هاتين النقطتين تمثلان بالفعل مصدر للفولتيه وذلك بربط فولتميتر عبر النقطتين (لاحظ الشكل 8-2)يعتبر قيمة الفولتيه المسلطة خاصية لمصدر الفولتية وهي مستقلة تماماعن الدائرة الكهربائية بالمصدرو نريد الان ايجاد مايتحكم بالقيمة العددية للتيار الكربائي المتدفق عند غلق المفتاح (Switch)في الدوائر الكهربائية الاساسية في الشكل (1-2)



الشكل(2-1)

2-1 قانون اوم للتناسبيه الثابته: Ohm's Law of Constant Proportionality

منذ مئات السنين التي قد مضت اكتشف جورج سيمون اوم ان كـل مـرة قـام فيها بغلق المفتاح (السويچ)في الدائرة الموضحه في الشـكل (2-1)،اصبـح للتيـار قيمـه ثابتة نفسها . بعد ذلك اكتشف عند ثبوت درجه حراره الموصل عند مضاعفه الفولتيـه يتضاعف التيار بنفس القيمة . وهذاهو نص قانون اوم للتناسـب الثـابت . ويمكـن التعبير عن قانون اوم بصيغه المعادلات كمايلي :

$$k = \frac{E}{I} \quad \text{.......................................} \quad (2\text{-}1)$$

حيث E هـي الفولتيـه المسـلطة بـالفولت ، I هـو التيـار النـاتج بالامبـير ،K هوثابت عددي

وذا استمرينا في الاكتشافات اكثر من ذلك نجد ان اوم اكتشف ان بتغـير حجـم الموصلات او الحمل (load)ينتج عنه قيمه مختلفه للتيار الكـهربائي ، اي قيمـه اخـرى للثابت العددي اذاكان التيار 1 امبير عند تسليط فولتيه قدرها 10 فولت يكون عندهـا الثابت $\frac{10}{1}$او ببساطه 10، واذاكان التيار 0.5 امبيرعند تسليط فولتيه قدرهـا 10فولـت

فـان قيمـة الثـابت تكـون $\frac{10}{0.5}$ او 20.مـن هـذه النتـائج ، اسـتنتج اوم ان النسـبه الثابته($\frac{E}{I}$)لدائره معينه ثابته هي خاصيه لتلك الدائرة.وكذلك عند تسليط قيمه معينـه للفولتيه فان التياريجب ان يقل اذا زادت قيمـه الثـابت العـددي او عندهـا يمكننـا ان نقول عن هذا الثابت انه يمثل معاوقه الدائـره لجريـان حـاملات الشـحنه فيـها. هـذه الخاصيه يجب ان تعطى اسماً يدل على المعاوقه مثل المقاومه اذا المقاومه هـي المعاوقـه التي تبديها الدائرةالكهربائية للتيارالكهربائي المار خلالها ويرمز للمقاومه بالرمز R

يمكننا ان نعوض الرمز R بدلا عن الثابت Kفي المعادله (1-2) كما يوجـد هنـاك تغيريمكننـا ان نبديـه في المعادلـة(1-2) كمـا لاحظنـا في الشـكل(8-2) اذاقمنـا بفتـح السويج(المفتاح)في الدائرة في الشكل (1-2) يصبح التيار عندها صفرا. ووفقا للمعادله (1-2) فان مقاومة الدائرة في هذه الحاله لانهائيه.

ونجد ان ذلك صحيحا عندما تقول أن المفتاح (السويج) هـي جـزا مـن تركيبـة تلك الدائره الكامله.مقاومه مفتاح (سويج) المفتوح يجب ان تكون لانهائيه.لكننا غالبا مانهتم اكثر في تحديد مقاومه الحمل(load)كما لا حظنا في الشـكل(7-2) عندمـا كـان المفتاح (سويج) مفتوح والتيار صفرا كان هناك ايضا هبوط فولتيه مقداره صفرا علـى الحمل (load). اذا حتى تكون المعادله

(1-2) صحيحه في تمثيل المقاومه على الحمل (load) فقط، يجـب ان نعـبر عنـها بدلالة هبوط الفولتية (Voltage drop)على الحمل (load) بدلاعـن الفولتيـه المسـلطه على الدائره كامله.

على الرغم من صحة التعبير عن المقاومه بمصطلح فولت لكل امبير الا ان نسبة الى اكتشاف اوم تقرر مايلي :

1- الاوم هي وحده عاليه لقياس المقاومه الكهربائيه

2- رمز تلك الوحده (الاوم)باليونانيه هو Ω (اوميقا)

وبذلك يمكن التعبير عن المعادله (1-4)كمايلي:

$$R = \frac{V}{I} \quad (2-2)$$

حيث R هي المقاومه بوحدة الاوم، V هو هبوط الفولتيه على المقاومه بوحدة الفولت، I هو التيارالمار خلال المقاومه بوحدة الامبير وقيمة الاوم لجدها بطريقه تلقائيه حيث :

تكون مقاومة الدائره كهربائيه واحد اوم عندما يمر خلالها تيار مقداره واحد امبير وينتج عنه هبوط فولتيه على الدائره بمقدار فولت واحد. قليل من الناس في وقتنا الحالي غالبا مايستذكرون ان نص قانون اوم للتناسب الثابت هو الذي اجاز لنا تعريف المقاومه وستنبط وحده لها ونتيجه لذلك فاننا نعبرعن قانون اوم بالمعادله التاليه:

$$R = \frac{V}{I}$$

مثال (1-2) ماهي مقاومةمصباح كهربائى عندما يمر فيه تيار قدره 150mA و الفولتيه المسلطه عليه 6.0 V ؟

الحل :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6.0V}{150mA} = 40\,\Omega$$

مثال (2-2) :

ماهي قيمة المقاومه المطلوبه لتحديد التيار خلالها الى 20μA اذا كان هبوط الفولتيه عليها 480mV ؟

الحل :

$$R=\frac{V}{I}=\frac{480mV}{20\mu A}=24000\Omega=24K\Omega$$

2-2 طبيعه المقاومة: The Nature of Resistance

لاحظنا سابقا ان الالكترونات الحره للموصلات المعدنيه تتحرك بصوره عشوائيه بين ايونات المعدن في التركيب البلوري للموصل مما يودي الى زياده او نقصا في طاقتها الحركيه . ويحدث معظم هذا التيار في الطاقه بسبب اهتزاز لايونات المعدن في تركيبة البلوره كنتيجه لطاقة التسخين التى يملكها الموصل.وعند تسليط فولتيه على الموصل تستمر الحركه العشوائيه ولكن ينشا عن هذه الحركه العشوائيه انحراف كلي على طول الموصل وحيث ان الالكترون يمثل كتله معينه وعند ما تتحرك على طول الموصل تتحول الطاقه الكامنه التي يوفرها المصدر الى طاقه حركيه مصاحبه لسرعة الالكترون .

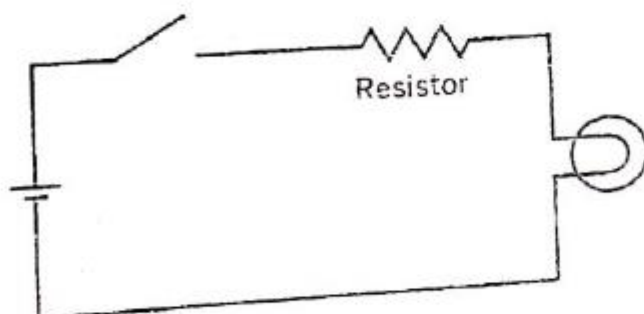
قبل ان يبتعد الالكترون كثيرا في رحلته على طول الموصل،يصطدم مع ذرات المعدن وينتج عن هذا الاصطدام انخفاض ملحوظ في سرعة الالكترون. وكنتيجه لذلك فان بعض من طاقه الا لكترون الحركيه المكتسبه تنتقل الى الذرات التي اصطدمت بها في شكل طاقه حراريه(تماما مثل تصفيق اليدين الشديد ينتج عنه تحول الطاقه المكانيكيه الى طاقه حراريه) وبعد الاصطدام فان الالكترون الحريثار مره اخرى بواسطه الفولتيه المسلطه حتى يتحرك و يكتسب طاقه حركيه اكثر .و مره اخرى فانه سيصطدم مع احدى ذرات المعدن ويعطي جزا من طاقته الحركيه بشكل حراره.وبالتالي،فان استمرار الالكترونات التي تشكل حاملات الشحنه في الموصل المعدني التي يتم تصنيفها بعمليتين متبادليتين عمليه زياده في السرعه بتعجيل (خلال فترة انتقال الطاقه الكامنه من المصدر الى الالكترون في هذه الحركه) وعمليه نقصان مفاجا في السرعه (خلال الفتره التى يتم فيها انتقال جزءا من الطاقه الحركيه للالكترون الى ذرة المعدن الموصل على شكل حراره)

هذه الاصطدامات العديده التى تشكل معاوقه للتيار الكهربائى هي خاصيه للموصلات الكهربائيه تعرف بالمقاومة . ونتيجه المقاومه في الدوائره الكهربائيه هي

تحويل الطاقه الماخذة من المصدر الى طاقه حراريه عند ما تسرى حـاملات الشـحنة في الموصلات التى تمتلك هذه الخاصيه.

المقاومه هي خاصيه مرغوبه في بعـض مكونـات الدوائـر كالمصبـاح والكاويـة الكهربائيه حيث انهما ينتجان طاقه حراريه .و في بعض الدوائر مثل الموصـلات التـى تربط الحمل (load)مع المصدر كما في الشكل (1-2)

(تكون المقاومة خاصيه غير مرغوبه .وليس فقـط ان بعـض طاقـات في النظـام تبدد بشكل حراره في الموصلات بل اذا زادت الحراره الناتجه اكبر مما تبدد الموصـلات او تمرره الى الجو المحيط،فان درجة حراره الموصل ترتفع الى الحد الذي تبدا فيه خطوره الحريق غالبا ما ندخل مقاومة في الدائرة الكهربائية كوسيلة للحـد مـن التيـار المـار في الدائره. على سبيل المثال في الدائرة المبينة في الشـكل (2- 2) فيمكـن ربـط مقاومـة صغيره على التوالي مع المصباح و البطارية . الان تسـري الالكترونـات الحـرة خـلال المصباح و المقاومة والمقاومة المضافة تكمل الدائرة الكهربائية



الشكل(2-2)

بما أن المقاومة المضافة تولد حرارة عند مرور التيار خلالهـا وعليـه مـن المفضـل ربط المصباح إلى البطريه بواسطة اسلاك ذات مقاومة .ويفضـل التعبيـر عـن المقاومـة كعنصر وحيد في الدائرة الكهربائيه و التى تصمم لتبديد الحرارة دون اتلافها او التاثير على المكونات الغريبه منها.

2-3 عوامل تحكم المقاومة للموصلات المعدنيه:

Factors Governing the Resistance of Metallic Conductors

اضاف أوم في قانون التناسب الثابت شرط وهو أن تكون درجة الحرارة ثابتة لذلك فإن الحرارة تؤثر على مقاومة الموصلات الكهربائية و لذلك نستطيع بسهولة فحص ذلك في المختبر بواسطة مقياس V/Iنسبة المقاومة لتشغيل مصباح بمعدل قيمة الفولت اللحظي (المتوهج)V/I وعند ما القياس يقل بنسبة (10%) عند تطبيق الفولت عليه من قيمته والفتيله الرقيقة داخل المصباح الكهربائي تخفت وخاصة إذا انعدم الضوء سوف نجد الحالة الحقيقية واي درجة حرارة تؤثرعلى المقاومة في الموصلات المعدنية و سنفرض في هذا الفصل بقاء الحرارة ثابتة في الغرفة العادية التي درجتها الحراريه 20C°.

إذا قطعنا سلكين من نفس البكره وأحدهما يكون ضعف طول الثاني في ترتيب الإلكترونات لتجعل شريطه متكامل خلال السلك الطويل سيكون مرتين ليعطي فرص كثيرة للمعاوقه مع المواد الموصلة للذرة وبالتالي فإن المقاومة في السلك الطويل للتيار الكهربائي أكبر مرتين من السلك القصير إذا مقاومة الموصلا ت المعدنية الكهربائيه تتناسب مباشرة مع طولها .

أذا أخترنا سلك ذو حجم مضاعف فإن مساحة المقطع العرضي لحجم لسلك الآخرذو مساحة نصف الاول ولهما نفس الطول وأذا ربطنا السلكين من المقطع العرضي الصغير بالتوازي يكون المقطع العرضي لهما يساوي نفس المقطع العرضي للكبير والتيارالناتج فان V/I = R التيار المضاعف بدون أي تغير في الفولت يمثل نصف المقاومة الكلية ولذلك كلما كبر المقطع العرضي لمساحة الموصل تقل المقاومة.

وتكون لبعض المواد الكترونات حره لوحدة الحجم اكثر من المواد الاخرى والمواد التى لها اكثر الكترونات حرة تكون افضل المواد الموصله .

وكلما ازداد عدد حاملات الشحنات في الموصل ذو ابعاد معينه تقل نسبة الطاقه الكليه التي يحملها أي الكترون وبذلك تقل الطاقه المتحوله الى حراره بالتصادم مع

الذرات الموصله وبذلك يكون السلك الفضي اقل مقاومة من السلك النحاسي الذي له نفس الابعاد وكذلك مقاومة السلك النحاسي تكون اقل من مقاومة سلك الالمنيوم الذي له نفس الابعاد وعليه فان (مقاومة الموصل المعدني الكهربائي تعتمد على نوع الماده الموصله).

2-4المقاومة النوعية : Resistivity

ولمعرفتنا ان مقاومة الموصل متناسبة مباشرة بطول الموصل إذا اعطينا وحدة مقاومة طولية لسلك نستطيع بسهولة أن نحسب طول أي سلك وخصوصاً المادة التي تملك نفس القطر بالمثل نظراً لمعرفتنا أن مقاومة الموصل متناسبة عكسياًمع مساحة المقطع فإذا أعطينا مقاومة طول سلك بوحدة مساحة المقطع العرضي نستطيع ان نحسب المقاومة بدلالة طول سلك لنفس المادة ومساحة مقطع عرضي باجتماع كلتا العبارتين وبمعرفتنا لمقاومة موصل ما نستطيع أن نحسب مقاومة لاي قطر أوحجم موصل لنفس المادة عند نفس درجة الحرارة .

مثال (3-2):

موصل كهربائي طوله 1m ومساحة مقطعه العرضي $1\ mm^2$ ذو مقاومه 0.017 ohm جد قيمة مقاومة لـ 5m لسلك لنفس المادة مع مساحة المقطع العرضي لـ $0.25\ mm^2$ ؟

الحل :

$$\frac{R2}{R1}=\frac{L2}{L1}\times\frac{A1}{A2}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-3)$$

$$\therefore R2=0.017\Omega\times\frac{50m}{1m}\times\frac{1mm^2}{0.25mm^2}=3.4\Omega$$

في المثال (3-2)اقترح طريقة مناسبة لتبين تاثير نوع المادةعلى المقاومةالتي يعطيها موصل في حالة قياس مقاومة الموصلات مع وحدة الطول و وحدة مساحة المقطع التي تصنع منها المادة منها .

والمقاومة لوحدة الطول ومساحة المقطع للمواد الموصلة تعرف با لمقاومةالنوعيه لكل المواد و يرمز للمقاومة النوعيه للمواد بالحرف اليوناني (؟)

ولتحديد وحدة القاومه النوعيه في النظام العالمي يمكن ان نتطبق تحليل الوحدات ، $R = V/I$ ohm = volts ÷ amperes لكن الفولت بين النهاية أو المقطع الطولي للموصل و التيار يقاس خلال المقطع العرضي للمساحة وهذا من تعريف المقاومية

؟ = فولت لكل وحدة طول ÷ أمبير لكل وحدة مساحة المقطع العرضي

$$\text{متر . اوم} = \text{متر} \times \frac{\text{فولت}}{\text{امبير}} = \frac{\text{متر}^2}{\text{امبير}} \times \frac{\text{فولت}}{\text{متر}}$$

حيث أن اوم. متر هي وحدة المقاومةالنوعيه في النظام العالمي

ويرمزلها بـ اوم . متر بالرمز Ω . m

والحراره تؤثر على مقاومة موصلات الكهربائية وقيم مقاومة النوعيه للمواد باختلاف المواد الموصلة والتي تتحمل درجة حرارة معينة غالباً تكون 20 درجة (Celsius) جدول (1-2)يبين المقاومة النوعيه لبعض المواد الموصلةالاكثر شيوعاً عند درجة حرارة 20C°

في المعادلة (3-2) أذا ضبطنا $\ell_1 = 1m$ و $A_1 = 1m^2$ سوف تصبح قيمة؟ كما في الجدول (3-2) ويمكننا الان اعادة كتابة المعادلة (3-2)لحساب في مقاومة أي موصل عند درجة حرارة الغرفةالعادية .

$$R = \rho \times \frac{\ell}{A} \quad \text{...(2-4)}$$

حيث R مقاومة المادة الموصلة بالاوم و ℓ هو طول الموصل بالمتر و A وهي مساحة المقطع العرضي با لمتر المربع و ؟ المقاومة النوعيه للمادة الموصلة با الأوم متر في درجة حراره 20C°

الجدول (2-1)

مادة الموصل	المقاومية بالاوم متر(m . ?)
فضة	1.64×10^{-8}
نحاس	1.72×10^{-8}
الومونيوم	2.83×10^{-8}
التنجيستين	5.5×10^{-8}
النيكل	7.8×10^{-8}
الحديد(النقى)	12.0×10^{-8}
كونستنتان	49×10^{-8}
نيكروم	110×10^{-8}

مثال (2-4):

جد مقاومةالالمونيوم الموصل الكهربائيه الذي طولة200m في درجة حرارة 20C° ومساحة مقطعه العرضي $4mm^2$ ؟

الحل :

نستخدم قيمة ؟ للألمونيوم من الجدول (2-1)

$$R = \rho\times\frac{l}{A} = 2.83\times10^{-8}\,\Omega.m\times\frac{200m}{4\times10^{-6}m^2} = 1.415\Omega$$

اغلبية الموصلات الكهربائية لها مقطع عرضي دائري . اذا علمنا مقدار القطر العرضي للموصل نستطيع بعد ذلك ان نعبر عن ذلك المقطع العرضي بالمتر المربع .

مثال (2-5):

ما المقاومةعند درجة حرارة الغرفة لسلك من الحديد حديد طوله 60m وقطره 0.64mm ؟

$$A = \pi r = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.64^2 \, mm = 3.217 \times 10^{-7} m^2$$

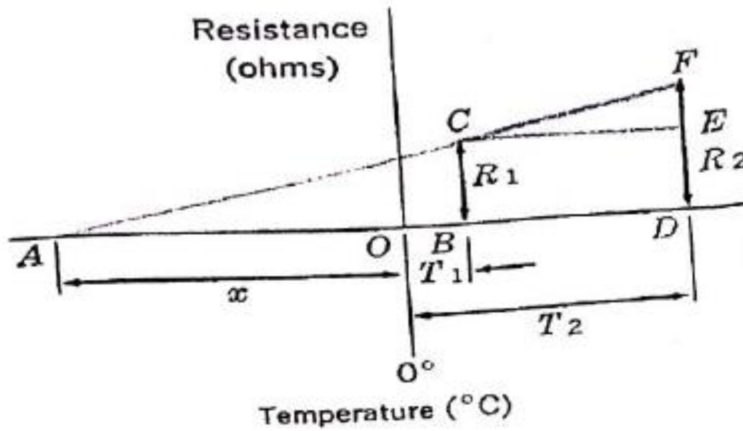
$$R = \rho \times \frac{1}{A} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega.m \times \frac{60m}{3.217 \times 10^{-7} m^2} = 3.2\Omega$$

2-5 تاثير الحراره على المقاومه: Effect of Temperature on Resistance

لاحضنا سابقا تاثير الحراره ستؤثر على مقاومه الموصل الكهربائي و لكن منذ افتراضنا ان درجة الحراره

تبقى ثابته عند 20°c؛ فان النسبه للمُقاومه (كالمقترح سابقاً)هي $\frac{V}{I}$ ، لذلك نجد ان في اغلبية مواد التوصيل ترتفع المقاومه بصوره خطيه مع الارتفاع في درجة الحراره فوق الحراره الاعتياديه .في الشكل اذا كانت R_1 مقاومة موصل معينعند درجة حرارة T_1 و R_2 مقاومه عند درجة حرارة T_2. الخط المستقيم CF يمثل نوع المقاومه المتغيره ادرجات الحرارة بين T_1 و T_2 وانحدار الخط CF يعتمد على نوع الماده .

تطورت بعض السبائك مثل (التنكتين) واغلبه قليل التاثير بالحراره وهناك القليل من المواد مثل الكربون واشباه الموصلات التى تاثيرها بالحراره سلبي وهو ان المقاومه تتناقص عندما ترتفع الحراره



الشكل(3-2)

بما ان CF في الشكل (3-2) يمثل خط مستقيم تستطيع ان تميز في الجهه اليسار خط القاعده على النقطه A وكذلك ينتج مثلثين متشابهين ABCو ADF وبما ان هذين المثلثين متشابهين اذا نستطيع توضيحهم على الشكل التالي :

$$\frac{DF}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AO+OD}{AO+OB}$$

بتعو الخواص الكهربائيه للشكل الهندسي نحصل

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{X+T_2}{X+T_1} \qquad (2-5)$$

حيث R_1 هي مقاومة الموصل عند درجة حراره T_1 ، R_2 هـي مقاومـة الموصـل عند درجة حراره T_2

و X هو الثابت الذي يعتمد على نوع الماده المستخدمه في الموصل

الجدول (2-2) يعطي القيمه العدديه لــ X لبعـض المـواد الكهربائيـه الموصلـه والقيمه X هي الثابت لاي ماده معطاة

الجدول (2-2) يعطي القيمه العدديه للمتغيرX لبعض المواد الموصله كــهربائيا . ان قيمة Xهي ثابته لاي مادة موصله معينه . ان مقاومــة الموصـل المعدنـي تصل الى الصفر عند درجة الحراره المطلقه -273c° .

الخط Ac في الشكل (3-2)يمثل المسـقط الهندسـي للجـزاء الخطـي لخصـائص المقاومة الحراريه لمختلف المواد الموصله بحيث يكون الحل لمعرفـه تاثـير الحـراره علـى المقاومة بواسطة المعادله الخطيه(2-6)

$$R = \rho \frac{\ell}{A}\left(\frac{X+T}{X+20}\right) \qquad (2-6)$$

الجدول (2-2)

قيم X لبعض المواد المعدنية الموصلة للكهربائية الشائعة (أنظر الشكل (3-2))

المادة الموصلة	(C؛)X
فضة	243
النحاس	234.5
الالمونيوم	236
التنجستن	202
النايكل	147
حديد	180
نيكروم	6250
كونستنتان, (55% Cu 45%Ni)	125000

مثال (2-6):

موصل نحاسي له مقاومة 12Ω عند 20؛C .ماهي مقاومتة عند 100؛C ؟

الحل :

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{X+T_2}{X+T_1} \text{ or } R_2=R_1\frac{X+T_2}{X+T_1}$$
$$\therefore R_2=12\Omega\times\frac{(234.5+100)}{(234.5+20)}=\frac{12\times 334.5}{254.5}=15.77\Omega$$

مثال (2-7):

عند حرارة 20C° تكون مقاومة (constantan) 10000Ω كم تكون مقاومته عند أرتفاع درجة الحرارة الى 40C°؟

الحل:

$$R_2=R_1\frac{X+T_2}{X+T_1}=10000\times\frac{(125000+40)}{(125000+20)}$$
$$R_2=10001.6\Omega$$

بالطبع يكون هناك قدرة لحساب التاثير الحراري على المقاومة نستطيع أن تستخدم التغير في مقاومة مادة معينة لحساب الحرارة في الحالات التي يصعب وضع الترمومتر.

مثال (2-8):

ملف مصنوع من النحاس في ماكنه كهربائية تمتلك مقياساً لعدة ساعات في غرفة درجة حرارتها 20C° تكون مقاومته 0.2Ω عندما يستخدم لساعات فأن مقاومة الملف وحدة 0.22Ω أحسب الارتفاع في حرارة الملف ؟

الحل :

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{X+T_2}{X+T_1}$$

$$\frac{0.22}{0.20}=\frac{234.3+T_2}{234.5+20}$$

وبإدخال المعلومات في الحاسبة ، نقوم بترتيب هذه المعادلة لوضع T_2 في الجانب الأيسر من أشارة المسا واه

$$T_2=\frac{0.22}{0.20}\times(234.5+20)-234.5=45.45°C$$

∴ الارتفاع في الحرارة $= T_2 - T_1 = 25.45°C$

اذا استخدمنا الآن المعادلة (4-4) لتعويض R_1 في المعادلة (4-5) نحصل

$$R=\tilde{n}\frac{l}{A}\left(\frac{X+T}{X+20}\right)$$

مع قيم ؟ وx المعطاه في الجدولين (1-2) و (2-2) تستطيع الآن أن تحدد الحرارة المعطاة للموصل المعدني لأي درجة حرارة .

مثال (9-2):

ماهي مقاومة سلك من النحاس طولـه (300m) متر مساحة قطعه العرضي ($1.5mm^2$) عند درجة حرارة 40°C ؟

الحل :

من الجدول (1-2)

$$\rho=1.27\times10^{-8}\Omega\cdot m$$

من الجدول (2-2)

$$X = 234.5°C$$

$$R = \rho \frac{l}{A}\left(\frac{X+T}{X+20}\right)$$

$$= 1.27\times10^{-8}\Omega\cdot m \times \frac{300m}{1.5mm^2} \times \frac{(234.5+40)°C}{(254.5+20)°C}$$

سلسة الحساب هي:

$$R = 1.72EE+/-8\times300\div1.5EE+/-6\times(234.5+40)\div(234.5+20) = 3.71\Omega$$

2-6 المعاملات الحرارية للمقاومة: Resistance Temperature Cofficients

بالرغم من أن الطريقة التي استخدمناها هي كافيه تماماً لحساب التأثير الحراري على المقاومة والثابت Xهو قاعدة على الشكل الهندسي الموضح ، لنشتق الطريقةالاخرى التي توضح تأثير الحرارة على مقاومة الموصل الكهربائي الخط CF يرسم بالتوازي مع خط القاعدة . لذلك المقاومة النوعيه (ρ) هي غالباً ما تعبر عند درجة الحرارة 20°C سوف نجعل T_1 دائماً يساوي 20°C . بما أن المثلث ABC هو شبيه المثلث؟ 20°وبذلك يمكننا أن نبين ذلك

$$\frac{FE}{BC} = \frac{CE}{AB} OR \frac{FE}{R_1} = \frac{\Delta T}{X+20}$$

حيث أن ΔT هي الفرق في درجة الحرارة (Degrees Celsius) بين T_1 و 20°C لذلك

$$FE = R_1\left(\frac{\Delta T}{X+20}\right)$$

بما أن CE و BD متوازيان

$$FE = R_1 + FE$$

$$\therefore R_2 = R_1 + R_1\left(\frac{\Delta T}{X+20}\right) = R_1\left(1+\frac{\Delta T}{X+20}\right)$$

اذا سمينا $\frac{1}{(X+20)}$ المعامل الحـراري للمقاومـة (عنـد 20°C) و يرمـز لـه بالحرف الإغريقي آلفا (α) (Alpha) .

$$R_2 = R_1(1+\alpha\Delta T)..(2-7)$$

حيث R_2 هي مقاومة الموصل عند أي درجة حرارة و R_1 هـي مقاومـة الموصـل عنـد درجـة °C 20 ، ؟ هـو معـامل الحـرارة للمقاومـة عنـد درجـة 20°C $[\alpha = 1/(X+20)]$ و ΔT هو الفرق(Degrees Celsius) بـين درجـة الحـرارة المعطاة ودرجة الحرارة 20C° .

بما أن R_1 تمثل المقاومة للموصل المعطى عند درجة حرارة 20C° . فان

$$R_1 = \rho \frac{l}{A}..(2-4)$$

$$R = \rho \frac{1}{A}(1+\alpha\Delta T)..(2-8)$$

حيث R هي مقاومة الموصل با لأوم (Ohm) ،ρ هي المقاومة النوعيه للمادة الموصلة با الأوم .متر (Ohm.meter) عند درجة الحرارة 20C° ℓ هو طول الموصل بالمتر (m) ، A هومساحه المقطع العرضي الموصل بالمتر المربع (Square meter) ، و Ω هو المعامل الحراري لمقاومة المادة (Ohmic change per ohm at 20C°) و ΔT هو الفرق بين درجه الحرارة و 20C° . بما أن المعامل الحراري $(\alpha_{20}) = \frac{1}{(X+20)}$ و X يعتمد على نوع المادة إذا المعامل الحراري للمقاومة تمثل بطريقة المقاومة لتلك المادة لكل تغير في درجة الحرارة من الحرارة المرجعية 20C° . نستطيع أن نحسب جدول المعاملات من العلاقة السابقه التى تبين العلاقة بين α و X

الجدول(2-3)

المعامل الحراري لمقاومة لبعض المواد الشائعة الموصلة للكهرباء	
المواد الموصلة	α_{20}
الفضة	0.0038
النحاس	0.00393
اللامنيوم	0.0039
تنجستن	0.0045
نايكل	0.006
الحديد	0.0055
نيكروم	0.00016
كونستنتان	0.000008
الكربون	-0.0005

مثال (2-9A):

ما مقاومة سلك نحاس طوله 300m متر ومساحة مقطعه العرضي $1.5mm^2$ عند درجة حرارة 40C° ؟

الحل:

من الجدول(2-3) $\rho = 1.72\times10^{-8}\Omega\, m$

$\alpha = 0.00393$

$$R = \rho\frac{l}{A}(1+\alpha\Delta T)$$
$$= 1.72\times10^{-8}\,\Omega m\times\frac{300m}{1.5mm^2}\times(0.00393\times20+1)$$
$$= 3.44\times1.079 = 3.71$$

مثال (2-10):

سخان كهربائي مصنوع من سلك من النيكل كروم ذو مقاومه 16 اوم عند درجة حرارة $1500\ C°$. فماهي مقاومته في درجة الحراره الاعتياديه ؟

الحل:

في هذا المثال فان R_2 اعطيت بالمعادله (2-7) و R_1 غير معروفه لذلك فان :

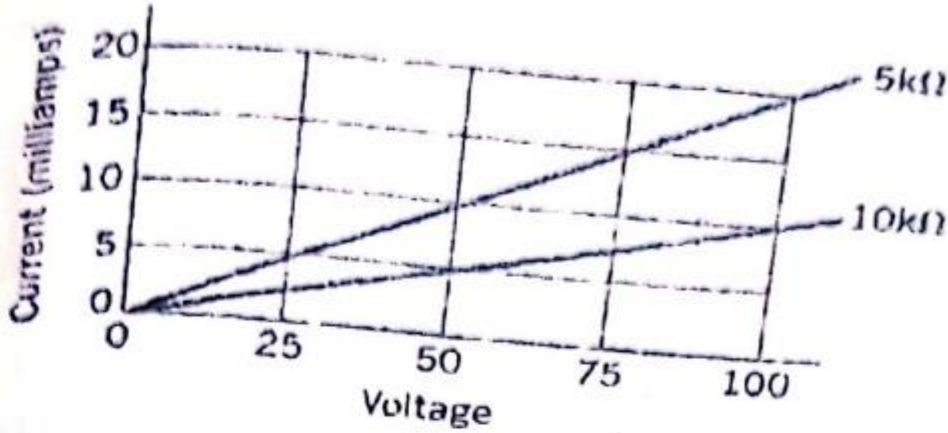
$$R_1 = \frac{R_2}{(1+\alpha\Delta T)} = \frac{16}{(0.00016\times1480+1)}$$
$$= \frac{16}{1.237} = 12.9\Omega$$

اذا كانت درجة الحراره المطلوبه اقل من $20c°$ فان ΔT تكون كميه سالبه وتصبح المعادله(8-2) صالحه الاستخدام :

$$R = \rho\frac{l}{A}(1-\alpha\Delta T)$$

2-7 المقاومه الخطية: Linear Resistance

ان معظم المواد الموصله للكهرباء تخضع في سلوكها لاختراع جورج سيمون في تحقيق قانون التناسب الثابت حيث ان مضاعفة الجهد المسلط تسبب مضاعفة وتنصيف الجهد المسلط ينصف التيار وهكذا. يمكننا رؤية مخطط هذه العلاقه في الشكل .(2-4)



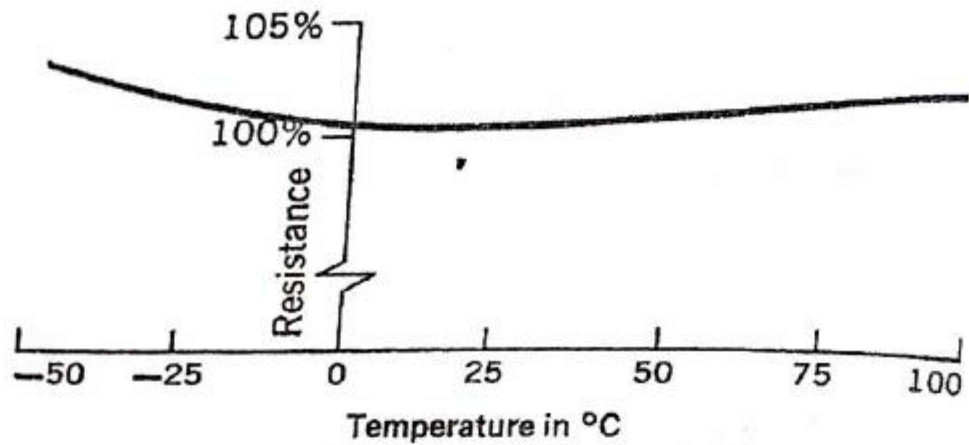
الشكل (2-4)

الخط المستقيم المرسوم يعبر عن قيمة ثـابت ميـل الخـط المستقيم للمقاومه ان المقاومه تبقى بنسبة ثابته $\frac{V}{I}$ تعرف بالمقاومه الخطيه . وبزيادة التيار المار خلال المقاومه فان الطاقه الكهربائيه تتحول الى حرارة وبمعدل متزايد (Increased rate) مما يـؤدي الى زيادة في درجة حرارة المقاومه . كما في الجـدول(3-2) فـان هـذه الزيـاده في درجـة الحرارة تسبب زياده قليله في المقاومه لمعظم المواد الموصله ولك النسبة المئويه للتغير في المقاومه لنطاق تغير درجات حرارة قليل عمليا.

والمقاومات المستخدمه في الاجهزه الالكترونيه غالبا لها مقاومة عدة الالف من الاوم (كيلواوم) وتمرر تيارات قليله بحدود الملي امبير فقط. لمثل هذه الحاله فان تحويل الطاقه الكهربائيه يكون بمعدل اقل من واحد او اثنين جول لكل ثانيه لعنصر المقاومـه المكون من خليط كربون طبقي رفيع ومركب عازل على قضيب صغير جدا اقـل مـن سنتمتر طـولا وهـو اقتصـادي اكـثر مـن عنـاصر المقاومـه ذات السـلك المطلـي . ان المقاومات ذات مركب الكربون .

تتأثر بنسبة الكربون المركب العازل في عنصر المقاومة . الربط الكهربائي الى عنصر المقاومه يتم بواسطة سلك نحاس صغير يؤدي الى اعاقة في نهايات العنصر . عنصر المقاومة يغطى بغلاف بلاستيكي للحمايه .

مقاومات مركب الكربون ليس لها مقاومه خطيه ولاخصائص درجة الحرارة مثل مقاومات السلك المعدني وطبقة الكربون الرقيقة كما مبين في الشكل (3-2). تزداد المقاومه لمقاوم مركب الكربون اذا تغيرت درجة الحرارة بشكل ملحوظ في كلا الاتجاهين من درجة حرارة الغرفة العادبه كماهو مبين بالمقياس الموضح في الشكل (5-2). مرة اخرى فان الابعاد الفيزيائيه للمقاومة تحدد معدل تبديد الحراره الحرارة.



الشكل (5-2)

اذا كانت المقاومة تعمل بمدها الطبيعي فان تغيرات درجة الحرارة تكون صغيرة الى حدما لاعتقادنا ان مقاومات مركب الكربون مثل المقاومات الخطيه في الشكل (5-2).

بتطور تصميم المقاومه الصغيره قادر على طرح تقنيات تستحدم اسلاك نحاسية معزولة ببلاستيك لربط العنصر مقاومات مركب الكربون تستخدم مع كلا التكنولوجيا السلكية. الخطوة الاكثر حداثة في تصميم الدائرة (حالة الصالبه) هو

طريقة ربط سلكية بواسطة تجميع عناصر دائرة كثيرة داخل نموذج صغير جدا يعرف بالدائرة المتكاملة (IC).المقاومات في قلب كثير من الدوائر المتكامله تنشا بوسطة ترسيب يتركب من مادة شبه موصلة نوع P ونوع N في.نفس التقنية تستخدم لاضافة العديد من عناصر المقاومة الميكروسكوبية للدائرة المركبة من الدوئر المتكاملة .

الملاحظ في الفقرة ان الرابطة التساهمية لذرات اللمنيوم او السليكون في بلورة شبه الموصل الاصلية تنتج نظريا عازل والذي في الواقع عازل ردىء من خلال حمله لعدد من الشحنات الناتجة من تحطيم روابط التكافؤ . في درجة حراره الغرفة تصبح اشباه الموصلات موصلة للكهرباء .

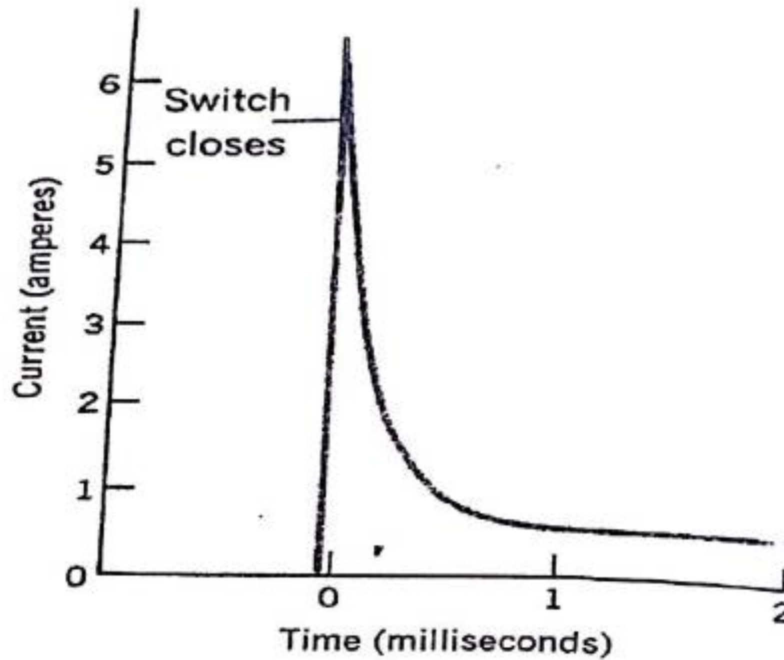
وهي ليست موصلات جيدة مثل النحاس بسبب محدوديه عدد حاملات الشحنة المتاحة واي مقاومه مرغوبه بحدود معلومة يمكن ان تصنع بواسطة انتظام عدد من ذرات الشوائب المانحة للاكترونات الى داخل بلورة شبه الموصل النقي .يكننا ترقب رؤية ازدياد الاستخدام للمواد شبة الموصله كعناصر مقاومه في الدوائر الالكترونية.

2-8 المقاومات غير الخطية: Non Linear Resistances

ان فتيلة التنجستين للمصباح التوهجي والمسخنات هي امثلة لارتفاع الحرارة من درجة الغرفة الى درجة حرارة العمل والتى تغير المقاومة . على سبيل المثال مصباح 60w يعمل من مصدر 120v له مقاومه تساوي 240Ω فان التيار المار خلالها الى $I = \frac{V}{R} = \frac{120}{240} = 0.5A$.

ولكن عند ما يطفا المصباح تبرد المقومة لتصبح حوالي 18Ω لذلك عندما يعود المصباح الى حالة العمل وقبل ان ترتفع درجة حرارة الفتيلة فان سوف يكون التيار المتدفق $I = \frac{V}{R} = \frac{120}{18} = 6.6A$.

ان كتلة فتيلة المصباح (Lamp Filamenit)قليله بشكل كاف لحد ان تصل الى حرارة بيضاء في اقل من ملي ثانية وبذلك التيار المفاجئ(Current surge) ذو فتره زمنيه قصيره جدا كما مبين في الشكل (6-2)



الشكل (6-2)

اذ كان عنصر التسخين للمسخن الكهربائي (Electric stores)سيكون التيار المفاجئ (Surge)سيكون اكيد لان هذه المكونات تاخذ عدة ثواني للوصل الى الحرارة الحمراء (Red heat) كنيجه فان مكونات السخن يتم تصنيفها من السبائك مثل النكروم IIIالذي له ثابت حراري قليل جدا

الدائره في الشكل (2-2) كانت المقاومه مربوطة بالتوالي مع المصباح (مسخنات الانبوبة المفرغه)

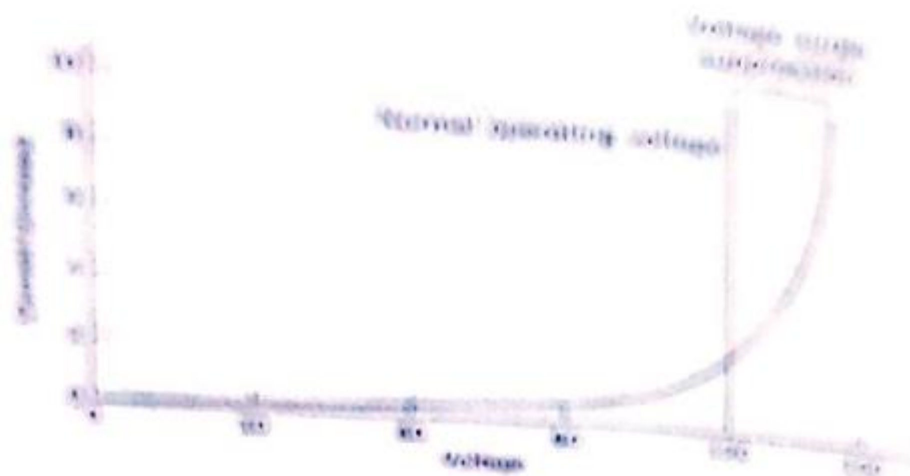
لتمنع الاندفاع الفجائي العالي للتيار عند ما يغلق المفتاح للمرة الاولى . ولكن مره اخرى عند ارتفاع درجة حرارة المصباح سوف نزيل المقاومة لنسمح للمصباح ليعمل طبيعيا . اذاتصنيع مقاومات لها معامل سالب عالي يؤدي الى تقليل مقاومتها

الى قيم صغيرة جدا بعد غلق المفتاح وبذلك يلغى تاثيرها من الدائرة نهائيا . مثل تلك المقاومات تكون متوفره تحت اسماء تجارية متعددة الاستخدام في تحديد الاندفاع الكهربائي الفجائي الابتدائي الذي يحدث عندما يغلق المفتاح للمرة الاولى في اجهزة الراديو او التلفزيون او اي جهاز الكتروني اخر . هذه المقاومات لها مقاومة اكثر من 100Ωفي درجة حرارة الغرفة وبتمرير تيار حوالي 1Aخلالها فان هذه المقاومه تهبط الى اقل من 1Ω بعد(10-15)ثانيه.

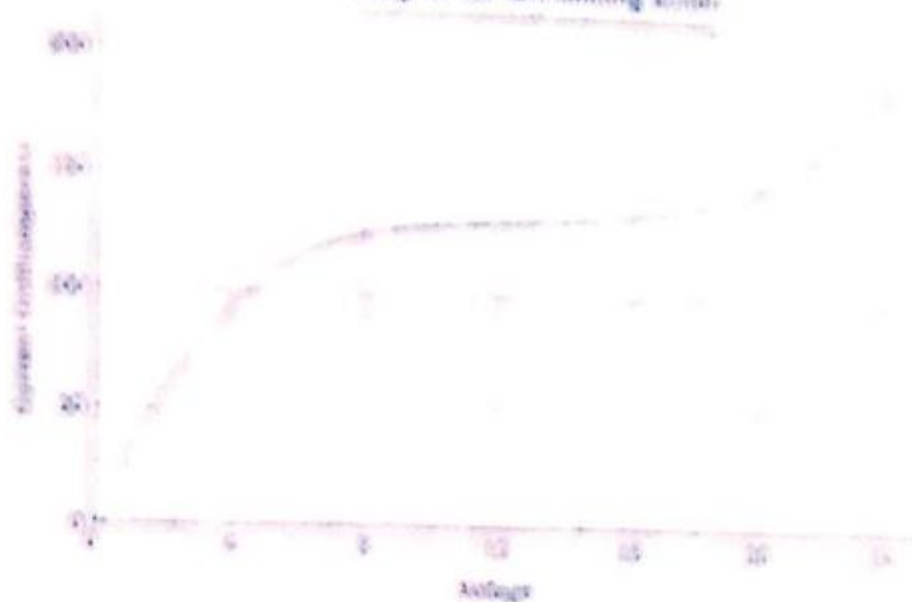
بالنظر مرة اخرى الى ميكانيكية التوصل الكهربائي في اشباه الموصلات نعلل التغير الملحوظ في المقاومة . ان الاكاسيد المعدنيه الخاصة تشكل بلورات شبة موصلة والتي تمزج مع ماده لاصقة خزفيه لتشكل المقاومات. بكسر واعادة تكوين الروابط التساهمية تصبح هناك اعداد محدودة من حاملات الشحنة الكهربائية الموجوده في درجة حرارة الغرفة . عندما يتدفق التيار الكهربائي خلال هذه المقاومات ترتفع حرارتها وبزيادة الحرارة فان عدد كبير من الروابط النساهميه تتحطم وينشا عن ذلك عدد كبير من حالات الشحنة وبناء على ذلك فان المقاومة تنخفض الى اجزاء من قيمتها في درجة حرارة الغرفة.

اضافة الى تطبيقات المقاومات في تحديد الاندفاع الكهربائي الفجائي المتدفق من اشباه الموصلات الاوكسي معدنية يمكن ان تغيرها في شروط مقاومة مقابل درجة الحرارة لتصبح جهاز قياس درجة حرارة حساس للمقاومه الذي غالبا مايعرف بالاسم التجاري ثايرايت (thyrite) الذي يدل على ان الماده لها معامل حراري سالب . في الحقيقه ان درجة الحراره لها تاثير على مقاومه الثايرايت (thyrite resistor).الزياده في حاملات الشحنه تعتمد على فرق الجهد المسلط على قطعه الثايرايت .عندمايزيد فرق الجهدعن قيمه معينه يزداد انهياروتكسر روابط التكافؤ وكنتيجه لذلك يحدث هبوط حاد في المقاومه .

المبين في الشكل(2-7) ان المقاومة تنخفض بحيث يمرر تيار خلال (Thyrite)العدة اضعاف للتيار الاعتيادي بدون تغير في هبوط الجهد عبره لذلك تربط مقاومة (Thyrite) على التوازي مع اي قطعه لجهاز كهربائي يوفر هذا الجزء من الدائره



الشكل (2-7)



الشكل (2-8)

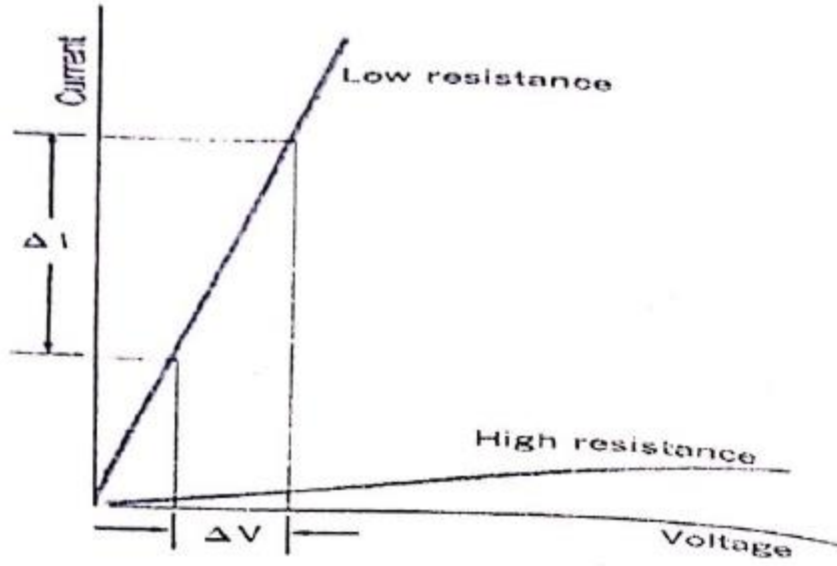
في تيار الدائره الكامله من غير احداث اي تغير اوتاثير على الفولتيه والتيار خلال الجزء المحمي من الجهاز . تحدد فولتيه التشغيل العاديه لمقاوم الثايرايت بواسطة سمك القطعه .وقد صمم الثايرايت اساسا للحمايه من البرق في خطوط نقل القدره

يتم انتاج بعض المقاومات بطريقه بحيث تتم الستفادة من المعامل الحراري الموجب الكبير. يوضح الشكل (8-2)

خواص $\frac{V}{I}$ لعنصرله هذا النوع من المعاملات الحراريه عندما يتضاعف هبوط الفولتيه على المقاومه من 8الى 16فولت فان الزياده المرافقه في درجة الحراره كافيه تقريبا لمضاعفة المقاومه من الناحيه الاخرى فانه عمليا لايحصل زيادة في التيار عندما يتضاعف هبوط الفولتيه وتدعى هذه المقاومه الغير خطيه بمنظم التيار اومقاومة الكبح فعندما ربط هذا النوع من المقاومه على التوالى مع المسخنات في انبوب صورة التلفزيون فانها تساعد في الحفاظ على تيار ثابت خلالها على الرغم من حدوث تغيرات في مصدر الفولتيه وهذه الحمايه ستساعد على زياده عمر انابيب الصوره بشكل مع

2-9 خواص الفولتيه-امبير: Volt-Ampere Characteristics

بالرجوع الى قانون اوم للتناسب الثابت نلاحظ ان اوم اهتم فقط بالمقاومات الخطيه .وطالما ان الاوم معرف بمصطلح فولت لكل امبير فانه بمقدورنا ان نطلق مصطلح مقاومه على المقاومات الغير خطيه .كمايمكننا توضيح المقاومه بيانيا لقيمة الفولتيه لكل امبير كما هو موضح في الشكل (9-2) .وغالبا مانرسم هبوط الفولتيه على المحور X والتيار على المحور Y.اذا فان المقاومه المنخفضه والتي بالتعريف لديها نسبة فولت لكل امبير صغير شديد الانحدارفي الشكل (9-2)بالمثل فان المقاومة بنسبتها العاليه للفولت لكل امبير تمثل بخط ذوميل صغير .وكنتيجه لاختيار هبوط الفولتيه على المحور Xوالتيار على المحور Y فان الميل للخاصيه الفولت-امبير تتناسب عكسيا مع المقاومه

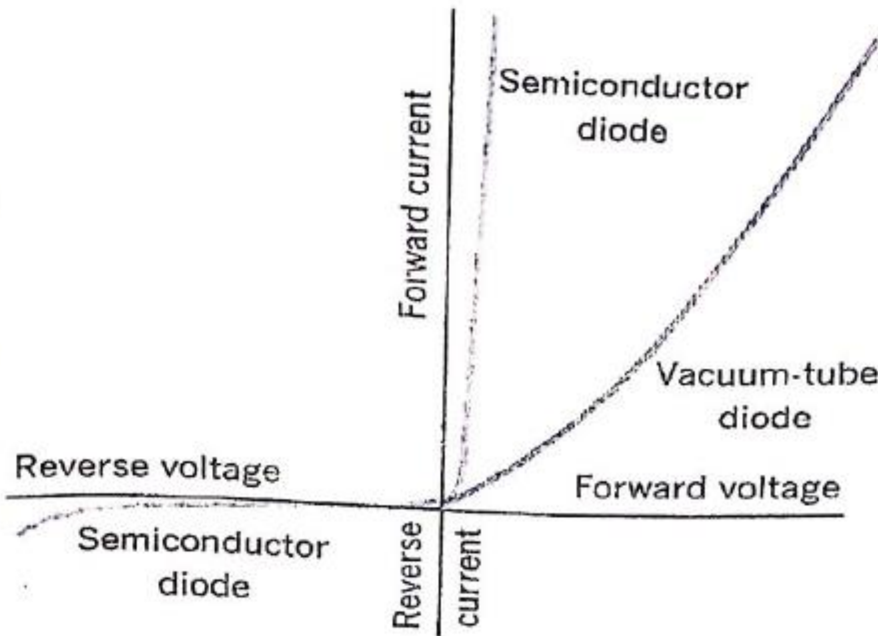


الشكل(2-9)

اذاكانت مقاومة عنصر في الدائرة ثابته فان خاصيه الفولت-امبير تكون خط مستقيم كما هو موضح في الشكل(2-4)لذلك يطلق عليه مقاومه خطيه .يمكننا ان نقرا المقاومات الخطيه من الرسم البياني ياخذ النسبه بين الفولتيه والتيار عند اي نقطه على الرسم .كل النقاط الخطيه التى لها نفس الخواص الخطيه.واذ لم تكن الخواص للفولت-امبير خطيه فاننا غالبا ماناخذ القيمه الدنياميكيه للمقاومه بمعنى التغير في هبوط الفولتيه مع التغير في التيار المصاحب لهذا التغير في هبوط الفولتيه كما موضح في الشكل(2-9)اي اذا كان ΔVمعطى فان Δ I كبير للمقاومات الصغيره اكبر مما هوعليه في المقاومات الكبيره .وحيث ان المقاومات الخطيه تتوافق مع قانون اوم للتناسب الثابت في حدود العمليه لذا فاننا لانحتاج لرسم خطها المستقيم لخواص الفولت-امبير .فبامكننا ان نعطي قيمه مقاومتها بالاوم اما بطريقه عدديه او بواسطة الالوان .الطريقه الملائمه لمناقشة سلوك المقاومات الغير خطيه هي برسم منحنىالخواص للفولت. سبق وان ناقشنا سلوك مقاومت الشايرايت شكل (2-7) ومقاومه المكبح شكل (2-8)

لنفرض ان كلا من الترانستورات والصمامات المفرغه كمقا ومات غير خطيه .لذا فان اي دراسه للدوائر الالكترونيه تستدعي دراسه خواص الفولت-امبير لها.

الرسم البياني في الشكل(10-2) يبين الخواص للصمام الثنائي والدايود (اشباه الموصلات).



الشكل(10-2)

الشكل(10-2) يوضيح مايحدث عندما نعكس القطبين للفولتيه المسلطه فاننا نرسم محور Xالسالب مع محور Y لاضافه الى المحاور الاعتياديه الموجبه توضح لناخواص الفولت- امبير لكل من العنصرين يسمح للتيار الكهربائي بالمرور عندما يكونان في انحياز امامي لكن المقاومة الداخلية لدايود القناه المفرغه اعلى بكثير من دايود شبه الموصل .وعندما تعكس الفولتيه المسلطه نلاحظ جيدا عدم مرور التيار خلال دايود القناه المفرغة لكن دايود شبه الموصلات يسمح بمرورتيارعكسي صغير وتحت هذه الظروف تكون المقاومه الداخليه لدايود اشباه الموصلات عاليه جدا بينما هى لانهائيه بالنسبه لدايود القناه المفرغه .

2-10 قانون اوم التطبيقي: Ohms Law Applied

في بداية الفصل اتجهنا لتحديد العوامل التي تعطي التيـار في الدائـرة الكهربائيـه بمعادله للتبادل (2-2)حتى تعرف قانون أوم نحن أخذنا $I=\frac{V}{R}$ لـوان مقاومـة لدائـرة الكلية متصلة بين أطـراف مصدرالفولتيـة هبـوط الفولتيـه الكلـي سيسـاوي الفولتيـه المسلطه E للمصدر . لذلك فان قيمة التيار يعتمـد علـى الفولتيـه المسـلطه والمقاومـه الكليه للدائره الكهربائيه في هذا الكتاب تكون الفولتيه المسلطه والمقاومة متغيرين غـير معتمدين (Independent Variable) وهذا يعني ان فرق الجـهد للبطاريـه يعتمـد علـى معدنين اساسيينالمستعملين لايعتمدان على المقاومه والتيار .

$$I=\frac{E}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}9)$$

حيث I هو التيار الذي يجب ان يسريّ في الدائره (بالامبير).E هي الفولتيه التي ممكن ان تظهر فقط عندما يسري تيار خلالها من المعادله (2-2)قانون اوم

$$V=IR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}10)$$

حيثI التيار خلال المقاومه (بالامبير)Rهي المقاومه (بالاوم),وv هي الهبوط في الفولتيه الناتجه عبرالمقاومة (بالفولت)بسبب هذه العلاقه يكون من الشـائع الى حدمـا ان هبوط الفولتيه عبر المقاومه يرجع الى هبوط IR (IR drop).

مثال (2-11):

احسب تيار الدائره عندما تكون المقاومه 4.7kΩ متصله بمصدر 9v؟

الحل :

$$I=\frac{E}{R}=\frac{9v}{4.7k\Omega}=1.9\times10^{-3}A=1.9mA$$

مثال (2-12):

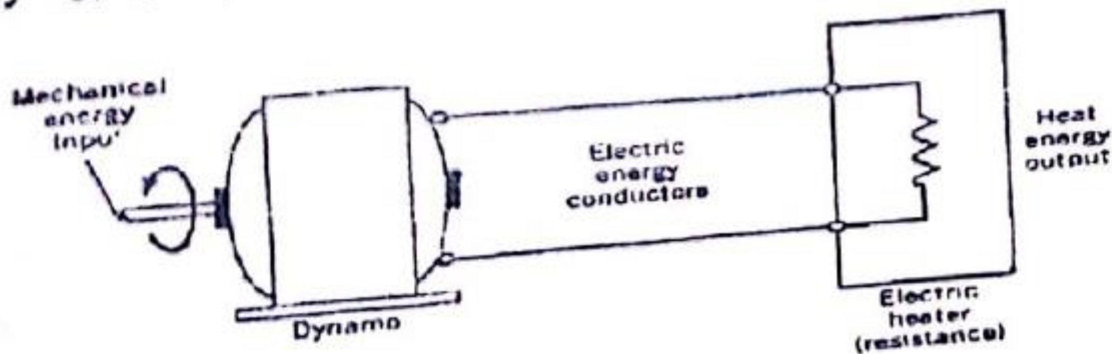
احسب هبوط الجهد المتولد عبر مقاومة 560Ω والتيار 15mA خلال المقاومة ؟

الحل :

$V=IR=15mA\times560\Omega=8.4V$

2-11 الطاقة والشغل، Energy and Work

في هذا الفصل تطرقنا الى الشغل في حدود الآلات العمل التي تنجز حركة ضد القوة العامله للحركة ومن هذا التعريف فأن الوحدة في النظام SI للشغل هي الجول التي تعرف بأنها الشغل المنجز لتحريك جسم لمسافة متر واحد بقوة واحد نيوتن ونحن ايضاً نحسب الطاقة التي يجب ان نستفيد منها عند الحركة المضادة للقوة مثل صعود عدد من درجات السلم المعاكس لقوة الجاذبية ونستطيع توليد الطاقة ولانستطيع أتلافها ولذلك فأن الطاقة والشغل متساوية عددياً وفي الدوائر الكهربائية في الشكل (2-11)الآلات ذات الطاقة المجهزة من العمود الميكانيكي ويكون هناك تحويل لطاقة الكهربائية بواسطة اجزاء من الموصلات الكهربائية إلى وحدات التسخين وفي سلسة الاحداث في هذا المثال و التي يتلوها ذاك النقل لتحويل الطاقة من صورة إلى اخرى



الشكل(2-11)

التعبير الافضل للالآت الكهربائية والطاقة الحرارية بالجول وهي المستخدمة في الوقت الحاضر والجول هي وحدة الطاقة الحرارية والشغل في النظام (SI).

الحرارية تحتاج جول واحد لزيادة كولوم واحد من الشحنة الكهربائية خلال فرق جهد فولت واحد. للتوضيح التكافؤ بين الطاقه الكهربائية والطاقة الحرارية والطاقه الميكا نيكية سندرس الامثله التاليه :

مثال (13 – 2):

كم الطاقة الكهربائية التي يجب تجهيزها لمحرك كهربائي لرَفع مصعد كتلته اربع ميجاغرام ولمسافة 40 متر ؟ افترض بأن %10 من الطاقة الكهربائية المجهزة للمحرك تفقد على شكل حرارة.

الحل :

لرفع المصعد، سيكون من ضروري تحريكه ضد قوة الجاذبية الارضية ووفق لمبدأ نيوتن الثاني، وزن الجسم سيكون حاصّل ضرب كتلته والتعجيل الجذبي

$$\therefore F_g = mg = kg \cdot m/s^2 = newton$$

$$= 4\,Mg \times 9.8 m/s^2 = 4 \times 10^3 kg \times 9.8 m/s^2 \, 39200 \; N$$

$$\therefore Mechanical \;\; work \; , W = F_g s = 39200 \; N \times 40 \; m = 1568000 \; J$$

بالرغم من أن الطاقة الكهربائية تذهب نحو رفع المصعدِ غالبا 1568000 جول ، هذا يُمثل فقط %90 من الطاقة الكهربائية المجهزة إلى المحرك . لذلك تكون الطاقة الكليّة الكهربائية المطلوبة

$$W_T = \frac{1568000 \; J}{0.9} = 1742000 \; J$$

مثال (14– 2):

مغلاة تحتوي 1.6 كيلوغرام من الماء في درجة حرارة الغرفة الطبيعيةِ(20c)؛ درجة مئوية. إذا %20 من الطاقة الكهربائيةِ المجهّزة الى عنصر التسخين تحت المغلاة

تكون مفقوده بالإشعاع في تسخين المغلاة نفسها، مـا مقـدار الطاقـة الكهربائيـة التي يجب تجهيزها لعنصر التسخين(الطبّاخ) لرفع درجة حرارة الماء إلى درجة الغليان؟

(الطاقة الحرارية المطلوبة لرفع درجة حرارة واحد كيلوغـرام مـن المـاء لدرجة مئوية واحدة هي 4185 جول) .

الحل :

$$W = 1.6kg \times 4185\ J \times (100 - 20)°c = 535680\ J$$

إن الطاقة الكهربائية المفقوده لتسخين الماء هي 535680 جول . يجـب ان تكـون الطاقة الكهربائية الكليّة المجهزة إلى الطبّاخ

$$W_T = \frac{535680\ J}{0.8} = 670000\ J$$

2-12 القدرة :power

بإستخدام سلسلة مناسبة مـن نـاقلات الحركـة الـذي بـدوره يضـاعف القـوة الميكانيكية بتقسيم سرعتِه بنفس العـامل،و الـتي يمكـن أن نسـتخدم لمحـرك الكـهربائي الصغير لرفع المصعد الكهربائي اذا القدرة هي المعدل الزمني للشغل المبذول ويرمز لها بالحرف (P) .حيث ان الجول هي الوحـدة الأساسـية للشـغل والثانيـة هـي الوحـدة الأساسية للزمن، لذلك يمكن التعبير عن القـدرة بوحـدة جـول لكـل ثانيـة. وتدعـى القدرة والتي هي عبارة عن معدل الشغل المبذول في الثانية الواحدة ومـن اجـل قـرر تشريف العالم جيمس واط لعمله في تحويل الطاقة الحرارية إلى الطاقة الميكانيكية بماكنته البخارية، بتسمية وحدة القدرة الكهربائية بالواط.حيث ان الـواط هـو وحـدة القـدره الكهربائيه ويرمز لها بالحرف(W)اي ان الواط هو جول لكل ثانيه وهو الشغل المبذول لواحد جول في الثانية الواحدة .وتعبير ذلك في المعادلة التالية:

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{.......................................} (2-11)$$

حيث (P) القدرة بالواط ، (W) الشغل بالجول ، (t) الزمن بالثانية . وعليه فـان القدره هي المعدل الزمني للشغل المنجز .

مثال (15– 2):

في المثال(13–2) إذا ارتفع المصعد مسافة 40 متر في 4 دقائق ؟

ما المعدل الذي يجب تجهيزه للطاقة الكهربائية إلى المحرك الكهربائي

الحل :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1742000 \quad J}{(4 \times 60\,)s} = 7253 \;\; w.or \; 7.26 \; kw$$

المعادلة (11 –2) هي المعادلة الاساسية التي تعرف القدرة وتحقق مقدار الـواط . لكنْ لاتكون الطريقة الأكثر سهولة لحساب القـدرة في الدوائـر الكهربائيـة. بواسـطة التبسيط الجبري التـاليِ، يمكـن أن نحصـلُ علـى العلاقـة المفيـدة لحِسـاب القـــدرة الكهربائية:

من المعادلة التي تعرف بفرق الجهد الكهربائي :

$$V = \frac{W}{Q} \qquad \therefore W = QV$$

ومن المعادلةالتى تعرف التيار :

$$I = \frac{Q}{t} \qquad \therefore t = \frac{Q}{I}$$

بتعويض (W) و(t) في المعادلة (1 – 5) نجد

$$P = \frac{W}{t} = \frac{QV}{Q\,/\,I} = QV \times \frac{I}{Q} = V \times I$$

$$P = VI \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-12)$$

حيث (P) القدرة بالواط ، (V) فرق الجـهد الكـهربائي بـا لفولـت ، (I) التيار الكهربائي بالامبير .ايضا حيث $V = IR$ من معادلـة قـانون أوم المعادلـة (2 – 2) ، بتعويض قيمة فرق الجهد في المعادلة (12-2)

نجد

$$P = IR \times I$$

$$P = I^2 R \qquad (2-13)$$

وحيث ان $I = V / R$

وبالتعويض في المعادله(12-2)نجد ان

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad (2-14)$$

حيث V هبوط الفولتيه خلال المقاومه بالفولت R المقاومه بالاوم

مثال (16-2):

تسحب لمبه تيار مقداره 2A عندما نوصـل بمصـدر V 120 مـا معـدل القـدره اللمبه؟

الحل :

$P = EI = 120 \times 2A = 240W$

مثال(17-2):

مقاومه مقدارها 10KΩوصلت الى دائـره حيـث يمـر تيـار خلالهـا 50mA مـا القدرة المستهلكه في الدائره ؟

الحل :

$$P = I^2 R = (50mA)^2 \times 10k\Omega$$

مثال (2-18):
ما هي اعلى فولتيه يمكن تسليطها على المقاومه 5-kΩ و 2W دون تجاوز قابلية حرارتها ؟

الحل :
بما أن

$$P = \frac{V^2}{R} \quad , \quad V^2 = PR \quad , V = \sqrt{PR}$$

$$E = V = \sqrt{2W \times 5K\Omega} = 100V$$

2-13 الكفـــاءة: Efficiency

يوضح المثالين (2-13)و(2-14) تحويل القدره مـن شـكل الى اخـر عـادة يكـون الفقد في الطاقه على شكل حراره وبعض الحراره تأتي على شكل احتكـاك ميكـانكي يحول بعضها على شكل تيار في المقاومات الكهربائيه وبعضها على شكل فقد بواسطة الاشعاع كما في المثال (2-14) لاحظ فقط ان الفقد في الطاقه غالي الثمن لذلك نصمـم بحيث يؤامن الضياع في الطاقه الحراريه والمقدره على تحويل الطاقـه لـلا جـهزه مثـل الماطور الكهربائي

في المثال (2-13)وعنصر المدفئه الكهربائيه بالمثال (2-14) لتحويـل نظـم الطاقـة المكنه الى تشغيل يستفاد منه وتعرف الكفـــاءة (efficiency)بنها النسبه بين القدره الخارجه الى القدره الداخله الكليه ويرمز لها "η" (eta)

$$\eta = \frac{W_{out}}{W_{in}} \quad (2-15)$$

وغالباً نعبر عن الكفاء بالنسبة المئوية مثـلاً كفـاءة النظـام في المثـال (1-5) هـي 90%

مثال (2-19):

ما هي كفاءة رافعة كهربائية إذا كانت طاقتها الكهربائية 60000J التي تغذي محرك لرفع كتلة مقدارها 300Kg لـ (8m) متر ؟

الحل :

الشغل الميكانيكي

$$W = 300Kg \times 9.8 m/_{s^2} \times 18m = 52980J$$

الكفاءة "η"

$$\eta = \frac{52920J}{60000J} \times 100\% = 88.2\%$$

من خلال المعادلة (2-11) تعرف القدرة المستهلكة لذلك الشغل $W = Pt$ وإذا عوضنا هذا الشكل لكلا من W_{out} و W_{in} في المعادلة (2-15).

الكفاءة "η"

$$\eta = \frac{P_{out}\,Xt}{P_{in}\,Xt}$$

وينتج من ذلك

$$\eta = \frac{p_{out}}{p_{in}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-16)$$

وبتطبيق المعادلة (2-16) لموتورات الكهربائية فأن P_{out} هي قدرة الخرج الميانيكية و P_{in} هي القدرة الكهربائية للدخل . وفي نظام الوحدات العالمي فأن الواط (watt) يطبق لكلا القدرتين الميكانيكية والكهربائية .

ويمكن التعبير عن لقدره المكانيكيه بوحدة القدره الحصانيه وهناك معامل التحويل من القدرة الميكانيكية المعبرعنها با قدرة الحصانيه (Horse power) إلى النظام (SI) التي هي واط (Watt) حيث أن

$$1hp = 746W \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}17)$$

مثال (2-20):

ماهي القدرة الكهربائية للدخل التي يجب أعطاؤها لماطور كهربائي الذي يظهر عليه طاقة ميكانيكية بمعدل 24 hp بكفاءة 85% ؟

الحل :

القدرة الميكانيكية للخرج

$$P_{outr} = 24 \times 764 = 17904W or 17.9\,KW$$

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{147.9\,KW}{0.85} = 21\,KW$$

ويجب ملاحظة أن القدرة الحصانيه (Horse power) هي وحدة إنجليزية للقدرة الميكانيكية وهي لاتتوافق مع وحدة SIولهذا يجب أن لا تعتبر القدره الحصانيه القدرة الكهربائية .

2-14 الكيلو واط ساعة: The kilo watt hour

في الأمثال في هذا الفصل افترضنا سابقاً في الأجابة بالنسبة للشغل بوحدات اساسية التي تبين قيم الشغل بوصف عدد كبير بالجول (Joules) لذلك فأن الوحدة الأساسية لطاقة الكهربائية هي الجول (Joule) والتي تعتبر وحدة صغيرة جداً عملياً كما في حسابات الفاتورة الشهرية للقدرة الكهربائية والوحدة المناسبة في SI لهذا الغرض هي ميجا جول ((Mega Joule (MJ)) وهناك وحده تجاريه أخرى هي كيلو واط ساعة

(The kilo watt hour) وهي تستخدم أيضاً في النظام العالمي للوحدات التي بعود إلى مصطلح ميجا جول (Mega Joule) وهي تسمح بأستخدام الكيلو واط للأغراض العملية من بداية الزمن حيث

$$P = \frac{W}{t} \therefore W = Pt$$

إذا كان P القدرة بالوات وt هوالزمن بالثواني فأن W تكون بـالواط ثانيه أو جول (Joule) (J) ولكن أذاكان P هي القدرة الكيلو واط و t هي الزمن بالساعة فان W يجب أن يكون الشغل بالكيلو واط ساعة (Killo watt hours) الكيلـوا واط ساعة هي الوحدة العملية للشغل الكهربائي أو الطاقة .

ورمز وحدة الكيلو واط ساعة هي (Kwh)

وتعرف كيلوا وات ساعة بالمعادلة التالية

$$W = Pt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-18)$$

حيث أن W هي الشغل أو الطاقة بالكيلو وات ساعة ، P هي القـدرة بـالكيلو وات وt هو الزمن بالساعة

حيث أن

$1Kw = 1000W$ و $1h = 3600s$

$$1Kwh = 1000W \times 3600s = 3.6 \times 10^{6} J = 3.6\mu.s$$

مثال (2-21):

اذ كانت التعريفه هي 7¢ لكل كيلو واط ساعة كم تكون التكلفة الـتي يحتاجـها مصباح (60W) ؟ كي يضيء لخمسة ايام ؟

الحل :

$$W = Pt = 600W \times (24 \times 2)h = 720Wh = 7.2KWh$$

$$COST = 7.2KWh \times 7C = 50.4C$$

ان قيمة الطاقة الكهربائية المستهلكة بواسطة المساكن أو الأعمال تقاس بـالواط ساعة بعداد الكيلو واط ساعة الذي يتكون من أسطوانة المونيوم التي تدورحول ملـف أساسية المؤشر عند السرعة التي تتناسب طردياً مع الفولتيةالمسلطه والتيـار المسـحوب عن طريق المستهلك (P=EI).

ان قراءة لوحة العداد التي تمثل السرعه التراكيبيه خلال الزمن (p×t)= كيلوا واط ساعة بحيث تكون التكلفة في الخدمة التي تزودنا بالكهرباء وبغض النظر عن الطاقة المستخدمة معظم فوائد شحنة الطاقة الكهربائية على مقياس الأنزلاق والتي تقل بزيادة الطاقة المستخدمة خلال فترة الفاتورة .

ان نظام شركة الكهرباء في الكلفة استهلك الطاقه الكهربائيه هو ان مقياس التيار يقرأ حاليا (38770kWh) و القراءة السابقة كانت (37930)kWh ماهي الفاتورة لطاقة الكهربائية لفترة الشهرين هذه ؟

الحل:

قيمة الطاقة المستهلكه= (38770-37930=840 kWh)

تكلفة أول (100kWh)= (100 ×(7.2¢=$7.2

تكلفة بعد(400kWh) = (400kWh ×(3.8¢=$15.20

تكلفة الأخيرة (340kWh) (340 ×= (2.6¢=$8.84

الحساب الكلي = $ 31.24

2-15 العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية

Interrelationship of basic electrical Units

إذا جمعنا معا بعض كل المعادلات التي عرفنا من الوحدات الكهربائية الاساسية القاسه سابقاً نجد ثلاث معاملات لدائرة "الفولتية ، التيار ، الزمن" يمكننا تحديد أي من المعاملات الأخرى مثل المقاومة ، الشغل ، والقدرة وهذه تتحقق بواسطة تعويض العمليات الحسابيه في المعاملات المعروفة كما قمنا بتطوير المعادلات العملية للقدرة

الجدول (2-4) العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية

الدالة	معادلات التعريف	الوحدات ورموز الوحدات	تعريف الوحدة	معادلات المشتقة المفيدة
فولت	$V = W/Q$	فولت V	جول لكل كولوم	V=IR $V=P/I$ $V = \sqrt{PR}$
تيار	$I = Q/t$	أمبير A	كولوم لكل ثانية	$I = V/R$ $I = P/V$ $I = \sqrt{P/R}$
مقاومة	$R = V/I$	أوم ؟	فولت لكل ثانية	$R = V^2/P$ $R = P/I^2$
القدرة	$P = W/t$	وات W	جول لكل ثانية	$P = VI$ $P = I^2R$ $P = V^2R$
الشغل والطاقة	$W = Fs$	جول J	نيوتن لكل ثانية	W=Pt

قد نستبدل الرمز E برمز V في الجدول عند التعبر عن الفولتية الى حد ما بهبوط الجهد في الدوائر العملية .

الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

Series and parallel Circuits

الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

Series and parallel Circuits

3-1 دوائر التوالي والتوازي

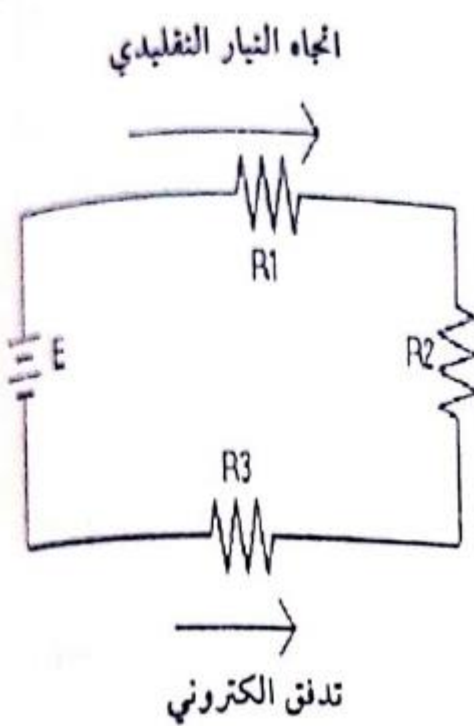
المقاومات على التوالي

في الفصلين السابقين تعاملنا مع التيار الكهربائي ككمية عددية بوحدات الأمبير ويعرف التيار الكهربائي بأنه معدل تغير مرور الشحنة الكهربائية في الموصلات المعدنية. إن مرور الشحنات الكهربائية يتكون من حركة الإلكترونات الحرة المارة خلال الدائرة نتيجة فرق الجهد المتولد من المصدر.

وينص قانون أوم على أن(التيار متساوي في جميع أجزاء دوائر التوالي).

ومن المعلوم لا يمكن دخول الإلكترونات في المقاومة R_1 في الثانية أكثر من التي تغادر R_1 والعكس صحيح. وبالمثل فإن نفس عدد الإلكترونات المارة خلال المصدر في الثانية يمر خلال أي جزء آخر من دائرة التوالي في نفس الفترة الزمنية. وبما ان الأمبير هو عدد الإلكترونات المارة خلال وحدة الزمن فهذا يعني أن نفس التيار يمر خلال أجزاء مكونات دائرة التوالي المبينة في الشكل (1-3).

في بعض الأحيان نوصف مكونات دوائر التوالي بدلالة طريقة ربطها فيزياوياً في دائرة التـوالي المبينـة في الشـكل (1-3) R_1 و R_2 مربوطة على التوالي لعدم وجود اي عنصر أو فرع مربوط مع الوصلة بـين R_1 و R_2 كذلك من الشكل (1-3) يمكن القـول أن R_3 ,E,R_1,R_2 مربوطـة عـلى التـوالي بسـبب وجـود مسـار واحـد للإلكترونات للمرور خلالهـم إن أساس كل خصائص دوائر التوالي تعتمد على أن التيار ثابت في كل المكونات.



الشكل (1-3)

إذاً يمكن تعريف دوائر التوالي بدلالة التيار الثابت يمكن اعتبـار عنصرين أو أكثر على التوالي إذا كان نفس التيار يمر خلال كل العناصر وحيث أن التيار مشترك لكل مكونات دائرة التوالي فلا توجد ضرورة لترقيم I لكل عنصر في الشكل ويمثل التيار المار خـلال R_1 , R_2, R_3 وكذلـك التيـار خـلال المصـدر وأسـلاك الربـط للمكونات ببعضها ويعتمد التيار علـى حـل دائـرة الفولتيـة المسـلطة عـل الدائـرة والمجموع الكلي للمقاومات في الدائرة. لذلك في حل دائرة التوالي البسـيطة الشـكل (1-3) يجب أن نكون قادرين على إيجاد المقاومة الكلية للدائرة.

افرض المقاومـة R_1 تتكـون مـن مـترين مـن سـلك الكـروم، المقاومـة R_2 مصنوعة من متر واحد من نفس السلك وR_3 مكونـة مـن ثلاثـة أمتـار مـن سـلك المقاومة. لذا لنقل الإلكترونات حول الدائرة من أحد أطراف المولد إلى الآخر يجب أن تنقل خلال meter $3+1+2=6$ من السلك بما أن مقاومـة الموصـل الكـهربائي

تناسب طرديا مع الطول وحيث أن الطول الكلي لسلك المقاومة المستخدم في هـذا المثال هو مجموع الأطوال الجزئية وكذلك المجموع الكلي للمقاومات في هذه الدائرة يكون مجموع المقاومات الجزئية لذا فان المقاومة الكلية تساوي

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + etc \qquad (3-1)$$

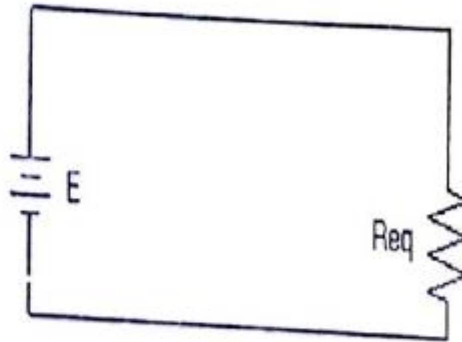
بعد إيجاد المقاومة الكلية لدائرة التوالي بإمكاننا الحل بالنسـبة للتيار المشترك والذي تعتمد عليه كل خصائص دوائر التوالي باستخدام قانون أوم $I = E/R_T$. في الحقيقة يجب أن تكون قيمة التيار لتولد هبوط بالجهد يساوي الفولتية المسلطة.

مثال (3-1):

ما هو التيار المار في دائرة التـوالي الـتي تتكـون مـن مقاومـات Ω 20، 10Ω، 30Ω مربوطة بمصدر 45 V ؟

الحل:

$$R_T = R_1+R_2+R_3 = 20 + 10 + 30 = 60\ \Omega$$
$$I = E/R_T = 45V / 60\Omega$$



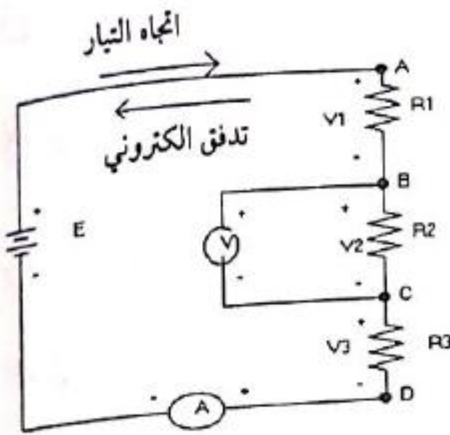
الشكل (3-2)

اي أن التيـار المسـحوب مـن المصدر سيكون نفسه لمقاومـة مقدارهـا 60 Ω مربوطة على أطراف المصدر لــ 20 Ω و30Ω و10Ω (مقاومـات عـلى التوالي) وهذا يساعدنا في تحليل أداء الدوائر بإحلال المقاومة المكافئة مكان المقاومات. والدائرة في الشكل (3-2) تصبح الدائرة المكافئة للدائرة الأصلية في الشكل(3-1) الحل المستخدم في الشـكل (3-1) يتضمن تقليص دائرة التوالي إلى الدائرة المكافئة ومن ثم إيجاد التيار باستخدام قانون أوم (ohms law).

3-2 قطبية هبوط الجهد في دوائر التوالي

Polarity of Voltage Drop in a Series Circuit

في الشكل(3-3) أعدنا رسـم الدائـرة في الشـكل (1-3) وربطنـا فولتميتر وأميتر نرتب موقع R_1 و R_3 في رسم الدائرة بحيث تقع R_3,R_2,R_1 كلها في صف عمودي وهي لا تغير تصرف الدائرة لا تغير ترتيـب المركبـات المـار خلالهـا التيـار المشترك.حيث



الشكل (3-3)

أن الأميـتر يشـير إلى قيمـة التيـار المشترك وعليه يجب ربطه على التوالي في الدائرة حيث يمر خلاله التيـار المطلـوب قياسه والفولتميتر يبين فرق الجـهد بـين النقطتين B و C في هـذا المثـال، بمعنـى آخر يربط الفولتميتر على التوازي مع

المقاومة R2 إن الفولتميتر المثالي يسحب تيار قليل جداً (مـهمل) وبذلـك لا يغير تصرف الدائرة. إن اجهزة قياس التيار المستمر التناظرية محـدده بإشـارة + و - كما موضح في الشكل (3-3) على الأقل تأثير طرف واحد بإشـارة +. إذا عكسـنا قطبية الفولتميتر او الأميتر في الدائرة العملية فان الجهاز سوف يقرأ القيم إلى يسـار الصفر في المقياس لتأكد من ربط جهاز قياس التيار المستمر بالشكل المطلوب يجـب أن نعرف تماما قطبية الجهد المسـلط وهبـوط الجـهد في دوائـر التيـار المسـتمر DC نلاحظ ان الفولتية المسلطة E تمثـل زيـادة الجـهد وهبـوط الفولتيـة V يمثـل فولتيـة الهبـوط بالجـهد (الانخفـاض). في الدائـرة المبينـة في الشـكل (3-3) اذا اكتسـب الإلكترون زيادة في الجهد داخل مصدر الجهد والهبوط عند حركتها من الطرف (+) إلى الطرف (-) عكس اتجاه القوة الكهربائية التي تحاول سريانها بالاتجـاه المعـاكس.

في خارج الدائرة تسري الإلكترونات بقوة المجال الكهربائي من الطرف السالب (-) للمصدر إلى الطرف الموجب (+) إن الإلكترونات المارة في الدائرة الخارجية ستفقد الجهد المكتسب خلال سريانها باتجاه المصدر. إذا يمكننا القول أن الالكترونات عند النقطة D تكون في جهد أعلى من تلك النقطة. والإلكترونات عند النقطة B في جهد اقل من تلك النقطة، إن تأثير القطبية على رسم الدوائر باستخدام التيار المار في اي مركب خامل (passive element) في الدائرة يجب أن تنتهي بنفس القطبية في الدائرة الموضحة في الشكل (3-3) الرمز V_1 يدل على هبوط الجهد عبر المقاومة R_1.إن قطبية V_1 واضحة من الشكل (3-3) حيث أن الطرف A موجب بالنسبة إلى الطرف.B

بواسطة تحديد هبوط الفولتية V_{AB}، يمكن الحديث عن الجهد عند النقطة A مقارنة بالنقطة B الطريقة القياسية والتي هي الرمز السفلي الثاني تخلص إلى المرجع للنقطة أو عقدة. إذا في الشكل (3-3) V_{AB} كمية موجبة بينما V_{BA} هي كمية سالبة و $V_{AB} = -V_{BA}$

3-3 قانون كيرشوف للجهد Kirchoffs Voltage Law

في دائرة التوالي مجموع هبوط الجهد عبر كل مقاومة يساوي الفولتية المسلطة على الدائرة

$I_{RT} = I_{R1}+I_{R2}+I_{R3}$ +etc

$E = I_{RT}$ حيث الجهد المسلط

$I= V_T/R_T$

$I_{R1}= V_1$ هو هبوط الجهد عبر R_1

$$E= V_1 +V_2 + V_3 + \text{etc} \qquad (3-2)$$

اكتشف كيرشوف بأن هذا القانون يطبق لكل الدوائر الكهربائية المغلقة. رغم أن دوائر التوالي البسيطة كالشكل (3-1) أو ذات الحلقة المغلقة في الشبكة

استنادا على هذا يمكن التعبير عن قانون كيرشوف بأنه(في أي دائرة كهربائية المجموع الجبري للجهود المسلطة يجب أن تساوي المجموع الجبري لهبوط الجهد).

قانون كيرشوف للفولتية يزودنا بحل عددي آخر للمثال (3-1) نفسه

مثال (3-1A)

ما قيمة التيار المار في دائرة التوالي التي تتكون من المقاومات : 20 Ω، 10Ω، 30Ω المربوطة مع مصدر جهد 45V؟

الحل :

$$E= I_{R1}+I_{R2}+I_{R3}$$

$$45=20I+10I+30I=60I$$

$$I=45V/60\Omega =0.75A$$

3-4 خصائص دوائر التوالي Characteristics of Series Circuits

من قانون أوم $I=V_1/R_1$ وبما أن التيار المار في كل مكونات دائرة التوالي متساوي فإن

$$I= V_1/R_1=V_2/R_2=V_3/R_3=V_T/R_T$$

إذا استبدلنا اي زوج من هذه الأطراف المتساوية على سبيل المثال $V_2/R_2=V_1/R_1$ نحصل على $V_1/V_2=R_1/R_2$ من ذلك نستنتج أنه في دوائر التوالي النسبة بين اي هبوط جهد يساوي النسبة بين المقاومتين التي يحصل عبرها هبوط الجهد ويمكن الإستفادة من هذه المعلومة لإيجاد معلومات معينة عن الدائرة بدون معرفة الحل الكامل التفصيلي لكل دائرة

مثال (3-2):

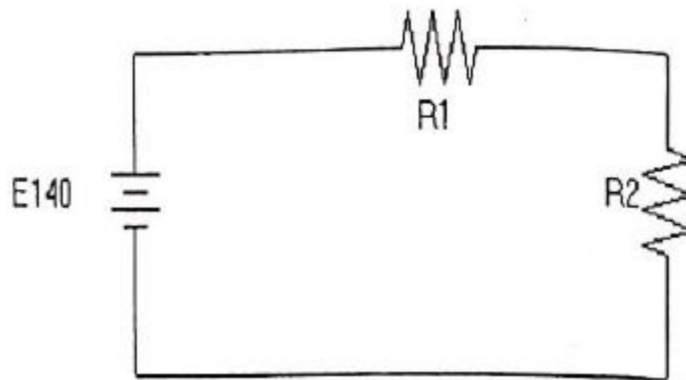
المقاومتان 15KΩ،20KΩ مربوطتان على التوالي بمصدر جهد 140V جد هبوط الجهد على المقاومة 15KΩ ؟

الحل :

$R_T=R_1+R_2=20K\Omega+15K\Omega=35K\Omega$

$I=E/R_T=140V/35K\Omega=4*10\text{-}3A=4mA$

$V_2=I_{R2}=4mA*15K\Omega=60V$



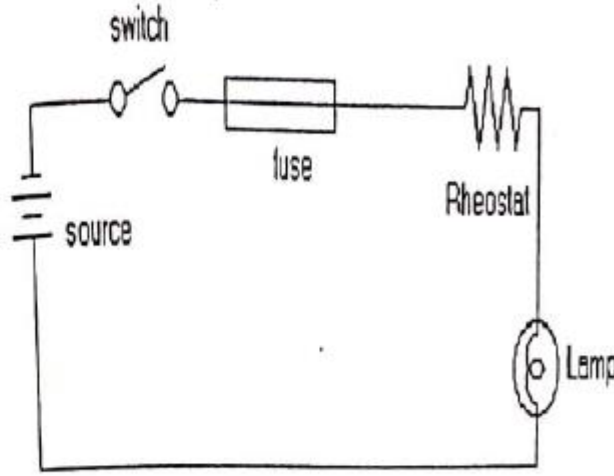
الشكل (3-4)

حل آخر مختصر

$V_2/E=R_2/R_T$

$V_2=E*R_2/R_T=140*(15K\Omega/35K\Omega)$

خاصية أخرى لدائرة التوالي وهي تستند على التيار المار في جميع المكونات اي ان اي تغير في مكونات دائرة التوالي سوف يؤثر على التيار المار في كل المكونات لذا يجب ربط عناصر السيطرة على التوالي مع الحمل مثل المفاتيح لغلق وفتح التيار والفواصم (fuses) التي تفتح (تعزل) الدائرة عندما يكون التيار عالي (كبير) والمقاومات المتغيرة (rheostats) التي تسيطر على قيمة التيار كما موضح في الشكل (3-5).



الشكل (3-5)

وللتميز بين خصائص دائرة التوالي والتـوازي يجـب أن يكـون لدينـا معرفة بخصائص دوائر التوالي التي درسناها ويمكن تلخيص هذه الخصائص بما يلي :

1- التيار المار في كل أجزاء دائرة التوالي متساو(هو نفسه)

2- المقاومة الكلية تساوي مجموع المقاومات $R_T=R_1+R_2+R_3+....$

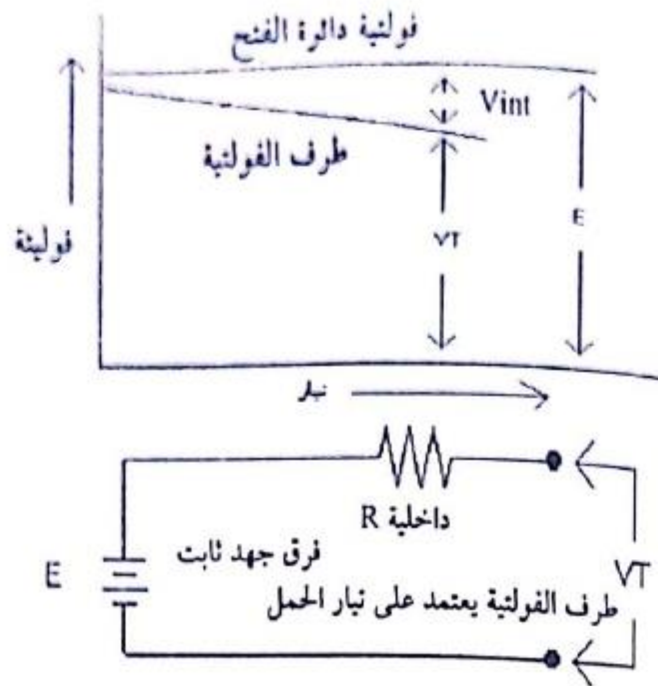
3- الفولتية المسلطة تساوي مجموع هبوط الجهد $E=V_1+V_2+V_3+...$

4- النسبة بين الفولتيات تساوي النسبة بين المقاومات.

5- أي تغير في اي مكون لدائرة التوالي يؤثر على التيار لكل المكونات.

3-5 المقاومة الداخلية Internal Resistance

القوة الدافعة الكهربائية(ق.د.ك) لمصدر معين تعتمد على طبيعة تأثير تحويل الطاقة ولا يعتمد على تيار الدائرة كما مبين في الشكل (3-6) فإن فرق الجـهد بـين طرفي لصدر الجهد.يقل عند تضبيط المقاومة الخارجية لسحب تيار أكبر من المصدر.



الشكل(6-3)

كمثال للتغير في فولتية الأطراف هي إضاءة المصابيح عند بدء سحب موتور البدء للتيار من بطارية السيارة.

في بعض الحالات إن التغير في الجهد بين الأطراف يؤدي لزيادة تيار الدائرة ضئيل ويمكن إهماله ذلك في حالات أخرى وخاصة في الدوائر الإلكترونية فإن النقصان في جهد المصدر بزيادة التيار المار يجب أن يؤخذ بنظر الإعتبار. الطريقة المقبولة لتمثيل هذا التأثير هي بافتراض أن مصدر الجهد العملي يتكون من :

1- المصدر المثالي الذي يولد فرق الجهد ثابت لأي تيار

2- مقاومة مربوطة على التوالي مع المصدر المثالي هذه الأطراف الحقيقية لمصدر الجهد العملي كالموضح في الشكل (6-3) وتسمى هذه المقاومة بالمقاومة الداخلية للمصدر.إضافة إلى ذلك لجعل جهد الأطراف يقل بازدياد التيار يستخدم مفهوم المقاومة الداخلية لحساب الفقد(الخسارة) في القدرة خلال تحولها إلى حرارة داخل المولد.

إذا قسنا الجهد بين نهايات المصدر بدون سحب أي تيار منه (المصدر) لا يوجد هبوط بالفولتية على المقاومة الداخلية حيث ($V_{int}=I_{Rint}$, I=zero) لذا فإن الجهد في هذه الحالة يساوي الجهد الذي يولده المصدر بإستخدام المصدر المثالي من هذه الطريقة أي لإيجاد فرق الجهد للمصدر المثالي للفولتية، تسمى فرق الجهد بفرق جهد الدائرة المفتوحة للمصدر.

المثال الآتي يوضح كيفية إيجاد المقاومة الداخلة لمصدر الجهد العملي

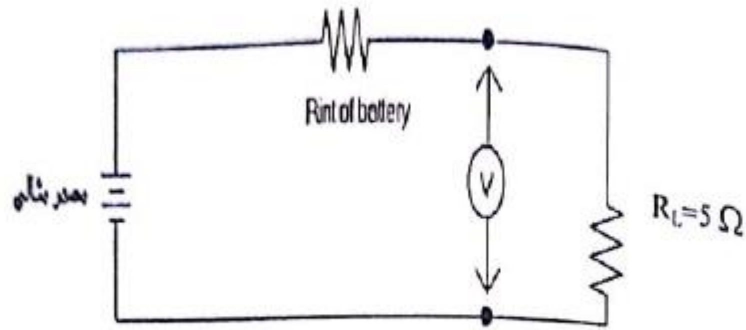
مثال(3-3)

عندما يكون الفولتميتر (الذي يسحب تيار حمل)هو الدائرة الوحيدة التي تربط مع البطارية يقرأ 6V عند ربط المقاومة 5Ω إلى أطراف البطارية فإن قراءة الفولتميتر أصبحت 5V، ما هي المقاومة الداخلية للبطارية ؟

الحل :

بما أن جهد الدائرة المفتوحة 6V فإن فرق الجهد للمصدر المثالي 6V كم في الشكل (7-3) وبما أن هبوط الجهد عبر مقاومة الحمل 5Ω يساوي 5V طبقاً لقانون كيرشوف للجهد فإن هبوط الجهد على المقاومة الداخلية هو

$$E = V_{int}+V_{load}$$



الشكل (3-7)

V_{int}= E-V_{load} = 6–5 =1V

ومن قانون أوم فإن التيار في الدائرة مع المقاومة 5Ω هو

I = V_L/R_L = 5V/5Ω = 1A

R_{int}= V_{int}//I=1V/1A = 1Ω

حل آخر

$R_{int}/R_L=V_{int}/V_L$

$R_{int}=R_L(V_{int}/V_L$= 5Ω*1V/5V=1Ω

من المثال (3-3) نلاحظ

1- الفولتية الكلية V_T لمصدر الجهد تساوي فولتية الدائرة المفتوحة للمصدر (open circuit voltagr source) فقط عند عدم وجود اي هبوط بالجهد عبر مقاومته الداخلية.

2- الفولتية الكلية V_T تساوي الهبوط الكلي عبر الحمل (V_T=V_L) يمكن القول بان V_T تمثل هبوط الكلي عبر الحمل (V_T=V_L)و يمكن القول انها تمثل هبوط الجهد الكلي للحمل.

3- من قانون كيرشوف للجهد يمكن كتابة معادلة فولتية أطراف المصدر كما يلي

V_T=E -IR_{int}

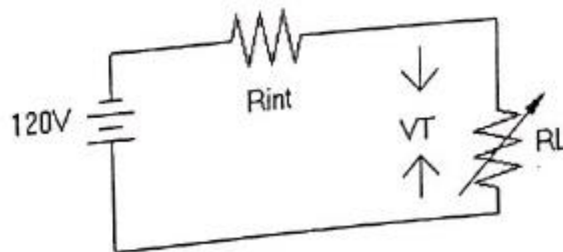
حيث V_T هي الفولتية من طـرفي المصـدر، E هـي فولتيـة الدائـرة المفتوحة للمصدر، I هو التيار المسحوب من المصدر و R_{int} هي المقاومة الداخلية للمصدر.

كما لاحظنا في بداية هذا الجزء إن تأثير المقاومة الداخلية لعـدد مـن مصادر الجهد قليل يمكن إهماله وعليـه إن فولتيـة المصـدر مسـاوية لنفـس فولتيـة الدائرة المفتوحة.

هذه الصورة عامة عند استخدام المصدر للنقطتان المهمـة كبطاريـة الخزن او الكهرباء المحلية والمصممة لتجهيز تيار الحمل بعدد مـن الأمبـيرات لكـن إذا كـانت فولتية المصدر مجهز جهاز إلكتروني ذو مقاومـة داخليـة عاليـة يجـب الانتبـاه عند التعامل مع المعاملات والتي غير موضحة في الشكل في حل المسائل من هذا النـوع، إذا لم نحدد قيمة المقاومة الداخلية. سوف نفرض المقاومة الداخلية للمصدر تسـاوي صفر في حالة $V_T=E$

3-6 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

أحد التأثيرات الداخلية لمصدر الفولتية هو تقليـل فولتيـة الأطـراف وزيـادة التيار المسحوب من المصدر. ولتحديـد التأثـيرات الأخـرى للمقاومـة الداخليـة في تصرف الدائرة الكهربائية يمكن التعويض بالقيم المختلفة لمقاومة الحمل في الدائرة في الشكل (3-8).المقاومة الداخلية ثابتة لأي قيمة لمقاومة الحمل والحسايات لإحـدى قيم مقاومة الحمل هي كالآتي



الشكل (3-8)

$R_T=R_{int}+R_L=6+6=12\Omega$

$I= E/R_T =120V/12\Omega=10A$

$V_T=V_L=IR_L=10A*6\Omega=60$

$P_L=I^2R_L=10^2A^2*6\Omega=600w$

$P_T=P_i+P_L=600+600=1200w$

الكفاءة$=P_L/P_T=600w/1200w*100\%=50\%$

الجدول (1-3) يحتوي عل البيانات المحسوبة من الدائرة في الشكل (8-3) مع مقاومة حمل 6Ω وبنفس الطريقة لقيم المقاومات الأخرى

لدعم التحليل يمكن رسم البيانات بشكل رسم بياني.

الجدول (1-3)

R_L	R_{int}	R_T	I	V_L	P_L	P_{int}	P_T	%Eff
		R_L+R_{int}	E/R_T	IR_L	I^2R_L	I^2R_{int}	P_L+Pint	P_L/P_T
0Ω	6Ω	6Ω	20A	0V	0w	2400w	2400w	0
2	6	8	15	30	450	1350	1800	25
3	6	9	13.3	40	533	1067	1600	33.3
6	6	12	10	60	600	600	1200	50
12	6	18	6.7	80	533	267	800	66.7
18	6	24	5	90	450	150	600	75
∞	6	∞	0	120	0	0	0	100

العمود الأول في الجدول (1-3) هو مقاومة الحمل R_L إذا تصبح مقاومة الحمل المحور X للرسم في الشكل (9-3) لاحظ اختيار قيمة R_L في العمود غير خطي. حيث تم اختيارها على أساس النسبة :حيث أن 2Ωهي ثلث النسبة و 18Ω هي ثلاثة أمثال و 6Ω هي نصف الـ 6Ω و 12Ω هي ضعفين الـ 6Ω وكذلك

نأخذ المقياس اللوغارتمي للمحور الأفقي x-axis للرسم لذا فإن البعد بين 2Ω و 6Ω هو نفس البعد بين 6Ω و 18Ω.

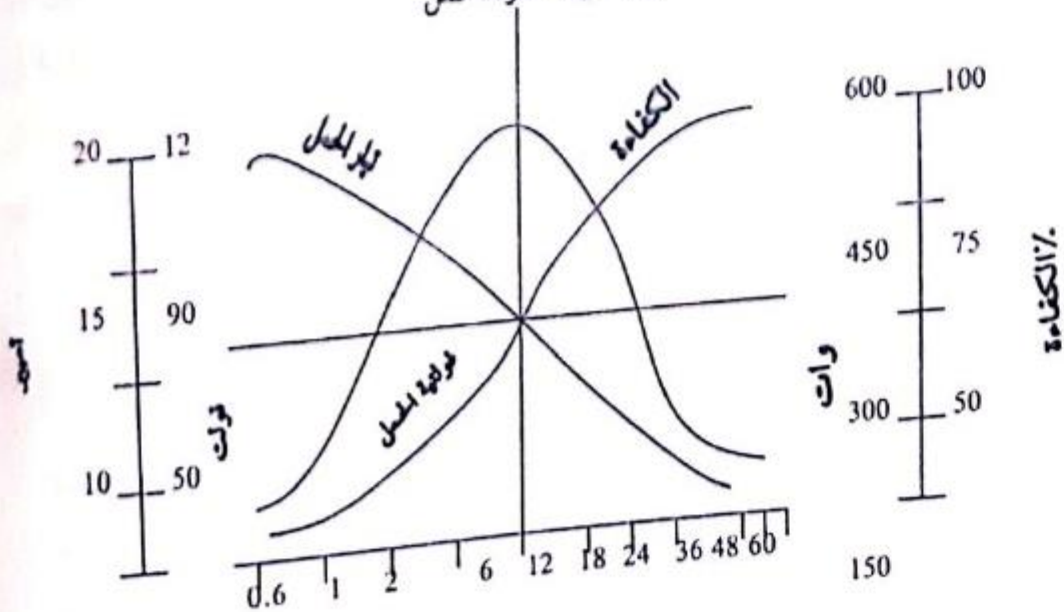
جدول (3-1) يوضح تأثير ربط مقاومات المختلفة إلى المولد على المحور (العمودي) نرسم كل تيارات الحمل (I -للعمود 4) وفولتية الحمل (VL للعمود5) كلما زادت مقاومة الحمل من صفر أوم (short circuit) إلى قيم عالية جداً (open circuit).

ينقص تيار الحمل من قيمة الدائرة القصيرة (I_{sc}=20A) إلى الصفر عندما تكون مقاومة الحمل عالية جداً (ما لا نهاية) الفولتية عبر الحمل تتصرف بالعكس حيث تزداد من الصفر في دائرة القصر لتصل إلى قيمة مساوية لقيمة فرق جهد المصدر في الدائرة المفتوحة.لاحظ ان رسم النسبة المئوية للكفاءة (العمود9) هي نفسها لرسم فولتية الحمل اذا استخدمنا مقاييس للكفاءة (تدريجات) مناسبة.

عندما نضيف رسم قدرة الحمل P_L من العمود 6 نلاحظ ما يلي

1- اعلى قدرة خارجة (في الحمل) عندما تكون

$R_L = R_{int}$ (3-4)



الشكل (3-9)

وكذلك عندما نختار R_L للحصول على أقصى قدرة للحمل (maximum load power) فإن تيار الدائرة القصيرة (short circuit current)

I = 1/2 *Is ....(3-5)

(فولتية الدائرة المفتوحة) (open circuit voltage)

VL = 1/2 *E .... (3-6)

نصف اقصى كفاءة (one-half maximum efficiency)

ξ = 50% .... (3-7)

لاحظ ان اقصى قدرة خارجة تتطابق مع أقصى كفاءة عندما لختار مقاومة الحمل لأعظم قدرة خارجة هناك قدرة مساوية مستهلكة (متبددة) داخل المصدر.

2- إذا أردنا زيادة الكفاءة نجعل مقاومة الحمل ذات قيمة من ضعفين إلى ثلاثة أضعاف المقاومة الداخلية للمصدر،مما يؤدي إلى خفض في القدرة (كحرارة في المولد) لانخفاض قليل في القدرة الخارجة الضائعة.

3- مقاومة الحمل أقل من المقاومة الداخلية للمولد ليس فقط تؤدي إلى انخفاض في القدرة الخارجة ولكن أيضاً بسبب الاستهلاك الكبير في المولد.

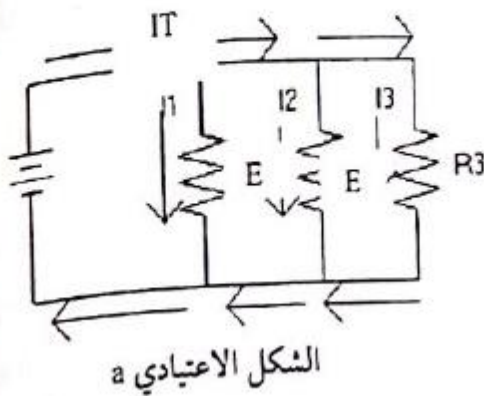
هذه الحالة تسمى زيادة الحمل (over load) ويجب تجنبها.

4- إذا كان المطلوب الفولتية الخارجة وليس القدرة الخارجة (كما في ترانزستور مكبر الجهد) يجب أن تكون مقاومة الحمل كبيرة مقارنة بالمقاومة الداخلية للمصدر

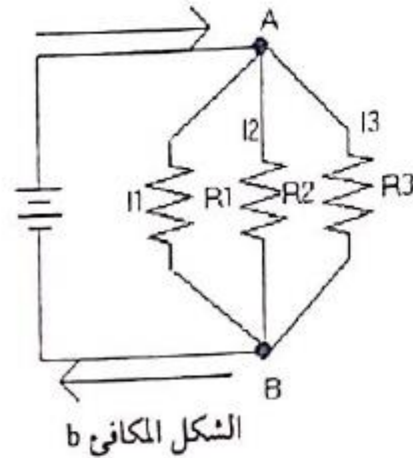
$R_L \cong 5*R_{int}$ .... (3-8)

3-7 المقاومات على التوازي Resistance in Parallel

في ربط المقاومات على التوازي نجد أن مجموعة من الخصائص معاكسة لدوائر ربط التوالي. الشكل (10-3) يوضح طريقتين لرسم الدائرة في دائرة التوازي البسيطة



الشكل الاعتيادي a



الشكل المكافئ b

الشكل (10-3)

في دوائر التوازي البسيطة يتم ربط الموصلات إما بخطوط عمودية أو افقية. الشكل (3-10a) هو الشكل الشائع ولتوضيح تعريف دائرة التوازي يمكن إعادة رسم الدائرة كما في الشكل (3-10b).

ومن الممكن تعريف دائرة التوازي بدلالة الربط الفيزيائي للمكونات في الشكل (10-3) E , R_1,R_2,R_3 جميعها على التوازي لأنهم مربوطين بين نفس النقطتين A و B وبما أن كل مقاومة مربوطة مباشرة عبر المصدر فإن $V_1=V_2=V_3=E$ حيث أن هذه الفولتية مشتركة لكل المكونات على التوازي فيمكن إهمال الرمز السفلي (subscript) ويفضل تعريف دوائر التوازي بدلالة هذه الفولتية المشتركة.

في حل دوائر التوالي وجدنا المقاومة الكلية لغرض إيجاد التيار في الدائرة أما في دوائر التوازي فالعملية معكوسة إذا أعطي جهد الدائرة المفتوحة للمصدر على فرض أن المقاومة الداخلية مهملة وقيمة كل مقاومة في الدائرة في الشكل (3-10) من الممكن إيجاد التيار في كل فرع باستخدام قانون أوم وإذا اعتبرنا التيار في كل فرع بدلالة الإلكترونات لكل ثانية المارة في الفرع فعليه فإن تيار المصدر يجب ان يكون مجموع التيارات الفرعية لذا في دائرة التوازي نجد أن

$$I_T = I_1+I_2+I_3+ \text{etc}$$

مثال (3-4)

بالرجوع إلى الشكل (3-10)إذا كان $E=10V, R_3=20\Omega, R_2=30\Omega, R_1=40\Omega$ ما هي المقاومة الأحادية (المكافئة) التي تسحب نفس التيار من المصدر ؟

الحل :

$$I_1 = V_1/R_1 = 120V/40\Omega = 3A$$

$$I_2 = V_2 /R_2 = 120V/30\Omega = 4A$$

$$I_3 = V_3 /R_3 = 120V /20\Omega = 6A$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 3+ 4+ 6 = 13A$$

$$R_{eq} = E/I_T = 120V/13A= 9.23\Omega$$

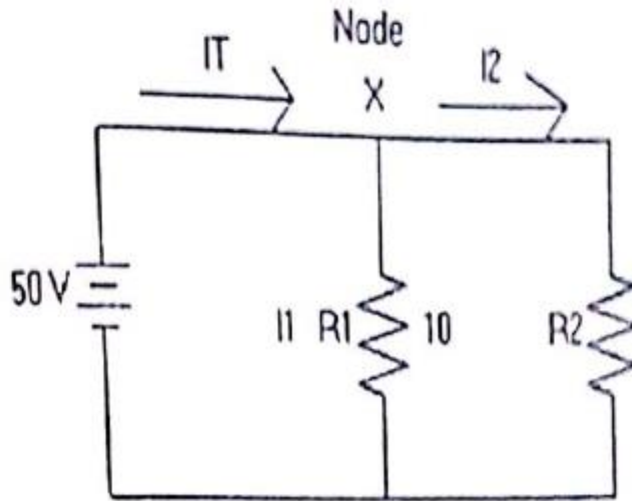
3-8 قانون كيرشوف للتيار Kirchoffs Current Law

طبق كيرشوف مفهوم التيار الكلي للمعادلة (3-9) لأي دائرة كهربائية بالصيغة التالية : (عند أي نقطة أو عقدة في دائر ة كهربائية المجموع الجبري للتيارات الكهربائية الداخلة في عقدة ما يساوي المجموع الجبري للتيارات الخارجة منها)

مثال (3-5)

كم التيار المار في الفرع R_2 للدائرة المبينة في الشكل (3-11)

$I_1=V/R_1=50V/10\Omega=5A$



الشكل (3-11)

التيار المار في العقدة $X=I_T$ والتيارات الخارجة من العقدة X هي I_1 او I_2 لذا

$I_T=I_1+I_2$ أو $I_2=I_T-I_1$

$I_2=I_2-5=7A$

3-9 التوصيلية Conductance

كما تشير نتيجة الأمثلة (3-4) و (3-5) على أن التيار الكلي يجب أن يكون أكبر من التيار خلال اي فراغ من دائرة التوازي. لذا فإن المقاومة المكافئة يجب أن تكون اقل من أصغر مقاومات الفرع. إذا نستمر بهذا فإن المفهوم اننا نستنتج أن ربط أكثر مقاومات على التوازي يؤدي إلى ان تصبح المقاومة المكافئة أصغر الإيصالية: هي قياس قدرة الإلكترونات لتمرير التيار ويرمز لها بالرمز G ووحدة قياسها هي السيمنس (siemens) ويرمز لهذه الوحدة S بما أن التوصيلية ببساطة هي مقلوب المقاومة فمن الممكن تعريف السيمنس بالمعادلة

$$G = 1/R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3\text{-}10)$$

عندما تعطى الفولتية عبر مجموعة فروع التوازي فإن طريقة التيار الكلي التي تم وصفها في الجزء السابق هي الطريقة الملائمة لحل دوائر التوازي. حتى ولو أن هذه الفولتية غير معروفة بالإمكان فرض فولتية مناسبة لغرض الحل لإيجاد المقاومة المكافئة. ولكن في هذه الحالة مفهوم الإيصالية يأخذ طريقة مباشرة لحل دوائر التوازي.إذا قسمنا طرفي المعادلة (3-9) على E أو V حيث أنهما متساويان لدائرة التوازي البسيطة فنحصل على

$$I_T /E= I_1/V +I_2/VI3/V+ \text{etc}$$

لكن $R_L = V/I$ حيث $G=1/R$ ،$G =I/V$

$$G_T = G_1+ G_2 + G_3 + \text{etc} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3\text{-}11)$$

لذلك في دائرة التوازي الإيصالية الكلية تساوي مجموع الإيصاليات الفرعية ومن الممكن وبعد إيجاد التوصيلية الكلية معرفة المقاومة المكافئة ببساطة:

$$R_{eq} = 1/G_T$$

مثال (3-4a)

إشارة إلى الشكل (3-10) إذا كان $R_3=20\Omega,R_2=30\Omega,R_1=40\Omega$ ما قيمة المقاومة الأحادية التي تمر ونفس التيار من المصدر

الحل :

$$G_T =G_1+G_2+G_3=(1/40) +(1/30) +(1/20)\ S$$

$$=(2.5*10^{-2})+(3.33*10^{-2})+(5*10^{-2})=0.1083\ S$$

$$R_{eq}=1/G_T= 1/0.1083\ \ S = 9.23\Omega$$

عندما تكون لدينا مقاومتين على التوازي يمكن اختصار المعادلة (3-11) إلى صيغة مناسبة لإيجاد المقاومة المكافئة مباشرة

$G_T = G_1+G_2=1/R_1 +1/R_2 = (R_1+R_2)/R_1R_2$

$R_{eq}=(R_1R_2)/(R_1+R_2)$ .... (3-12)

لذا يمكن القول بأنه لمقاومتين مربوطتين على التوازي المقاومة المكافئة تساوي حاصل ضربهم مقسومة على مجموعهما وهذا لا يمكن تطبيقه على ثلاثة مقاومات أو أكثر للتعامل مع هذه الحالة حيث نريد معرفة المقاومة R_2 التي يجب ربطها على التوازي مع المقاومة R_1 للحصول على المقاومة المكافئة بالإمكان ترتيب المعادلة (3-12) كالتالي

$R_2 = (R_1R_{eq})/(R_1-R_{eq})$ .... (3-13)

لتحديد نسبة الواطية المطلوبة للمقاومة R_2 يجب التعبير عن I_2 كجزء من التيار الكلي المار خلال مجموعة التوازي R_1, R_2 وبما أن $V_1 = V_2$، $I_2R_2=I_1R_1$. ومن قانون كيرشوف للتيار $I_2R_2=(I_T-I_2)R_1$

$I_2=I_T(R_1/(R_1+R_2))$ .... (3-14)

مثال:

آخر خاص للمعادلة (3-11) هو الحالة لعدد من المقاومات المتساوية مقداره N مربوطة على التوازي فإن

$R_{eq} = R/N$

حيث R هي مقاومة كل فرع لمقاومات التوازي

N عدد مقاومات التوازي

مثال (3-6):

ما هي المقاومة المكافئة للمقاومات $1K\Omega$ و $4K\Omega$ المربوطة على التوازي ؟

الحل : $R_{eq} = (R_1R_2/(R_1+R_2)) = (1K\Omega*4K\Omega)/(1K\Omega+4K\Omega) = 4000000/5000$
$= 800\Omega$

التوصيلية

تعريف: تعرف المقاومة النوعية بأنها خاصية لتوصيل المعادن تكون المقاومة لوحدة الطول ومقطع من المعدن وبنفس الطريقة إن توصيلية المعادن هي عبارة عن الإيصالية لوحدة طول والمقطع لذلك المعدن ويرمز لها بالرمز ´ (sigma)

بما أن الإيصالية مقلوب المقاومة فإن الإيصالية هي مقلوب المقاومة النوعية

ويعبر عنها بوحدة السيمنس لوحدة الطول $1/\rho$

ويعبر عنها بوحدة السيمنس لوحدة الطول S/m(سيمنس لكل متر)

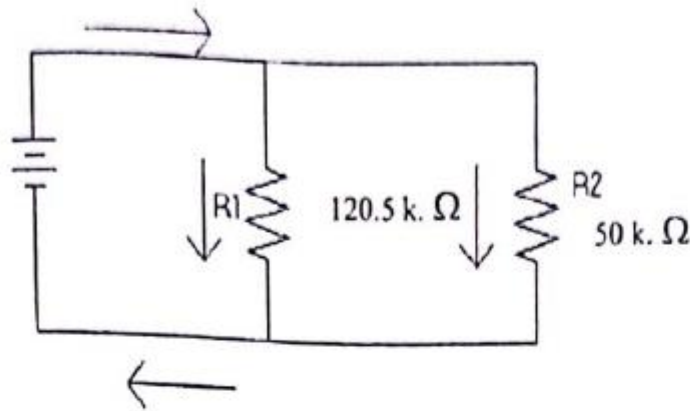
3-10 خصائص دوائر التوازي Characteristics of parallel Circuits

من قانون أوم $V=I*R$ وحيث $R=I/G$، $V=I/G$ وبما أن الفولتية عبر مركبات التوازي متساوية فإن

$$V=I_1/G_1=I_2/G_2=I_3/G_3=I_T/G_T$$

إذا أخذنا أي زوج من هذه الأطراف المتساوية مثل $I_1/G_1= I_2/G_2$ ومنها $I_1/I_2=G_1/G_2=R_2/R_1$ ومن هذا نستنتج أن :

في دوائر التوازي النسبة بين أي تيارين في فرعين يساوي النسبة بين إيصالياتهم أو النسبة بين معكوس نسبة المقاومات



الشكل (3-12)

مثال (3-7)

التيار الكلي المسحوب بواسطة $R_1= 12.5K\Omega$ و $R_2=50k\Omega$ على التوازي هو 15mA. جد التيار المار خلال المقاومة 50kΩ؟

الحل :

من رسم الدائرة المبين في الشكل (3-12)

$I_1+I_2= 15mA$

$I_1/I_2=R1/R_2=50k\Omega/12.5k\Omega=4$

$I_1=4I_2$

بالتعويض بقيمة I_1 في المعادلة الأولى نجد

$4I_2 +I2=15mA$

$I_2=15mA/5=3mA$

حل آخر

$R_{eq}= (R_1R_2)/(R_1+R_2) = 12.5k\Omega*50k\Omega/(12.5K\Omega+50k\Omega)=10k\Omega$

$V=I_TR_{eq} = 15mA*10k\Omega=150V$

$I_2 = V/R_2= 150V/50k\Omega = 3mA$

ملاحظة: توجد أكثر من طريقة لحل معظم مسائل الدوائر الإلكترونية.

توجد خصائص أخرى لدوائر التوازي تستند على المقاومة الداخلية للمصدر التي بالإمكان إهمالها. إن تغير المقاومة في أحد الفروع لا تؤثر على الفولتية والتيار المار خلال الفروع الأخرى،لذا التغيير في أحد الفروع لدائرة التوازي يمكن إهماله مقابل التغير في الفروع الأخرى وفي التسليك المنزلي يتم ربط دائـرة المصباح على التوازي مع بعضها إلى مصدر 117V (مصدر جهد) بحيث عند فتح او غلق أي مفتاح لا يؤثر على عمل الدوائر الأخرى كما هو موضح في الشكل (13-3).

يمكن تلخيص خصائص دوائر التوازي كما يلي :

1- الفولتية عبر أي مركبة في دائرة التوازي متساوية.

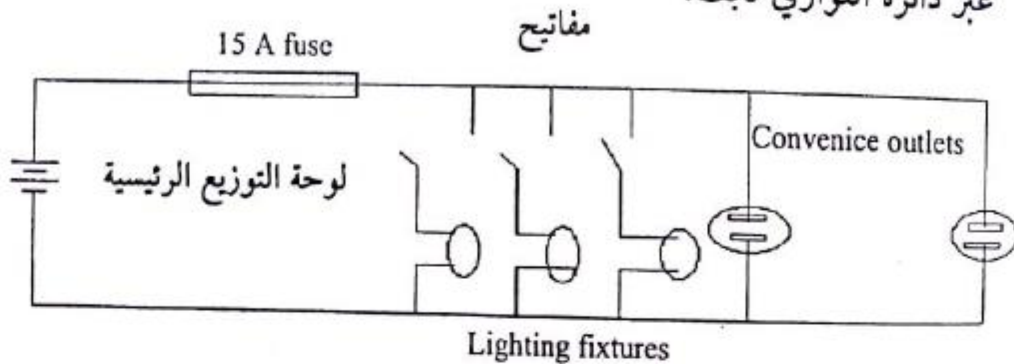
2- الإيصالية الكلية تساوي مجموع الإيصاليات لكل فروع الدائرة.

$G_T = G_1+G_2+\ldots$

3- التيار الكلي يساوي مجموع التيارات في الفروع الأخرى.

4- النسبة بين تيارات الفروع هي نفس النسبة بين إيصالات الفروع (ومقلوب نسبة المقاومات).

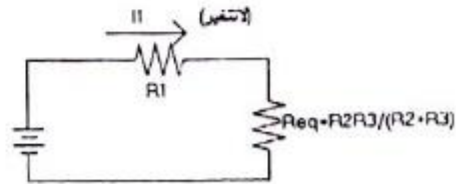
5- كل فرع لا يعتمد على التغير في الفروع الأخرى بشرط أن يكون فرق الجهد عبر دائرة التوازي ثابت.



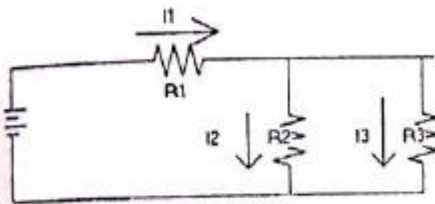
الشكل (12-3) للمثال (7-3)

3-11 دوائر التوالي والتوازي Series –Parallel Circuits

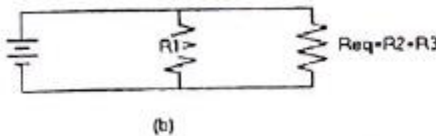
درسنا سابقا دوائر التوالي والتوازي البسيطة فقط وعملياً هذا نادرا ما يطبق في الشبكات الكهربائية. إذا درسنا الدائرة بشكل كامل في الشكل (3-14) لإنها لا تستجيب لخواص التوالي أو التوازي للدائرة لكن إذا اعتبرنا فقط R_2 و R_3 مربوطة بين النقطتين في الدائرة وسيكون لهما نفس هبوط الجهد لذلك , R_2و R_3 تحقق تعريف دائرة التوازي. إذا أعطيت لنا قيم R_2 و R_3 فإننا نستطيع حساب المقاومة المكافئة لتطبيق قاعدة التوازي للدوائر الأصلية في الشكل (3-14).في الشكل (3-15) R_1 تكون على التوالي مع المقاومة المكافئة لـ R_2 و R_3 المربوطتان على التوازي، لذلك نستطيع حل الدائرة في شكل (3-16) باستخدام قوانين دوائر التوالي. ترتيب آخر لمقاومات التوالي والتوازي مبين في الشكل (3-16a) في هذه الحالة نفس التيار المار في R_2 و R_3 وبذلك تكون R_2 و R_3 على التوالي وبذلك يمكن استبدالهم بالمقاومة المكافئة كما في الشكل (3-16b) التي تساوي (R_1+R_2). الآن نستطيع حل الدائرة المبسطة في الشكل (3-16b) باستخدام قوانين دوائر التوازي.

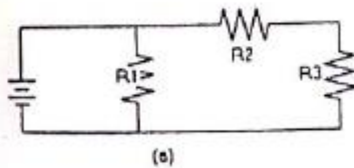


الشكل (3-15) الدائرة المكافئة للشكل(3-14)



الشكل(3-14)





صورة مبسطة من (b) دائرة توازي – توالي (a)

الشكل(3-16)

وكما توضح الأمثلة يمكن تعريف دائرة التوالي - التوازي بأنها الدائرة التي فيها بعض الأجزاء للدائرة تمتلك خواص التوالي والأجزاء الأخرى تمتلك خواص التوازي. حينما يكون عنصرين أو أكثر في شبكة كهربائية على التوازي لا بد أن نطبق كل خواص التوازي لهذه العناصر. وحينما يكون عنصرين أو أكثر في حالة توالي يجب نطبق خواص التوالي.

3-12 طريقة الدائرة المكافئة Equivalent – Circuit Method

نقترح طريقة لحساب بعض شبكات التوالي والتوازي بتعويض المقاومة المكافئة لأجزاء الدائرة المختلفة ونحول الدائرة الأصلية الى دائرة توالي أو توازي مبسطة.

مثال (3-8):

إشارة إلى الشكل (3-14) أكمل الجدول (3-2)

الحل:

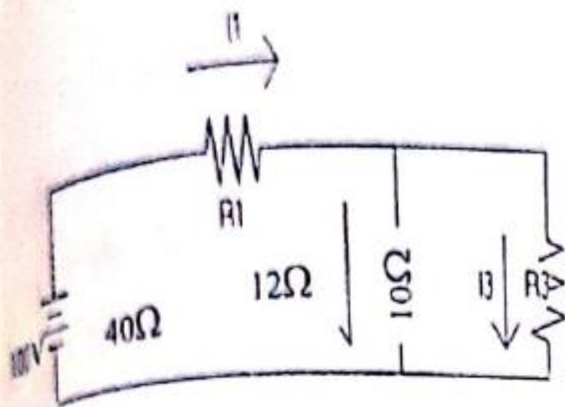
الخطوة (1) نرسم الربط الكامل لهذه الدائرة

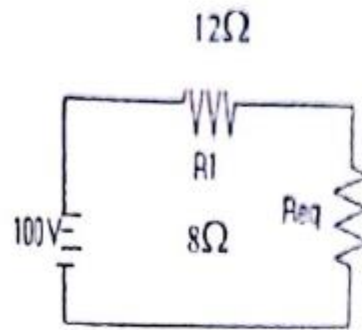
الخطوة (2) نلاحظ من الشكل (3-16) أن المقاومات R_2 و R_3 مربوطة على التوازي

$$R_{eq}=R_2R_3/(R_2+R_3)=10*40/(10+40)=8\Omega$$

الجدول(3-2)

العنصر	المقاومة	الفولتية	التيار	القدرة
R_1	12Ω			
R_2	10Ω			
R_3	40Ω			
الكلية		100V		





الشكل (3-17)

ومن الشكل (3-17) تصبح المقاومة الكلية

$R_T=R_1+R_{eq}=12+8=20\Omega$

ادخل هذا الجواب في الفراغ المناسب في الجدول (3-2)

الخطوة (3) من قانون أوم

$I_T=E/R_T=100V/20\Omega=5A$

الخطوة (4) من R_1 في حالة توالي مع المصدر

$I_1=I_T=5A$

الخطوة (5) من قانون أوم

$V_1=I_1R_1=5A*12\Omega=60V$

الخطوة (6) من قانون كيرشوف للفولتية

$V_{eq}=E-V_1=100-60=40V$

بالرجوع الى الدائرة الأصلية

$V_2=V_3=V_{eq}=40V$

الخطوة (7) من قانون أوم

$I_2=V_2/R_2=40V/10\Omega=4A$

$I_3=V_3/R_3=40V/40\Omega=1A$

عند مراجعة الحسابات نستطيع أن نلاحظ طبقاً لقانون كيرشوف $I_1=I_2+I_3$ لهذه الدائرة

الخطوة (8) بما أن $P=V*I$

$P_1=V_1\ I_1=60*5A=300w$

$P_2=V_2\ I_2=40V*4A=160w$

$P_3=V_3\ I_3=40V*1A=40w$

$P_T=E\ I_T=100V*5A=500w$

ومرة اخرى كتدقيق يجب ان تساوي $P_T=(P_1+P_2+P_3)$

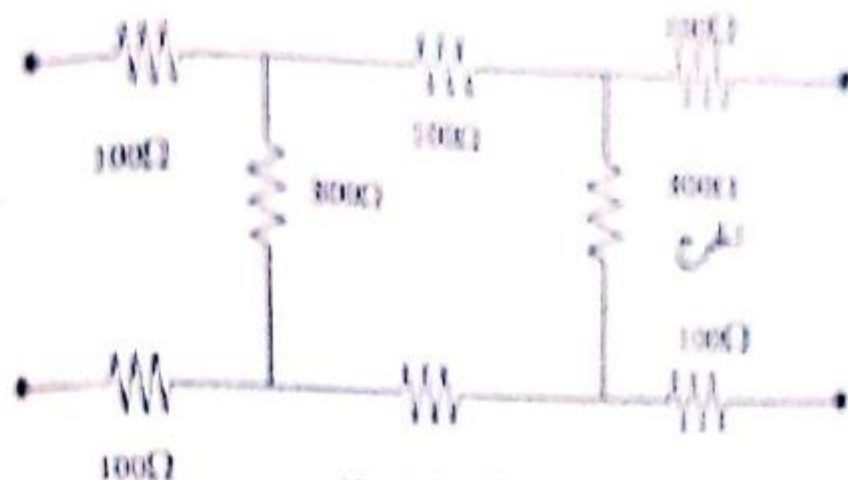
مثال (3-9):

ما هي المقاومة الداخلية على الشبكة (السلمية) (ladder network) في الشكل (18-3) مع الأطراف الخارجية للخرج مفتوحة و (b) مع مقاومة الحمل 600? مربوطة بأطراف الخرج

الحل :

(a)

الخطوة (1) عندما يكون أطراف الدائرة مفتوح لا يسري تيار باتجاه المقاومة 100Ω لذلك لا تؤثر وكأنها خارج الدائرة وتكون دائرته المكافئة كما في الشكل (3-6a)



الشكل (3-18)

الخطوة (2) المقاومتين 200Ω والمقاومة اليمنى 800Ω يسري بها نفس التيار وبذلك يكون لهم خواص ربط التوالي

$$R_{eq} = 200+800+200=1200\Omega$$

الدائرة المكافئة في الشكل (3-19b)

الخطوة (3) من المقاومتين 800Ω و 1200Ω في الدائرة المكافئة

في الشكل (3-19b) وصلت بنفس النقاط، إذا فهم على التوازي

$$R_{eq}=800*1200/(800+1200) = 480\Omega$$

الخطوة (4)

الدائرة المكافئة في الشكل (3-19c)

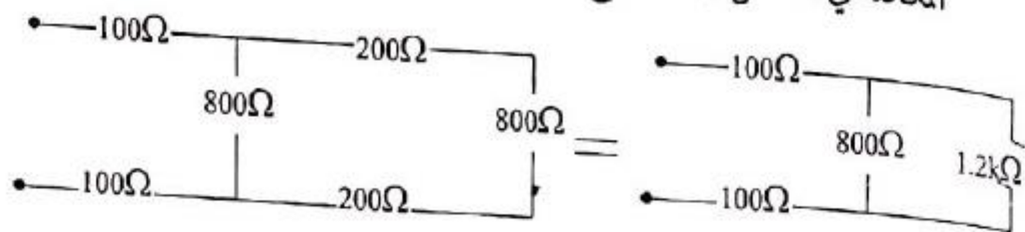
$$R_{eq}= 100+480 +100 = 680\Omega$$

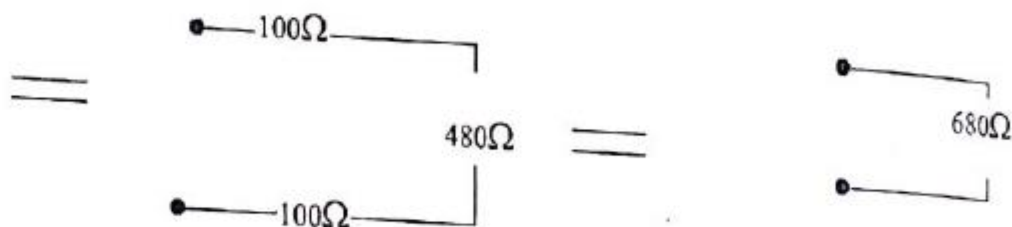
(b)

الخطوة (1) عندما ربط مقاومة الحمل بأطراف الخرج فإن شكل الدائرة يكــون توالي مع مقاومة 100Ω فإن

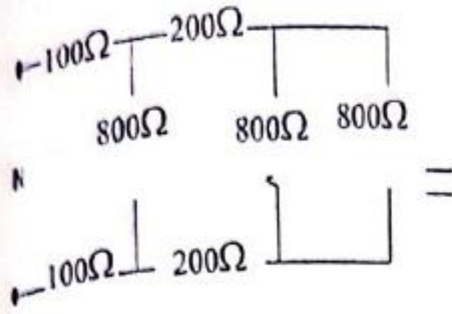
$$R_{eq} = 100+600+100=800\Omega$$

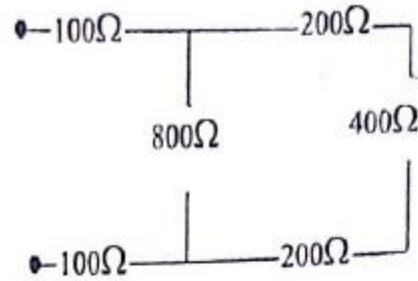
الخطوة (2) نستطيع استبدال مكــان المقــاومتين 800Ω المتوازيتــين في الدائــرة المكافئة في الشكل (3-7a) مع المقاومة 400Ω



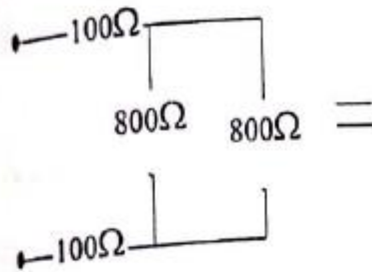


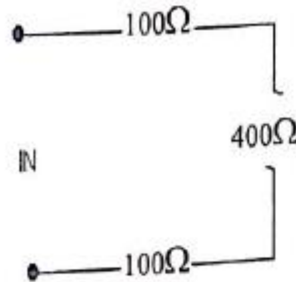
الشكل(3-19)





(a) (b)





(c) (d)

الشكل(3-20)

فقط كما في الشكل (3-20b)

الخطو(3)

المقاومتين 200Ω والمقاومة 400Ω في الشكل (3-20b) تكون في حالـة تـوالي ويمكن استبدالهم بمقاومة مكافئة 800Ω

فقط كما في الشكل (3-20c)

الخطوة (4)

مرة أخرى حينما تكون المقــاومتين 800Ω في حالـة تـوازي تكـون مكافئة بالمقاومة 400Ω فقط كما في الشكل (3-20d)

الخطوة(5)

أخيراً فإن المقاومة الكلية في دائرة التوالي كما في الشكل (3-20d)

$R_{in} = 100+400+100 = 600\Omega$

3-13 طريقة قوانين كيرشوف Kirchoffs-Laws Method

قوانين كيرشوف تزودنا بطريقة حساب أخرى بعد تـرك الدائـرة في حالتـها الأصلية بدون تقليص دائرة التوالي والتوازي بواسطة التعويض بالمقاومات المكافئة حل المثال (3-8) باستخدام قـانون كيرشـوف لاحـظ الشـكل (3-17) مـن

قانون كيرشوف للتيار

$I_1=I_2+I_3$

ولكن من قانون أوم $I_1 = V_1/R_1$

$V_1/R_1=(V_2/R_2)+(V_3/R_3)$ و $V_1/1_2= (V_2/10)+(V_3/40)$

بما أن R_2 و R_3 في حالة توازي فإن $V_2=V_3$ ومن قانون كيرشوف للفولتية

$V_1=V_2=E-V_1$

نعوض بمعطيات المعادلة أعلاه لنحصل على

$V_1/1_2= ((100-V_1)/10) + ((100-V_1)/40)$

أي أن $10V_1 = 1200-12V_1+300-3V_1$

مجموع المعطيات المطلوبة

$25V_1 = 1500$

ومنه $V_1= 60V$

$V_2=V_3 = E -V_1 = 100 -60 = 40V$

ويمكن أن نجد التيارات المختلفة بواسطة قانون أوم $I_1 = V_1/R_1$

المعلومات المعطاة في المثال(8-3) يمكن أن نختار الطريقة المناسبة للحل مع ذلك من البيانات المعطاة في المثال (10-3) لا نستطيع حساب المقاومة المكافئة بسهولة التي تمكننا من تقليص الدائرة إلى دائرة توالي بسيطة لهذا السبب نستخدم قوانين كيرشوف مرة أخرى للحصول على البيانات المطلوبة من مجموعة المعادلات الجبرية.

مثال (10-3)

مقاومة يسري بها تيار 20mA مربوطة على التوازي مع المقاومة 5kΩ والمجموعة مربوطة على التوالي مع مقاومة أخرى 5kΩ، والشبكة كلها مربوطة بمصدر 500V ما قيمة المقاومة التي يسري فيها التيار 20mA ؟

الحل :

بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية على الدائرة في الشكل (8-3)

$$V_1 + V_2 = E$$

وحيث أن

$$V = IR$$

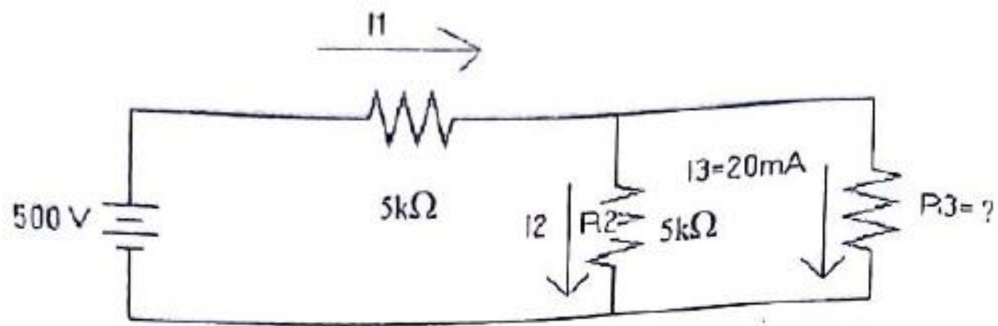
$$I_1R_1 + I_2R_2 = E$$

الشكل(21-3)

ومن قانون كيرشوف للتيار

$$I_2 = I_1 - 0.02$$

$$R_1I_1 + R_2(I_1 - 0.02) = E$$



الشكل (3-21)

بتعويض القيم المعطاة لـ R_1 و R_2 و E

$5000I_1 + 5000(I_1 - 0.02) = 500$ ومنه $I_1 = 60\ mA$

$I_2 = I_1 - 0.02 = 0.06 - 0.02 = 0.04A$ أو 40mA

بما أن R_2 و R_3 في حالة توازي

$V_2 = V_3$

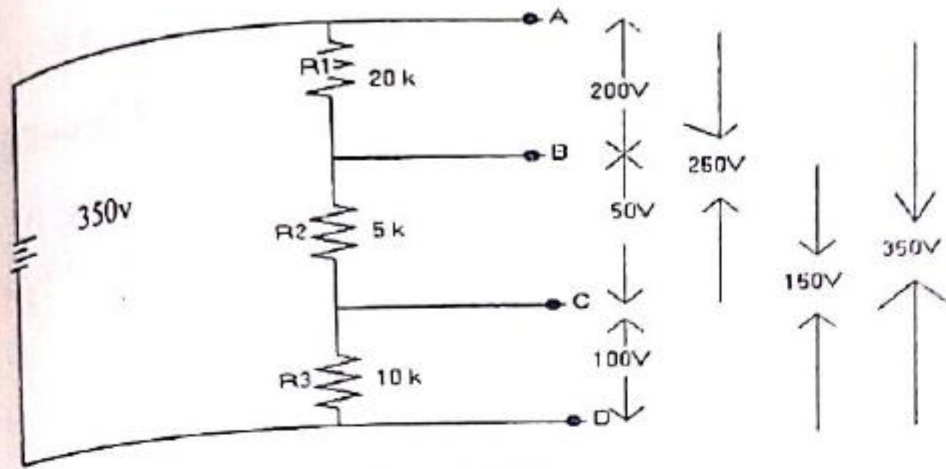
لكن $V_2 = I_2R_2 = 40mA * 5k\Omega = 200V$

$R_3 = V_3/I_3 = 200V/20mA = 10k\Omega$

يمكن أيضاً التعويض المناسب من بداية الحل لـ V/R في معادلة قانون كيرشوف للتيار $I_1 = I_2 + 0.02$

3-14 قاعدة مجزئ الجهد Voltage Divider Principle

في دائرة التوالي المبينة في الشكل (3-22) ينص قانون كيرشوف للفولتية على $E = V_1 + V_2 + V_3$ وبعبارة



الشكل(3-22)

أخرى الفولتية الكلية المسلطة مقسمة بين ثلاث مقاومات. حيث نستطيع قياس فولتية واحدة عبر طرفي المصدر، ولدينا ستة مجاميع للأطراف A,B,C,D التي يمكن ربط فولتيمتر عليها كما موضح في الشكل (3-22) هذه المجاميع المتوالية للمقاومات $R_1.R_2,R_3$ تصبح مجزئ (مقسم) الفولتية.

حساب الفولتيات الست في الشكل(3-22) باستخدام الحل المطول المبين في المثال (3-8) اي نحسب R_T وثم نجد I من قانون أوم ومن ثم نحسب هبوط الجهد عبر كل مقاومة $V_1=I*R_1$ وهكذا. لأن اهتمامنا باتجاه تجزئة الفولتية ويفضل الحل القصير باستخدام القاعدة الموضحة في الجزء(3-5). هذا قبل الرجوع إلى قاعدة مجزئ الفولتية في دائرة التوالي النسبة بين هبوط اي فولتيتين هي نفس نسبة المقاومتين التي يحدث فيها هبوط الجهد اي أن

$$V_x/ E = R_x/R_T$$

ومنه

$$V_x= E\, R_x/R_T \qquad (3\text{-}13)$$

المعادلة (3-13) أصبحت معادلة جبرية لقاعدة مقسم الجهد (الفولتية)

مثال(3-10)

ما هي الفولتية بين الطرفين B وD في الدائرة المبينة في الشكل (3-22)

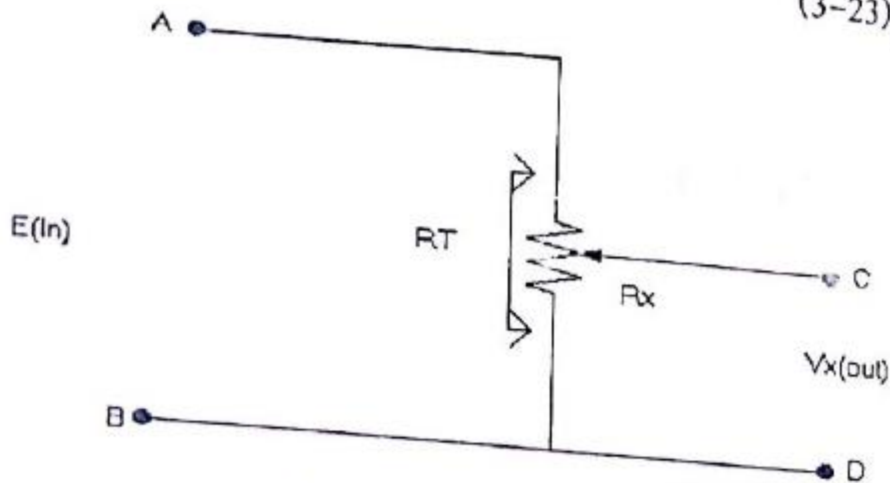
الحل :

$V_{BD} = E\,(R_2+R_3)/(R_1+R_2+R_3)$

$=350v\ (5k\Omega + 10k\Omega)\ /\ (20k\Omega + 5k\Omega + 10k\Omega)$

$= 350v * 15k\Omega/35k\Omega = 150v$

غالبا تحتاج إلى فولتية متغيرة مستمرة أكثر من الفولتيات الثابتة المجهزة بمقسم الفولتية كما هو موضح في الشكل (3-22) هذا يمكن الحصول عليه بواسطة الجهد الذي فيه تتحرك نقطة اتصال (sliding contact) على طول السلك أو مقاومة كربونية لتكوين مقاومة متغيرة (مقسم الجهد) (potentiometer) الموضحة في الشكل(3-23)



الشكل(3-23) مجزئ الفولتية أو الجهد

3-15 مقسمات الجهد (الفولتية)

يستخدم مقسم الفولتية بكثرة في الدوائر الإلكترونية بقصد التوفير حيث مصدر فولتية واحد يمكن أن يزود الفولتيات المختلفة المطلوبة لمكونات الجهاز

مقاومة الخفض المتوالية في الشكل (24-3) تجهزنا بأبسط طريقة لإيجاد هبوط الجهد المطلوب عبر عنصر معين في الدائرة.



الشكل(24-3)مقاومة خافض للفولتية

مثال(11-3)

جزء من دائرة إلكترونية يحتاج إلى جهد تشغيل 15V عند تيار ساحب مقداره 20mA إذا كانت الفولتية بين طرفي المصدر 25V ما قيمة مقاومة الهبوط المتوالي المطلوبة (series dropping resistor)

الحل :

من قانون أوم نستطيع تمثيل حمل الدائرة بمقاومة كما في الشكل (24-3)

$R_L = V_L/I_L = 15V/20mA = 750\Omega$

من قانون كيرشوف للفولتية، المقاومة الخافضة لفولتية هبوط الجهد على مقاومة الانخفاض المتوالي يجب أن تكون

$V_D = E - V_L = 25 - 15 = 10V$

ولأن هذه دائرة توالي فإن

$I_D = I_L = 20mA$

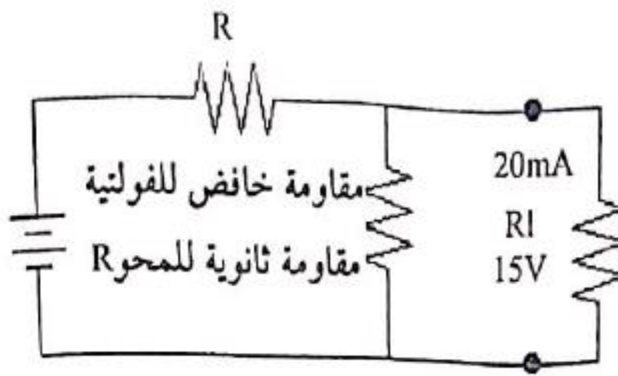
مقاومة الانخفاض $= V_D/I_D = 10V/20mA = 500\Omega$

لإكمال التصميم يجب أن نعرف أدنى قدرة للمقاومة التي نختارها

$P = V*I = 10V*20mA = 0.02w$

عملياً يمكن إختيار مقاومة تتحمل قدرة (1/2 w) بحيث تعمل دون درجة الحرارة وبذلك يتحسن أداء الجهاز من فوائد خافض المقاومة المتوالي (series dropping resistor) هو أن تيار الساحب يتغير مع مقاومة خافض للفولتية، مصدر القدرة لا يكون أكثر من التيار المطلوب لمكونات الدائرة في السؤال. لكن هذه الدائرة لها سلبيات حيث أن التغير في مقاومة الحمل يسبب تغير ملحوظ في التيار الذي يسري في مقاومة الخافض المتوالي وكذلك في هبوط الجهد عبرها. بدورها تسمح بتغير ملحوظ في الفولتية المجهزة إلى الحمل في الدائرة الإلكترونية في الشكل (3-24) تكون ترانزستور أو صمام إلكتروني من المحتمل أن تكون العملية حيث R_L عالية جداً (عندما يكون الترانزستور أو الصمام الإلكتروني منحاز إلى القطع، أو سخان الصمام الإلكتروني يكون بارد.

تحت هذه الظروف فإن هبوط الجهد عبر الحمل يجب أن يزداد إلى الفولتية المسلطة الكلية بالرغم من أن الترانزستور،أو الصمام الإلكتروني لا يمرر التيار،من المحتمل أن تكون هذه الفولتية عالية لتسبب عطل (انهيار) الجهاز ولمنع حدوث ذلك من الحدوث نربط مقاومة جزئية (bleader resistor) متوازية مع الحمل كما في الشكل (3-25) عندما تكون مقاومة الحمل لا نهائية تحتفظ المقاومة المتوازية بالتيار الجاري، كذلك هبوط الجهد عبر مقاومة خافض المتوالي وبذلك فإن فولتية الطرفين لا تزداد إلى الفولتية المسلطة الكلية في تصميم مصادر القدرة للأجهزة الإلكترونية، جزء من التيار من 10% إلى 25% من التيار الكلي المسحوب من المصدر يجهز بحماية كافية ضد زيادة الفولتية عند عدم وجود الحمل (no load condition) مع زيادة جزء من التيار نسبة إلى تيار الحمل والتغيرات في تيار الحمل سيكون تأثيرها قليل على فولتية الحمل وبذلك نحصل على تحسين في تنظيم الفولتية (Voltage regulation) إن التيار الإضافي من المصدر يولد حرارة إضافية ناتجة من مقاومات مقسم الفولتية على حسب قيمة التيار الإضافي للساحب من المصدر والحرارة الخارجية في مقاومات مجزء الجهد.



الشكل(3-25)

مثال(3-12):

مجزئ تيار يسمح بمرور 50mA صمم مقسم جهد (فولتية) لتجهيز 15V عند تيار 20mA من مصدر 25V أحسب فولتية الدائرة المفتوحة (open-circuit terminal voltage) لمقسم الفولتية ؟

الحل :

بما أن المقاومة الجزئية على التوازي مع الحمل الشكل (3-12)هبوط الجهد عليها هو 15V لذلك

المقاومة الجزئية (bleeder resistance) $=V_L/I_B = 15V/50mA = 300\Omega$

القدرة الجزئية (power rating of bleeder) $=V_L I_B = 15V * 50mA = 0.75w$

هبوط الجهد عبر مقاومة الخافض المتوالي

$V_D = E - V_L = 2515 = 10V$

$I_D = I_B + I_L = 50mA + 20mA = 70mA$

مقاومة خافض المقاومة المتوالي (series dropping resistor) $= V_D/I_D = 10V/70mA = 143\Omega$

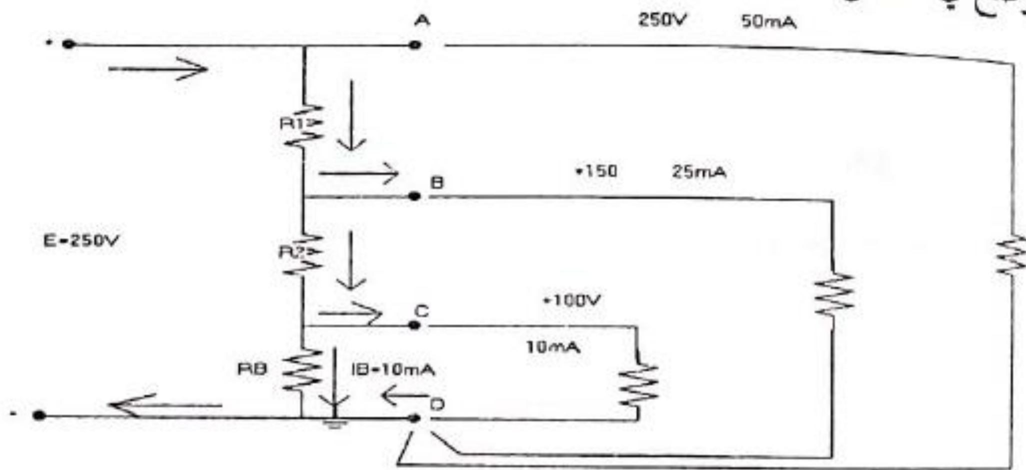
متوسط القدرة $= V_D I_D = 10V * 70mA = 0.7w$

نختار 1w لمقسم فولتية المقاومات،تحت شروط الدائرة المفتوحة نستخدم قاعدة مقسم الجهد من المعادلة (3-13)

$$V_T = V_B = 25 * 300/(143+300) = 16.9V$$

التحدث عن الفولتية لا معنى له في دائرة كهربائية ما لم تكن منسوبة إلى نقطة مرجعية من صيغة (Refrence point) وهذه خاصية في الدوائر الإلكترونية حيث نحصل منها على فولتيات مختلفة من مصدر قدرة واحد.

ومن المناسب اعتبار نقطة واحدة كمرجع (Reference) لكل مقاييس الفولتية في الدائرة. عادة يتم ربط النقط الكهربائية المرجعية بهيكل معدني أو إطار الجهاز التي تمثلها في النموذج المتصل الموضح في الشكل (3-13) نؤرض (ground)الهيكل المعدني أو الإطار كهربائيا (أنبوب الماء أو قضيب معدني متصل بالأرض)بحيث يكون فرق الجهد بين الهيكل المعدني والأرض يساوي صفر، وتشير إلى أنه نقطة المرجع لمصدر مقسم الفولتية المرتبط بالأرض كما في الشكل (3-13) باستخدام النموذج المتصل بالأرض. الفولتية عند النقطة A تكون 250V نسبة الأرض في دوائر الصمام الإلكتروني يؤرض الطرف السالب لمصادر القدرة السالب كما هو موضح في الشكل (3-26)



الشكل (3-26)

مثال (3-13):

صمم مجزئ (مقسم) فولتية للمواصفات المبينة في الشكل (3-26)

الحل :

الخطوة(1) نضع تصميماً بتيارات مختلفة، ونرسم المقاومات التي تمثل الأحمال المعطاة حسب المواصفات المختلفة.

نرسم أسهم اتجاه التيار في كل فرع. إتجاه التيار المتعارف عليه موضح في الشكل (3-26)

النقطة A لا تسحب التيار 50mA الذي يسري من خلال مقاومات مقسم الفولتية وبذلك لا يدخل هذا التيار في حساباتنا

الخطوة (2) بداية المقاومة الجزئية (bleeder resistor) نحسب التيار المار في كل مقاومة بمقسم الفولتية وفقاً للدائرة في الشكل (3-26).

التيار المار في المقاومة R_B يكون 10mA. إن المقاومة R_2 تمرر التيار 10mA المسحوب بواسطة حمل ذو 100V

$$I_2=10+10=20mA$$

أخيراً يمر التيار I_2 في المقاومة بـ R_2 وتيار 25mA يسحب بواسطة حمل ذو 125V

$$I_1 = 20+25 = 45\ mA$$

الخطوة (3) نحسب المقاومة القدرة لكل مقاومة من المقاومات الثلاث بمقسم الفولتية

$$R_B=V_B/I_B=100V/10mA=10k\Omega$$

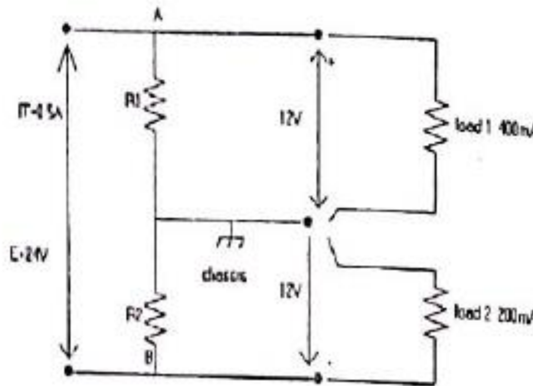
$$P_B = V_B I_B = 100V*10mA =1w$$

(نختار مقاومات مقاومات ذات قدرة 2w أو مقاومات ذات قدرة 5w لـ R_2

و R_3 اخيراً $V_1=250-150=100$

$R_1 = V_1/I_1=100/45mA = 2.22k\Omega$

(نختار مقاومةذات قدرة $P_1 = V_1I_1=100*45mA = 4.5w$ (10w



الشكل (3-27)

مصدر القدرة للترانزستور يتطلب ربط طـرف (+) أو طـرف (-) بـالأرض اعتماداً على نوع الترازستور المستخدم. ترانزستور الدائرة يتطلـب كـلا الفولتيتـين (+) و (-) نسبة إلى نقطة مشتركة (common). نحصل على كلا الفولتيات الموجبـة والسالبة (بخصوص الهيكل المعدني) من مصدر قدره واحـد بواسـطة ربـط النقطـة المناسبة علـى مقسـم الفولتيـة إلى الإطـار الخـارجي (chassis) كمـا هـو مبـين في الشكل(3-27)

مثال(3-14)

مصدر قدره لمكبر ترانزستور يولد الفولتية 24V dc بحمل كامل (full load). صمم مجزئ جهد (فولتية)لتزويد الخرج بـ + و 12V- (وبخصوص الهيكل المعدني) عندما يكون التيار المسحوب من المصدر +12Vهو 400mA والتيار المسحوب من المصدر هو 200mA عبر المصدر 12V-.

التيار الكلي المسحوب من مصدر القدرة هو 0.5A

مقسم الفولتية لمكبر ترانزستور من مصدر القدرة الشكل (27-3).

الحل :

بما أن R_1 على التوازي مع الحمل (1)، $V_1=12V$ نطبق قانون كيرشوف للتيار عند نقطة الإلتقاء A

$I_1=500mA-400mA=100mA$

$R_1=V_1/I_1=12/100mA=120\Omega$

$P_1=V_1I_1=12V*100mA=1.2w$

$V_2=12V$ و $I_2=500mA-200mA=300mA$

$R_2=12/300mA=40\Omega$ و $P_2=12V*300mA=3.6w$

3-16 قاعدة مجزئ التيار Current Divider Principle

في المثال (12-3) التيار الكلي المسحوب من مصدر الفولتية يتجزأ بين الحمل والمقاومة الجزئية.

نطبق قاعدة المقاومات المتوازية في الجزء (12-3) في دائرة توازي مزدوجة لقاعدة مقسم الفولتية لدوائر متوالية تسمى قاعدة مقسم الفولتية.

في الدوائر المتوازية:النسبة بين تياري أي فرعين هي نفس النسبة بين الإيصاليات التي تسري خلالها التيارات لترجمة هذه القاعدة إلى معادلة جبرية مفيدة لأن V مشتركة المقاومتين المتوازيتين

$I_1/G_1=I_2/G_2=I_T/G_T=Ix/G_x$

$$I_x=I_TG_x/G_T \quad (3-14)$$

بما انه عادة يتم تزويدنا ببيانات حول مقاومات الفروع المتوازية أفضل من الموصلات تعوض $G_x=1/R_x$ و $G_T=1/R_{eq}$ في المعادلة (2-3) المعطاة

$$I_x = I_T R_{eq} R_x \quad (3\text{-}15)$$

نلاحظ ان نسبة التيار هي عكس نسبة المقاومة وبذلك فإن نص قاعدة مقسم التيار (في دائرة التوازي النسبة بين تيارات أي فرعين يكـون عكـس نسـبة المقاومـة لمقاومتين مربوطتين على التوازي

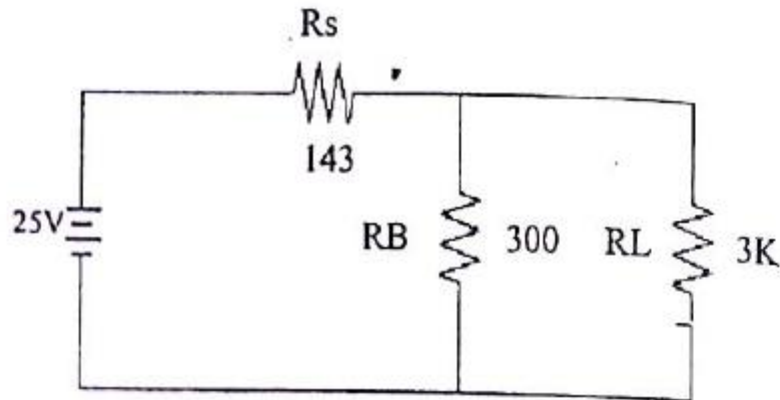
$$R_{eq} = R_1R_2/(R_1+R_2) \quad (3\text{-}16)$$

$$I_1 = I_T\ R_1R_2/(R_1(R_1+R_2)) \quad (3\text{-}17)$$

$$I_1 = I_T R_2/(R_1+R_2) \quad (3\text{-}18)$$

وبالمثل

$$I_2 = I_T R_1/(R_1+R_2)$$



الشكل (3-28)

مثال (3-15)

احسب التيار في مجزئ الفولتية المصمم في المثـال (3-12) إذا زادت المقاومـة إلى 3kΩ انظر الشكل (3-28)

الحل :

المقاومة المكافئة الجزئية ومقاومة الحمل مربوطتان على التوازي وعليه

$R_{eq}=(300\Omega*3k\Omega)(300\Omega+3k\Omega)$

$R_T=R_s+R_{eq}=143+273=416\Omega$

$I_T=E/R_T=25/416\Omega=60.1mA$

$I_B=I_TR_L/(R_B+R_L)=60.1mA*3k\Omega/3.3k\Omega=54.6mA$

مثال (3-16):

أميتر ذو مقاومة داخلية 50Ω وأقصى قراءة له (full-scale) عند مـرور تيـار 1mA ما قيمة المقاومة التي نربطها على التوازي مـع الأميـتر بحيـث تكـون أقصـى قراءة للتيار 1.0A الدائرة أنظر الشكل (3-16)

الحل :

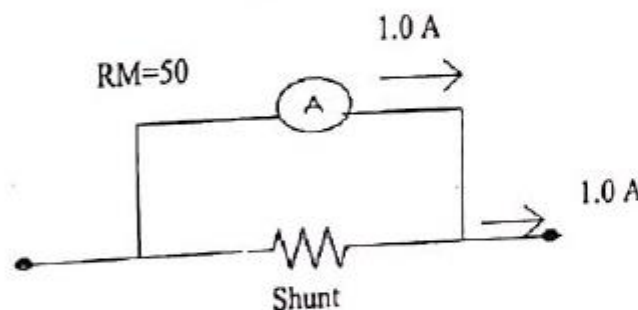
من قانون كيرشوف للتيار

$I_{sh}=I_T-I_M=1000mA-1mA=999A$

وطبقاً لقاعدة مقسم التيار

$R_{sh}/R_M=I_M/I_{sh}$

$R_{sh}=R_M*I_M/I_{sh}=50*1/999=0.0500\Omega$



الشكل (3-29)

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

Resistive Circuits

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

Resistive Circuits

المقدمة

في تطبيقات الهندسة الكهربائية فإننا غالبا ما نواجه مسائل تحليل الدائرة لدائرة مركبة و التي تتضمن قيم عناصر معروفة و تيارات و جهود وقدرات مطلوب إيجادها. في هذا الفصل سنختبر تقنيات لتحليل دوائر مركبة من مقاومات و مصادر جهد و مصادر تيار. أخيرا سنستعرض عدد من المفاهيم لدوائر تحتوي على محث و متسعة. على امتداد السنين سوف تقابل عدد من تطبيقات الهندسة الكهربائية في مجال الهندسة. هذا الفصل سوف يعطيك المهارة التي تحتاجها لتتعامل بكفاءة مع الأجهزة الكهربائية و دوائر أخرى يمكن أن تواجهها.

دراسة هذا الفصل ستجعلك قادرا على:

1- تحليل الدوائر بواسطة تجميع مقاومات على التوالي و التوازي.

2- تطبيق أساسيات مجزئ الجهد و مجزئ التيار.

3- حل الدوائر بتقنية جهد العقدة (node-voltage).

4- حل الدوائر بتقنية تيار الشبكة (mesh-current).

5- إيجاد مكافئ ثيفينين و نورتن.

6- تطبيق نظرية التراكيب.

7- رسم مخطط الدائرة.

4-1 المقاومات على التوالي و التوازي

Resistances in Series and Parallel

في هذا الفقرة، سوف نرى كيف نستبدل مجموعات مقاومات على التـوالي أو التوازي بالمقاومة المكافئة. ثمّ نرى كيفية استخدامها في حلّ الدوائر.

المقاومات على التوالي Series Resistances

اعتبر مجموعة ثلاثة مقاومات متوالية كمـا هـو موضـح في الشـكل (4.1a). تذكر انه في دائرة التوالي فان العناصر تربط نهايتها بالتي تليها و ذلــك يجعـل التيـار المتدفق خلال كل العناصر متساوي. بتطبيق قانون أوم، يمكن أن نكتب:

$$V1 = R1i \quad (4.1)$$

$$V2 = R_2 i \quad (4.2)$$

$$V3 = R_3\, i \quad (4.3)$$

باستخدام KVL نستطيع أن نكتب:

$$V = V1 + V2 + V3 \quad (4.4)$$

بتعويض المعادلات (4.1) و (4.2) و(4.3) في المعادلة (4.4) نحصل على:

$$V = R1i + R2i + R3i \quad (4.5)$$

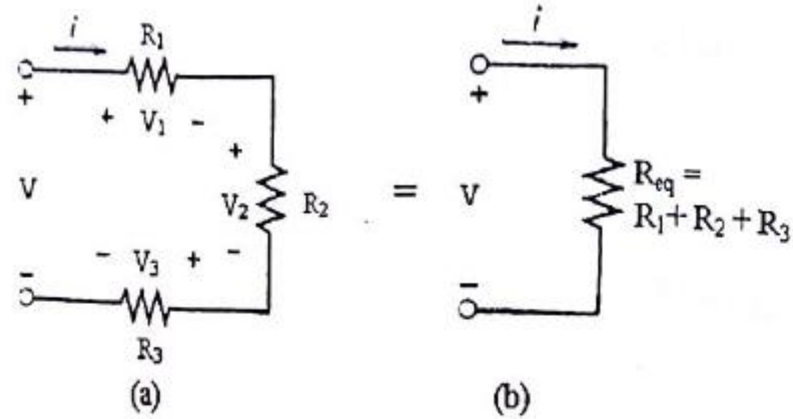
$$V = i\,(R1 + R2 + R3) \quad (4.6)$$

لمجموعة مقاومات على التوالي كالتالي Req الآن سنعرف المقاومة المكافئة:

$$Req = R1 + R2 + R3 \quad (4.7)$$

بالتعويض في المعادلة (4.6) نحصل على:

$$V = Req\; i \quad (4.8)$$



الشكل (1-4)

مقاومات التوالي يمكن أن تجمع في مقاومة مكافئة

هكذا، نستنتج بأنّ المقاومات الثلاث على التوالي يمكن أن تستبدل بمقاومة مكافئة Req موضحة في الشكل (4.1b) بدون تغيير في العلاقة بين الجهد v والتيار i. إذا كانت المقاومات الثلاث جزء من دائرة أكبر، فيمكن استبدالهن بمقاومة مكافئة وحيدة دون أن تحدث اي تغييرات في التيارات أو الجهود في أجزاء أخرى من الدائرة.

هذا التحليل يمكن أن يطبق على أيّ عدد المقاومات. على سبيل المثال، مقاومتين على التوالي يمكن ان تستبدل بمقاومة وحيدة مكافئة. والخلاصة أن مجموعة مقاومات على التوالي لها مقاومة مكافئة تساوي مجموع المقاومات الأصلية.

المقاومات على التوازي Parallel Resistances

الشكل (4.2a) يوضح ثلاث مقاومات على التوازي. ففي دائرة التوازي الشكل (4.2a) يصبح الجهد المسلط على العناصر متساوي وبتطبيق قانون أوم في الشكل (4.2a) يمكن ان نكتب:

$$i1 = V / R1 \text{.........(4.9)}$$

$$i2 = V / R2 \text{.......(4.10)}$$

$$i3 = V / R3 \text{........(4.11)}$$

إن النهايات للمقاومات في الشكل (4.2a) مربوطة بعقدة واحدة، لذلك يمكننا تطبيق KCL على العقدة العليا للدائرة و نحصل على:

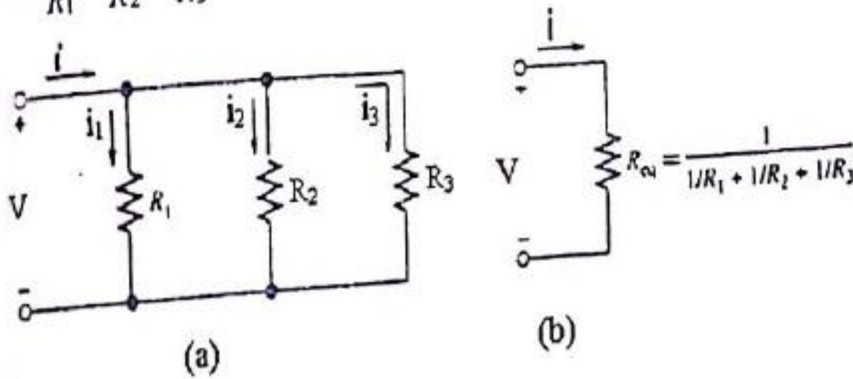
$$i = i1 + i2 + i3 \dots\dots\dots (4.12)$$

الآن نستخدم المعادلات (4.9) و (4.10) و (4.11) للتعويض في المعادلة (4.12) نحصل على:

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \dots\dots\dots (4.13)$$

بأخذ V عامل مشترك نحصل على:

$$i = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})V \dots\dots\dots (4.14)$$



الشكل (4-2)

مقاومات التوازي يمكن أن تجمع لتكون مقاومة مكافئة

الآن سنعرف المقاومة المكافئة كالتالي:

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \dots\dots (4.15)$$

باعتبار المقاومة المكافئة فان المعادلة (4.14) تصبح:

$$i = \frac{1}{R_{eq}}V \dots\dots\dots (4.16)$$

بمقارنة المعادلات (4.14) و (4.16)، نرى أن i وv لهما علاقة بالطّريقة نفسها بكلتا المعادلات بشرط أن Req معطاة بالمعادلة(15- 4) لذا فان مجموعة المقاومات

المتوازية يمكن أن تستبدل بمقاومة مكافئة بدون تغير التيارات والجهود في أجزاء أخرى من الدائرة. المقاومة المكافئة موضحة في الشكل (4-2b).

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4} \ldots\ldots (4.17)$$

و بالمثل فانه لمقاومتين يكون:

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} \ldots\ldots\ldots\ldots (4.18)$$

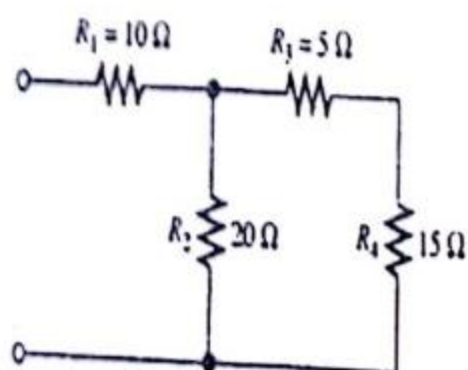
و يمكن وضعها على الشكل:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \ldots\ldots\ldots (4.19)$$

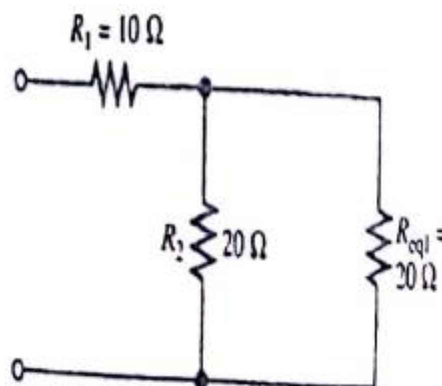
(ملاحظة تلك المعادلة 4.19 تنطبق فقط على مقاومتين.) أحيانا، دوائر المقاومة يمكن ان تتحوّل إلى مقاومة مكافئة وحيدة بإعادة تجميع مقاومات على التوالي او التوازي.

مثال 1-4

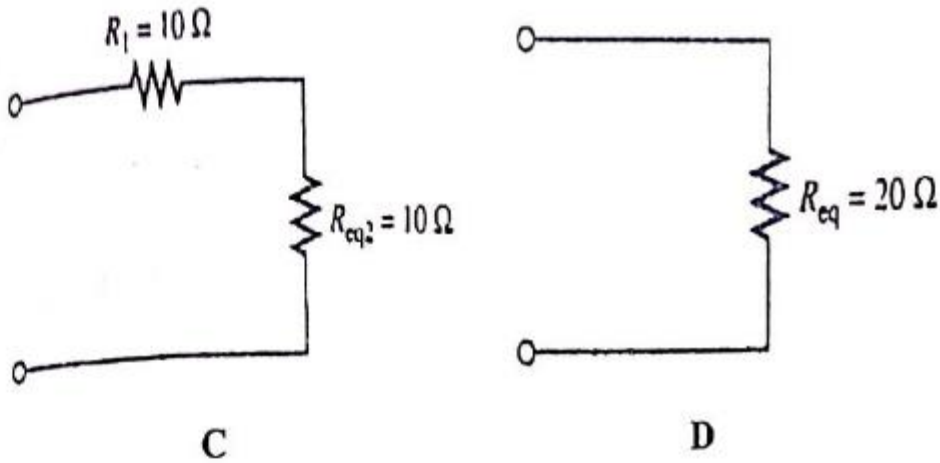
جد المقاومة المكافئة الوحيدة للشبكة الموضحة في الشكل (4.3a).



A



B



الشكل (4-3)

دوائر المقاومة للمثال 4-1

الحل:

أولا، نبحث عن مجموعة مقاومات على التوالي أو التوازي. في الشكل (4.3a) فان R3 و R4 هما على التوالي. (في الحقيقة، ليست هناك مقاومتين أخرى في هذه الشبكة بالتوالي أو بالتوازي) هكذا. خطوتنا الأولى أن تجمع R3 و R4 و يحلّ محلهم مقاومتهم المكافئة. تذكّر أن المقاومة المكافئة لمقاومتين على التوالي هو مجموع تلك المقاومتين

$$Req1 = R3 + R4 = 5 + 15 = 20\Omega$$

الشكل(4.3b) يوضح الشبكة بعد استبدال R3 و R4 بالمقاومة المكافئة لهما الآن نرى أن R2 و Req هما بالتوازي. المقاومة المكافئة لهذه المجموعة هي:

$$R_{eq2} = \frac{1}{1/R_{eq1} + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/20} = 10\Omega$$

هذا البديل يعطينا الشبكة المكافئة الموضحة في الشكل (4.3c).

أخيرا، نرى بأنّ R1 و Req2 يكونان على التوالي. هكذا، فان المقاومة المكافئة لكامل الشبكة هي$20\,\Omega$

مسألة (4-3)

جد المقاومة المكافئة لكلّ من الشبكات الموضحة في الشكل (4.4):

الجواب:

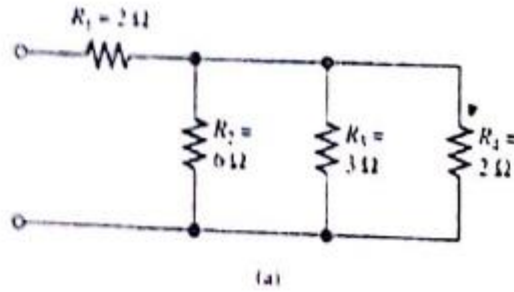
a) 3Ω;

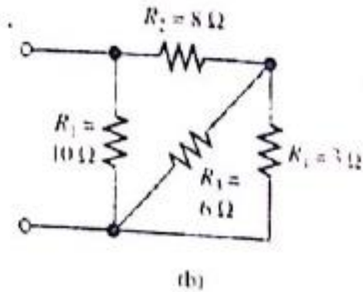
b) 5Ω;

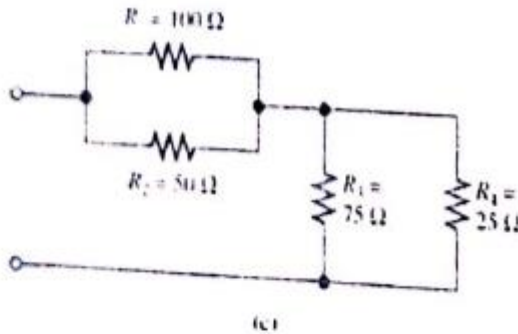
c) 52.1Ω

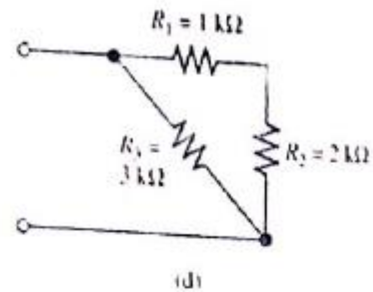
d) 1.5kΩ

الدوائر المتوالية مقابل الدوائر المتوازية:









الشكل (4-4)

العنصر مثل المصباح الضوئي الذي يمتص القدرّة يسمى بالحمل. عندما نريد توزيع القدرّة من مصدر جهد وحيد إلى الأحمال المختلفة، نضع عادة الأحمال

بالتوازي، و المفتاح على التوالي مع كلّ حمل يمكن أن يمنع تدفق التيار إلى ذلك الحمل بدون التأثير على الجهد المسلط على الأحمال الأخرى.

2-4 تحليل الشبكة باستخدام مكافئات التوالي والتوازي:

network Analysis by Using Series and Parallel Equivalents

الشبكة الكهربائية (أو الدائرة الكهربائية) تشمل عناصر الدائرة، مثل المقاومات و مصادر الجهد ومصادر التيار، تربط سوية في الشكل مسار مغلق. تحليل الشبكة هي عملية تحديد التيار والجهد والقدرة لكل عنصر معطى في مخطط الدائرة وقيم العناصر. في الفقرات الآتية سوف ندرس عدة تقنيات مفيدة لتحليل الشبكة.

أحيانا نستطيع تحديد التيارات والجهود لكل عنصر في دائرة المقاومة لإعادة استبدال المركبات المتوالية والمتوازية بمقاوماتها المكافئة هذا يمكن أن يقلل كفاءة الدائرة التي دائراتها المكافئة يمكن ان تحل بسهولة. المعلومة مرة أخرى من الدائرة المبسطة تنقل إلى الخطوات السابقة للدائرة المكافئة. في النهاية سوف نكسب معلومة حول الدائرة الأصلية للتحليل كل التيارات والجهود.

تحليل الدائرة باستعمال مكافئات التوالي والتوازي:

Circuit Analysis Using Serial/Parallel Equivalent

يوجد هناك خطوات في حل الدوائر بإستخدام مكافئات التوالي والتوازي.

1 – إبدأ بوضع المركبات للمقاومات التي تكون على التوالي أو التوازي. غالبا نضع البداية في الجهه البعيدة من المصدر

2 – نعيد رسم الدائرة مع المقاومة المكافئة لتجميع الموجود في الخطوة الأولى.

3 – نعيد الخطوات 1 و2 حتى تقل الإحتمالات. غالبا (وليس دائماً) سوف ينتهي بمصدر مفرد ومقاومة مفردة.

4 - نحل للتيارات و الجهود للدائرة المكافئة الأخيرة. بعد ذلك نحول النتيجة إلى الخطوة التي قبلها ونحل للتيارات غير معروفة وجهود. مرة أخرى نحول النتيجة إلى الخطوة التي قبلها ونحل. نعيد حتى تصبح كل التيارات والجهود معروفة في الدائرة الأصلية.

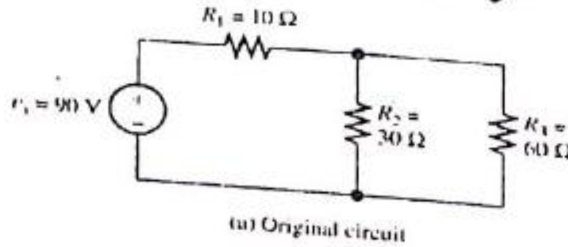
مثال 4-2

جد التيار والجهد والقدرة لكل عنصر من الدائرة المبينة في الشكل(4.2a) ؟

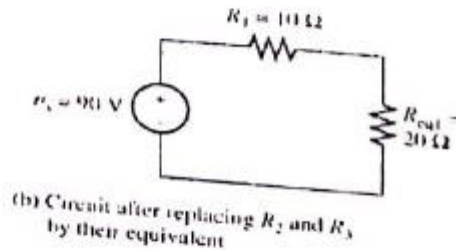
الحل:

اولا نجمع المقاومات على التوالي والتوازي ، مثلا في الدائرة الأصلية R2 و R3 يكونان بالتوازي.

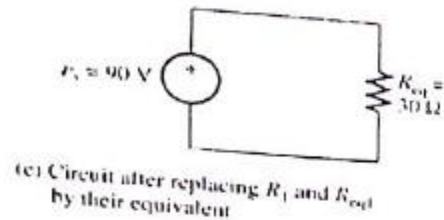
إستبدال R2 وR3 بمكافئهم الموازي. سنحصل على الدائرة المبينة في الشكل (4.5b). بعد ذلك نرى أن R1 وReq1 بالتوالي نستبدل هذه المقاومات بمجموعهم، سوف نحصل على الدائرة المبينة في الشكل (4.5c).



(a) Original circuit



(b) Circuit after replacing R_2 and R_3 by their equivalent



(c) Circuit after replacing R_1 and R_{eq1} by their equivalent

الشكل (4-5)

الدائرة ونسختها المبسطة

بعد أن اختصرنا الشبكة إلى مقاومة مكافئة مربوطة مع المصدر نحل الدائرة المبسطة. بعد ذلك سوف نحول النتيجة عكسيا خلال الدوائر المكافئة. نبين هذه العملية في الشكل (4.6) (الشكل 4.6 يشير إلى الشكل 4.5 ماعدا للتيارات والجهود المبينة في الشكل (4.6) غالبا في حل الشبكة بواسطة هذة التقنية نرسم أولا مجموعة الشبكات المكافئة وبعد ذلك نكتب النتائج على نفس الرسومات).

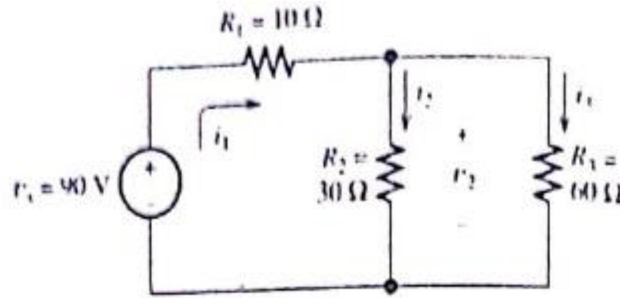
أولا نحل الشبكة المبسطة الموضحة في الشكل (4.6c). بسبب أن Req بالتوازي مع مصدر الجهد 90V فإن الجهد المسلط على Req ينبغي أن يكون 90V بقطبية موجبة في النهاية العليا. هكذا فإن التيار المتدفق خلال Req يعطى بالعلاقة :

$$i_1 = \frac{V_s}{R_{eq}} = \frac{90v}{30v} = 3A$$

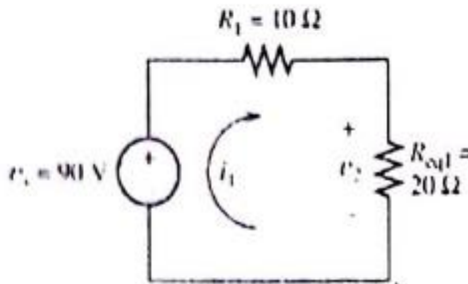
عرفنا أن هذا التيار يتدفق إلى الأسفل (من الموجب إلى السالب) خلال Req. حيث أن Vs وReq هما بالتوالي كما في الشكل (4.6c) وأن التيار ينبغي أن يتدفق إلى الأعلى Vs. هكذا فان i1 = 3A يتدفق بإتجاة عقرب الساعة حول الدائرة كما هو موضح في الشكل (4.6c).

بسبب أن Req هي المقاومة المكافئة المنظورة من قبل المصدر في كل الأجزاء الثلاثة في الشكل (4.6) أن التيار خلال Vs ينبغي أن يكون i1 = 3A متدفق بإتجاة الأعلى في كل الثلاث الدوائر المكافئة.

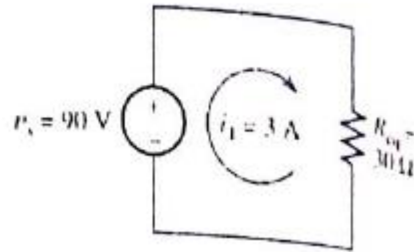
في الشكل (4.6b) رأينا أن i1 يتدفق بإتجاة عقارب الساعة خلال Vs و R1



(a) Third, we use known values of i_1 and v_2 to solve for the remaining currents and voltages



(b) Second, we find $v_2 = R_{eq1}\, i_1 = 60$ V



(c) First, we solve for $i_1 = \frac{v_s}{R_{eq}} = 3$ A

الشكل(6-4)

تحويل الدائرة الى مصدر ومقاومة مكافئة

وReq1. الجهد المسلط على Req1 يعطى بالعلاقة التالية :

$$V_2 = R_{eq} i_1 = 20\Omega \times 3A = 60v$$

بسبب أن Req1 هي المقاومة المكافئة لمجموعة التوازي R2 وR3 فـإن الجـهد V2 يظهر مسلط على R2و R3 في الشبكة الأصلية.

في هذه النقطة نلاحظ أن التيار خلال Vs وR1 و3A=i1. لذلك فإن الجـهد المسلط علـى R2 وR3 هـو 50. هـذه المعلومـة الموضحـة في الشـكل (4.6a) ،الآن يمكننا حساب القيم الباقية المطلوبة :

$$i_2 = \frac{V_2}{R_{eq}} = \frac{60v}{30\Omega} = 2A$$

$$i_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{60v}{60\Omega} = 1A$$

(كما يمكننا استخدام KCL لنسوق التيار i1 = i2 + i3)

بعد ذلك نستطيع استخدام قانون أوم لحساب قيمة V1.

$$V_1 = R_1 i_1 = 10\Omega \times 3A = 30v$$

(ويمكننا استخدام KVL حيث Vs = V1 + V2).

الآن يمكننا حساب القدرة لكل عنصر لمصدر الجهد فإن القدرة هي :

$$P_s = -V_s i_1$$

نحن نضمن الإشارة السالبة بسبب أن المرجع لـ Vsو i1 عكس المركبة الخاملة. بتعويض القيم نحصل على:

$$P_s = -(90v) \times 3A = -270w$$

بسبب أن القدرة للمصدر سالبة فإنا نعرف ان المصدر هو طاقة المسلطةعلى العناصر الأخرى في الدائرة.

القدرات للمقاومات هي:

$$P_1 = -R_1 i_1^{\,2} = 10\Omega \times (3A)^2 = 90w$$

$$P_2 = \frac{V_2^{\,2}}{R_2} = \frac{(-60v)^2}{30\Omega} = 120w$$

$$P_3 = \frac{V_2^{\,2}}{R_3} = \frac{(-60v)^2}{60\Omega} = 60w$$

(إن Ps + P1 +P2 + P3 = 0 يوضح أن القدرة تكون محفوظة)

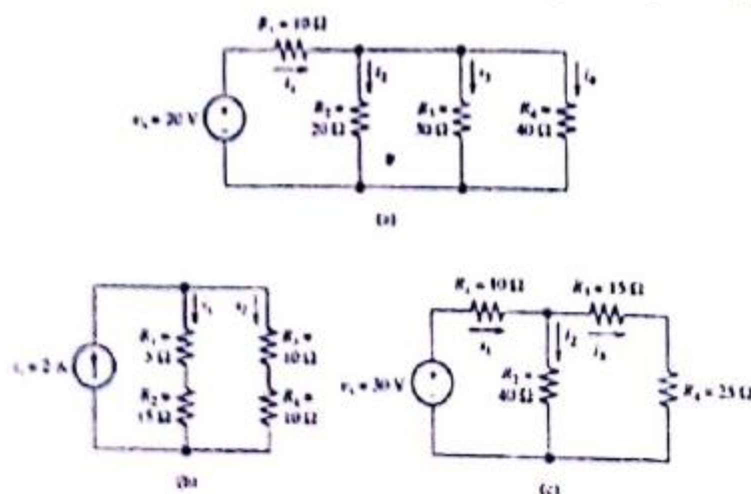
تحكم القدرة باستخدام عناصر حرارية بالتوالي أو بالتوازي

Power Control By Using Heating Elements in Serial or Parallel

تستخدم المقاومات عموما كعناصر حرارية نتيجة رد الفعل للعمليات الكيميائية. باستخدام عناصر حرارية متعددة و التي تعمل منفردة على التوالي أو التوازي يمكن تحقيق مستويات قدرة متعددة، هذا يكون مفيد للتحكم في درجة الحرارة للعمليات الكيميائية.

سؤال 2 – 4:

جد التيارات الموضحة في الشكل (7 – 4) بتركيب المقاومات على التوالي و التوازي.



الشكل (7 – 4)

الجواب:

a) i4 = 0.240A   i3 = 0.320A   i2 = 0.480A   i1 = 1.04A

b) i2 = 1A   i1 = 1A

c) i3 = 0.5A   i2 = 0.5A   i1 = 1A

4-3 دوائر مجزئ الجهد ومجزئ التيار

Voltage – Divider and Current – Divider Circuit

- مجزئ الجهد Voltage Divider

عندما نسلط جهد على مجموعة متوالية من المقاومات فإن أجزاء مــن الجهد تظهر مسلطةعبر كل مــن المقاومـات خـذ الدائـرة الموضحـة في الشـكل (4.8). المقاومة المكافئة المنظورة بواسطة مصدر الجهد هي:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{.......}(4-20)$$

التيار الكلي هو قسمة الجهد الكلي على المقاومة المكافئة:

$$i = \frac{V_{total}}{R_{eq}} = \frac{V_{total}}{R_1 + R_2 + R_3} \quad \text{.......}(4-21)$$

لذلك فإن الجهد المسلط على R1 هو:

$$V_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \quad \text{...........}(4-22)$$

بالمثل نحصل على:

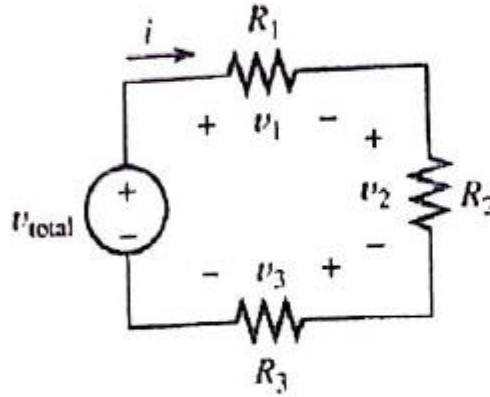
$$V_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \quad \text{.......}(4-23)$$

و

$$V_3 = R_3 i = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \quad \text{.......}(4-24)$$

يمكننا تلخيص هذه النتائج بواسطة هذه العبارة : الجهد الكلـي يظـهر مجـزئ على المقاومة في دائرة التوالي كنسبة المقاومة المعطاة إلى مقاومة التوالي الكلية. هذا ما يسمى بقاعدة تجزئة الجهد (Voltage – Division Principle) نحن اشتقينا أســاس

تجزئة الجهد لثلاث مقاومات على التـوالي ولكـن يطبـق لأي عـدد مـن المقاومـات مادامت مربوطة على التوالي.



الشكل (4-8)

دائرة توضح أساس تجزئة الجهد

مثال4-3

جد الجهد V1و V4 في الشكل (4-9)

الحل :

باستخدام تجزئة الجهد فإن V1 هو عبارة الجهد الكلي مضروب في نسبة R1 إلى المقاومة الكلية.

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{total}$$

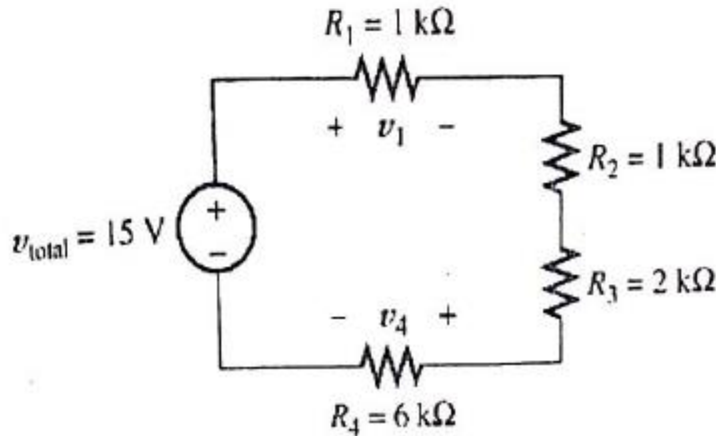
$$= \frac{1000}{1000 + 1000 + 2000 + 6000} \times 15 = 1.5v$$

بالمثل

$$V_4 = \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{total}$$

$$= \frac{6000}{1000+1000+2000+6000} \times 15 = 9v$$

لاحظ أن الجهد الأكبر يظهر على المقاومة الكبرى في دائرة التوالي.



الشكل (4-9)

مجزئ التيار Current – Divider

التيار الكلي يتدفق في داخل المقاومات المتوازية و يتجزأ التيار خلال كل مقاومة. للدائرة الموضحة في الشكل (4.10). المقاومة المكافئة تعطى بالعلاقة :

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{...........} (4-25)$$

والجهد المسلط على المقاومة يعطى بالعلاقة :

$$V = R_{eq} i_{total} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_{total} \text{..........} (4-26)$$

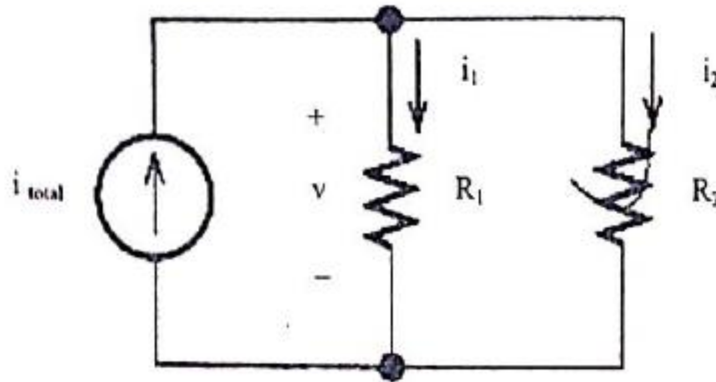
الآن يمكننا إيجاد التيار في كل مقاومة :

$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{total} \text{.......} (4-27)$$

و

$$i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{total} \text{........} (4-28)$$

يمكننا تلخيص هذه النتائج بواسطة معرفة أساس تجزئة التيار: لمقاومتين على التوازي فإن جزء من التيار الكلي يتدفق في المقاومة بنسبة المقاومة الأخرى إلى مجموع المقاومتين. لاحظ أن هذا الأساس يطبق فقط على مقاومتين. إذا كان لدينا اكثر من مقاومتين على التوازي فينبغي أن نجمع المقاومات لنحصل على مقاومتين قبل تطبيق أساس تجزئة التيار.



الشكل (4-10)

دائرة تستخدم أساس تجزئة التيار

مثال4-4

باستخدام أساس تجزئة الجهد Vx في الشكل (4-11a) بعد ذلك جد مصدر التيار is و استخدم أساس تجزئة التيار لتحسب التيار i3.

الحل:

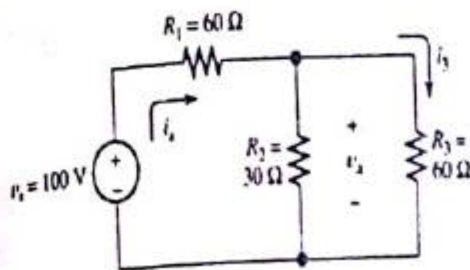
اساس تجزئة الجهد يطبق فقط للمقاومات على التوالي. لذلك فإننا ينبغي أن نجمع R2 وR3. المقاومة لمجموعة التوازي R2 و R3 هي

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\Omega$$

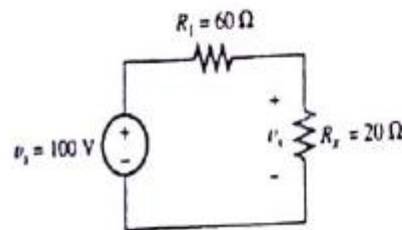
الشبكة المكافئة موضحة في الشكل (4-11b).

الآن يمكننا تطبيق أساس تجزئة الجهد لإيجاد Vx. الجهد Vx يساوي الجهد الكلي مضروب في Rx مقسومة على مقاومة التوالي الكلية

$$V_x = \frac{R_x}{R_1 + R_x} V_s = \frac{20}{60 + 20} \times 100 = 25v$$



(a) Original circuit



(b) Equivalent circuit obtained by combining R_2 and R_3

الشكل (11 – 4)

تيار المصدر is هو

$$i_x = \frac{V_x}{R_1 + R_x} = \frac{100}{60 + 20} = 1.25A$$

الآن يمكننا استخدام أساس تجزئة التيار لإيجادi3. جزء من تيار المصدر يمر خلال R3 بعامل يساوي (R2 / (R2 + Rx هكذا نحصل على:

$$i_3 = \frac{R_2}{R_1 + R_x} i_s = \frac{30}{30 + 60} \times 1.25 = 0.417A$$

يمكننا حساب i3 بطريقة اخرى:

$$i_3 = \frac{V_x}{R_3} = \frac{25}{60} = 0.417A$$

مثال 5-4

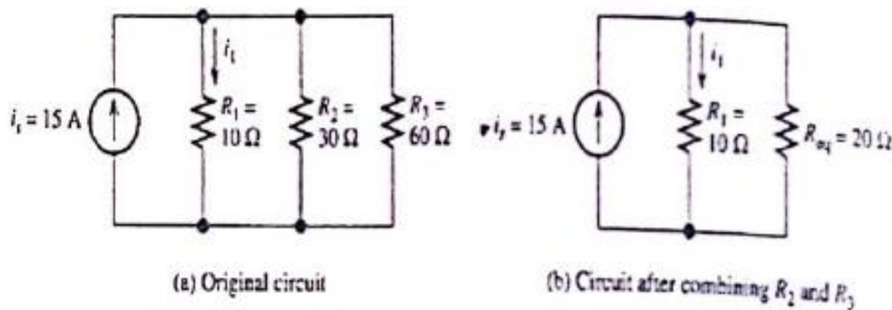
استخدم أساس تجزئة التيار لإيجاد التيار i1 في الشكل (4-12a).

الحل:
أساس تجزئة التيار يطبق للمقاومتين على التوازي. لذلك الخطوة الأولى هي تجميع R2 و R3:

$$R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\Omega$$

النتيجة دائرة مكافئة موضحة في الشكل (4-12b). بتطبيق أساس تجزئة التيار نحصل على :

$$i_1 = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} i_s = \frac{20}{10 + 20} 15 = 10A$$



(a) Original circuit

(b) Circuit after combining R_2 and R_3

الشكل (4-12)

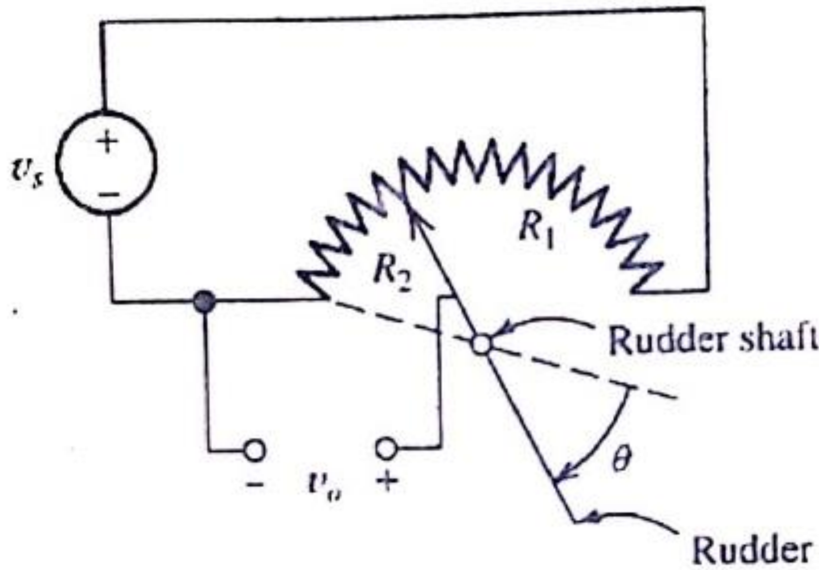
مجسات الموضع المعتمدة على أساس تجزئة الجهد:

Position Transducers Based on the Voltage Division Principle

تستخدم المجسات (Transducers) لانتاج جهد (أو في بعض الأحيان تيار) يتناسب مع كمية فيزيائية مهمة مثل المسافة أو الضغط أو الحرارة. فمثلا الشكل (4 – 13) يوضح كيف أن الجهد يتناسب مع زاوية الفة لقارب أو سفينة. كلما رجعت الدفة فإن المنزلق المحتك يتحرك على طول المقاومة حيث أن R2 تتناسب مع الزاوية؟. إن المقاومة (R1 + R2) تكون ثابتة. لذلك فإن جهد الخرج يكون:

$$V_o = V_s \frac{R_2}{R_2 + R_3} = K\theta$$

حيث K هو ثابت التناسب الذي يعتمد علـى مصـدر الجـهد VS و تركيب المجس. توجد هناك أمثلة كثيرة من المجسات تستخدم في التطبيقات الهندسية.



الشكل (13 – 4)

أساس تجزئة الجهد تشكل متحسس الموضع حيث أن الجهد V_o يتناسب مـع زاوية الدفة؟

سؤال 3 – 4:

استخدم أساس تجزئة الجهد لإيجاد الجهود الموضحة في الشكل (14 – 4).

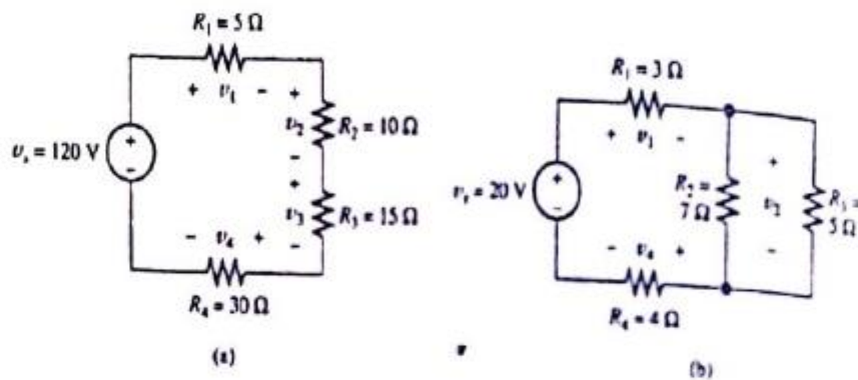
الجواب :

a) V4 = 60V V3 = 30V V2 = 20V V1 = 10V

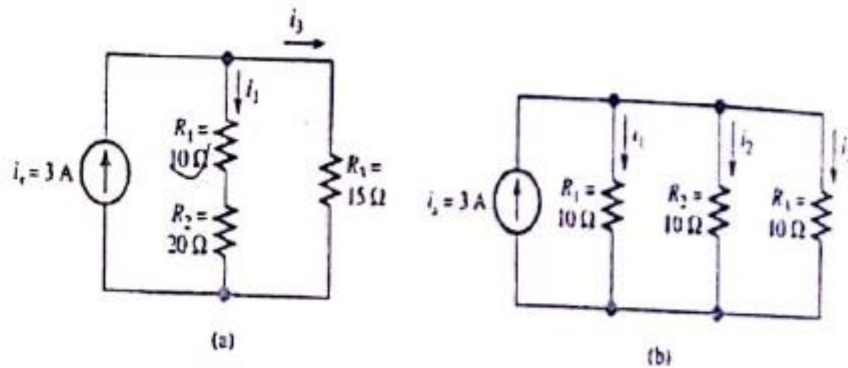
b) V4 = 8.07V V2 = 5.88V V1 = 6.05V

سؤال 4 – 4:
استخدم أساس تجزئة التيار لإيجاد التيارات الموضحة في الشكل (15 – 4).

الجواب :
(a $i1 = i2 = i3 = 1A$



الشكل (14 – 4)



الشكل (15 – 4)

4-4 تحليل جهد العقدة Node Voltage Analysis

طرق تحليل الشبكة تكون مفيدة ولكن لا نحتاج تطبيقها عل الشبكات. فمثلا الدائرة الموضحة في الشكل (4-16) اننا لا نستطيع حل هذه الدائرة بواسطة تجميع

المقاومات على التوالي والتوازي بسبب انه لا يوجد تركيب متوالي او متوازي للمقاومات الموجودة في الدائرة. فضلا عن ذلك فان أساسيات تجزئة الجهد وتجزئة التيار لا يمكن ان تطبق على هذه الدائرة. في هذه الفقرة ستعلم تحليل جهد العقدة والتي تشكل تقنية عامة يمكن تطبيقها على اي دائرة.

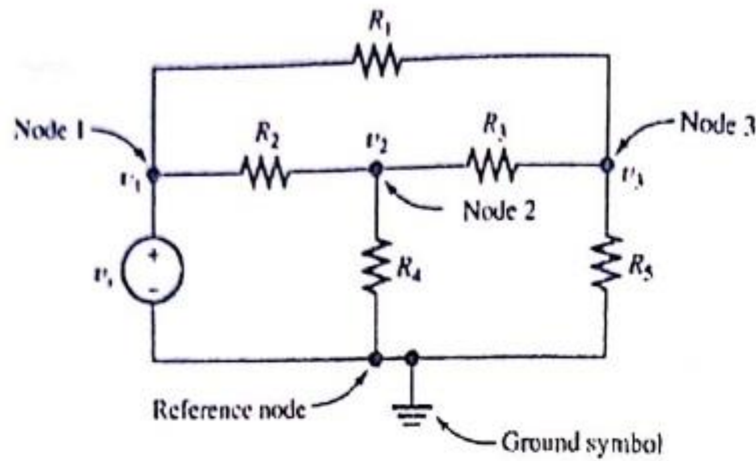
اختيار عقدة المرجع Selecting the Reference Node

العقدة هي النقطة التي تربط عنصرين أو أكثر مع بعض في الدائرة. في التحليل بجهد العقدة فإننا أولا نختار عقدة المرجع (Reference Node). في الأساس فإن أي عقدة يمكن أن تنسب إلى عقدة المرجع و التي تختار في إحدى نهايات مصدر الجهد.

فمثلا الدائرة الموضحة في الشكل (4-16) لها أربع عقد. دعنا نختار العقدة السفلى كعقدة مرجع. تكون عقدة المرجع بواسطة رمز الأرضي كما موضح في الشكل (4-16).

تسمية جهود العقدة Assigning Node Voltages

بعد ذلك نسمي الجهود في كل العقد الأخرى، فمثلا فإن الجهود في العقد الثلاث تسمى V1 وV2 وV3 كما هو موضح في الشكل (4-16). الجهد V1 هو الجهد بين العقدة 1 و عقدة المرجع. و بالمثل فإن V2 هو الجهد بين العقدة 2 و عقدة المرجع. القطبية للجهدV2 تكون موجبة في العقدة 2 و سالبة في عقدة المرجع. في الحقيقة إن القطبية السالبة لكل جهود المرجع هي في عقدة المرجع. نقول إن V1 هو الجهد في العقدة 1 نسبة إلى عقدة المرجع.



الشكل (4-16)

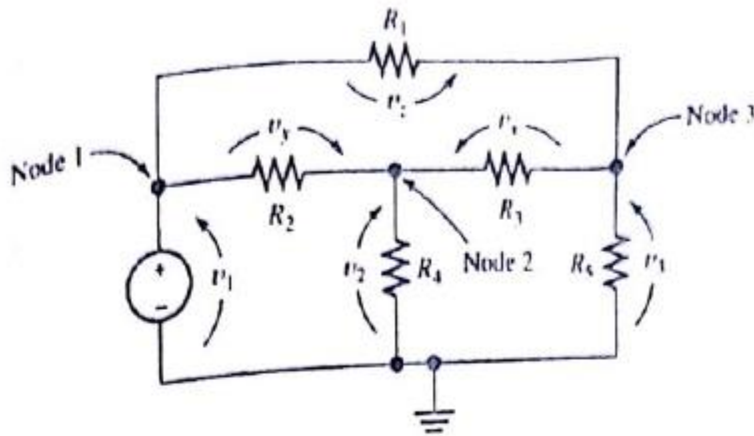
إيجاد جهود العنصر بواسطة جهود العقدة :

Finding Element Voltage In Term of the Node Voltage

في تحليل جهد العقدة فإننا نكتب المعادلات و نحل جهود العقـدة. إن جـهود العقدة التي نجدها تسهل إيجاد التيار و الجهد و القدرة لكل عنصر في الدائرة.

فمثلا إذا افترضنا أننا عرفنا قيم جهود العقـدة و نريـد ايجـاد الجـهد المسـلط على R3، و لتجنب تسـميات اضافيـة في الشـكل (4-16) فإننـا نكـون رسـم اخـر للدائرة كما موضح في الشكل (4-17) حيـث أسـهم لنشـير للقطبيـات نسـبة إلى المرجع. لاحظ ان V2 وVx وV3 هي جهود موجودة في المسار المغلق خـلال R3 و R5 و R4.هذه الجهود يجب أن تحقق قانون كيرشوف للجهد.

الشكل (4-17) يوضح تسمية جهود العقدة.



الشكل (17 – 4)

بالدوران حول الحلقة في اتجاه عقرب الساعة و جمع الجهود نحصل على

$$-V2 + Vx + V3 = 0$$

لحل Vx نحصل على

$$Vx = V2 - V3$$

هكذا يمكننا ايجاد الجهد المسلط على أي عصر في الشبكة كفـرق بـين جهـود العقدة.

بعد أن نوجد الجهود يمكن استخدام قانون أوم أو KCL لايجاد التيار في كـل عنصر. بعد ذلك يمكن حساب القدرة عن طريق حاصل ضرب الجهد و التيار لكل عنصر.

سؤال 5 – 4 :

للدائرة في الشكل (17 – 4) جد تعبير لـ Vy و Vz بواسطة جهود العقـدة V1 و V2 و V3 ؟

الجواب :

$Vy = V2 - V1$ $Vz = V3 - V1$

كتابة معادلات KCL بدلالة جهود العقدة

Writing KCL Equation In Terms of the Node Voltages

بعد اختيار عقدة المرجع و تسمية متغيرات الجهد نكتب المعادلات التي تحل جهود العقدة. في الشكل (16 – 4) فإن الجهد V1 هو نفس جهد المصدر VS.

$V1 = VS$

لذلك نحتاج إلى تحديد قيم V2 و V3 و ينبغي علينا كتابة معادلتين مستقلتين. نبدأ غالبا بكتابة معادلات التيار في كل عقدة موافقة لجهد العقدة المجهولة. مثلا في العقدة 2 في الشكل (16 – 4) فإن التيار الراحل خلال R4 يعطى V2 / R4 هذا صحيح بسبب أن V2 هو الجهد المسلط على R4 مع مرجع موجب في العقدة 2. هكذا فإن التيار V2 / R4 يتدفق من العقدة 2 باتجاه عقدة المرجع.

نلاحظ في الشكل (17 – 4) إن التيار المتدفق خارج العقدة 2 خلال R3 يعطى Vx / R3. يمكننا ايجاد أن Vx = V2 – V3، لذلك فإن التيار المتدفق خارج العقدة 2 خلال R3 يعطى

$$\frac{V_2 - V_3}{R_3}$$

لإيجاد التيار المتدفق في العقدة n خلال المقاومة في اتجاه العقدة k فإننا نطرح جهد العقدة k من جهد العقدة n ونقسم الفرق على المقاومة.

هكذا فإنه إذا كان Vn و Vk جهود عقد وR هي مقاومة الربط بين العقدتين و أن التيار المتدفق من العقدة n باتجاه العقدة k يعطى بالعلاقة :

$$\frac{V_n - V_k}{R}$$

تطبيق هذه الملاحظة في الشكل (4-16) لإيجاد التيار المتدفق الخارج من العقدة 2 خلال R2 نحصل على :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

[في التمرين 5 جدنا ان Vy =V2-V1 (انظر الشكل (4-17)) ، إن التيار الى اليسار خلال R2 هو Vy/R2 ، التعويض يعطينا الصيغة أعلى] بالطبع اذا كانت المقاومة مربوطة بين العقدة n وعقدة المرجع فإن صيغة التيار المتحرك من العقدة n بإتجاه عقدة المرجع ،يبسط الى جهد العقدة Vn مقسوما على المقاومة ، مثلا العقدة السابقة فإن التيار يغادر من العقدة 2 خلال R4 والمعطى بالعلاقة V2/R4 الآن نطبق KCL وإضافة كل الصيغ للتيار الراحلة للعقدة 2 ووضع المجموع مساو للصفر ، لذلك نحصل على :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

ان كتابة معادلة التيارات في العقدة 3 يكون مشابه. نحاول ان نتبع نفس الطريقة في كتابة كل المعادلات ، بعد ذلك فإن المعادلات تأخذ شكل مشابه ، غالبا نكتب صيغ التيارات الراحلة من العقدة ونضع المجموع مساو للصفر ، بتطبيق هذه الطريقة في العقدة 3 من الشكل نحصل على :

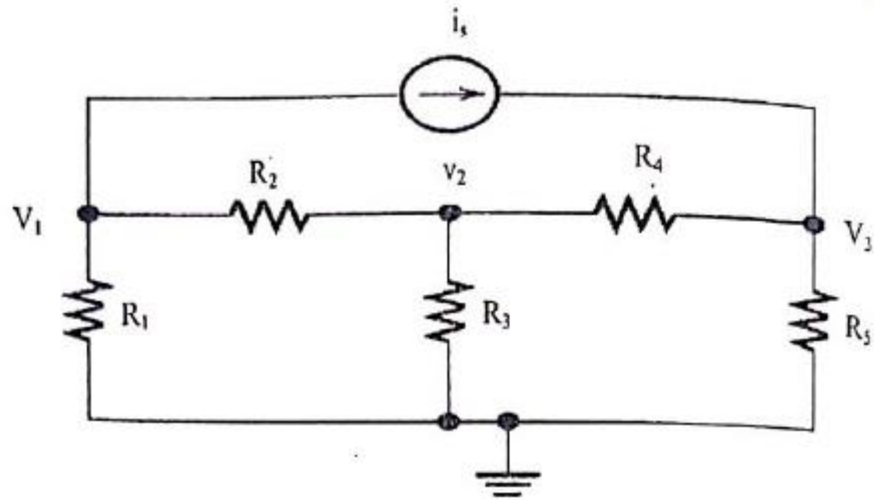
$$\frac{V_3 - V_1}{R_1} + \frac{V_3}{R_5} + \frac{V_3 - V_2}{R_3} = 0$$

في كثير من الشبكات يمكننا الحصول على كل المعادلات المطلوبة لحل جهود العقدة بواسطة تطبيق KCL على العقد التي جهودها غير معروفة.

مثال 4-6

اكتب معادلات جهود العقدة V1 ,V2 , V3 للدائرة الموضحة في الشكل (4-18) ؟

الحل :



الشكل (18 – 4)

باستخدام KCL نكتب معادلة العقدة 1

$$\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_1-V_2}{R_2}+i_s=0$$

كل حد على الجانب الأيسر من هذه المعادلة يمثل تيار يغادر من العقدة 1 بجمع التيارات الخارجة من العقدة 2 نحصل على

$$\frac{V_2-V_1}{R_2}+\frac{V_2}{R_3}+\frac{V_2-V_3}{R_4}=0$$

و بالمثل في العقدة 3 نجد أن

$$\frac{V_3}{R_5}+\frac{V_3-V_2}{R_4}=i_s$$

وبالمثل في العقدة 3 فإن التيار يرحل من الجانب الأيسر والتيار الداخل على الجانب الأيمن.

سؤال 6 – 4 :

استخدم KCL لكتابة المعادلات في كل عقدة (عدا عقدة المرجع) للدائرة الموضحة في الشكل (19-4) ؟

الجواب :

العقدة 1 :

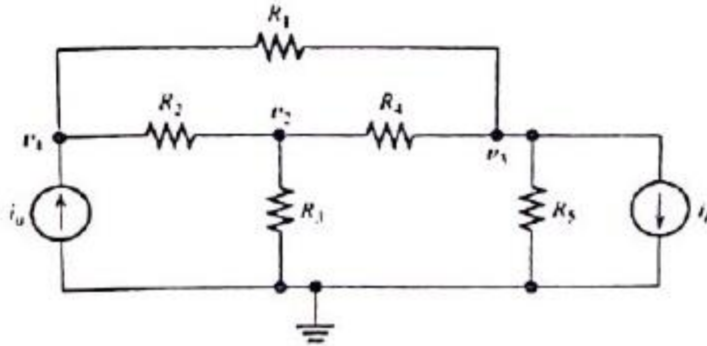
$$\frac{V_1 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} = i_a$$

العقدة 2 :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = 0$$

العقدة 3 :

$$\frac{V_3}{R_5} + \frac{V_3 - V_2}{R_4} + \frac{V_3 - V_1}{R_1} = 0$$



الشكل(19 – 4)

حل معادلات الدائرة **Solving the circuit Equations**

مرة اخرى نكتب المعادلات المطلوبة لحل جهود العقدة بوضع المعـادلات في الشكل القياسـي. نحـن نجمـع متغـيرات جـهد العقـدة علـى الطـرف الايسـر مـن المعادلات ونضع الحدود دون ان تتضمن جهود العقدة على الطرف الايمن ، لجهود عقدتين اصلاحا نضع معادلات جهد العقدة في الشكل التالي:

$$g11V1 + g12V2 = i1 \qquad (4.29)$$

$$g21V1 + g22V2 = i2 \qquad (4.30)$$

اذا كان لدينا ثلاثة جهود عقدة غير معروفة فان المعادلات تكون بالشكل التالي:

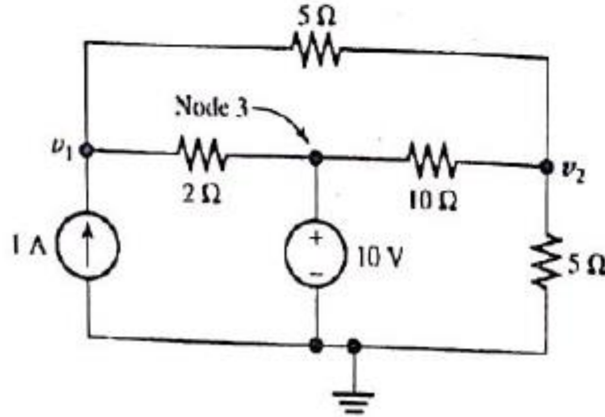
$$g11V1 + g12V2 + g13V3 = i1 \qquad (4.31)$$

$$g21V1 + g22V2 + g23V3 = i2 \qquad (4.32)$$

$$g31V1 + g32V2 + g3V3 = i3 \qquad (4.33)$$

مثال 4-7

اكتب المعادلات للشبكة الموضحة بالشكل (4-20) ثم ضعها في الشكل القياسي؟



الشكل(20 – 4)

الحل :

لاحظ اننا اخترنا عقدة المرجع في النهاية السفلى لمصادر الجهد. ان الجـهد في العقدة 3 يكون معروفا ويساوي 10v و ولا نحتاج الى وضع متغير لتلك العقدة.

بكتابة معادلات التيارات في العقدة 1 و2 نحصل على :

$$\frac{V_1 - V_2}{5} + \frac{V_1 - 10}{2} = 1$$

$$\frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - 10}{10} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0$$

وبتجميع الحدود ووضعنا الثوابت على الجانب الايمن من المعادلات نحصل على

$$0.7\,V1 - 0.2V2 = 6$$

$$-\,0.2V1 + 0.5\,V2 = 1$$

وبذلك حصلنا على المعادلات المطلوبة لحل V1 , V2 في شكلها القياسي.

حل معادلات الشبكة Solving the Network Equations

بعد الحصول على المعادلات في الشكل القياسي يمكننا حلها بعدة طرق، مثل الحذف أو التعويض. برامج الكمبيوتر والحاسبات متاحة بشكل واسع لتحل انظمة معادلات خطية

سؤال :

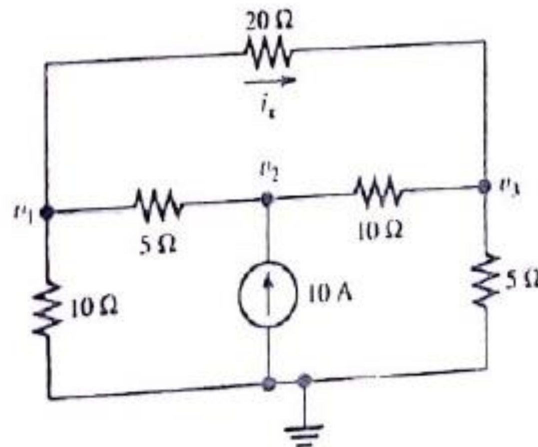
حل المعادلات للمثال (4-7) لايجاد V1 و V2

الجواب :

V1=10.32V V2 = 6.129V

مثال 4-8

حل جهود العقدة الموضحة بالشكل (4-21) وجد قيمة التيار ix



الشكل (4 – 21)

الحل :

الخطوة الاولى في تحليل الدائرة هي اختيار عقدة المرجع وتسمية الجهود على العقدة، هذا موضح في الشكل (4-21)

ثم بعد ذلك نكتب المعادلات. في هذه الحالة يمكن ان نكتب معادلة التيار في كل عقدة وهذا يعطينا

العقدة 1 : $\frac{V_1}{10}+\frac{V_1-V_2}{5}+\frac{V_1-V_3}{20}=0$

العقدة 2 : $\frac{V_2-V_1}{5}+\frac{V_2-V_3}{10}=10$

العقدة 3 : $\frac{V_3}{5}+\frac{V_3-V_2}{10}+\frac{V_3-V_1}{20}=0$

بعد ذلك نكتب هذه المعادلات في صورتها القياسية :

$$0.35V_1-0.2V_2-0.05V_3=0$$

$$-0.2V_1-0.3V_2-0.10V_3=0$$

$$-0.05V_1-0.10V_2-0.35V_3=0$$

وبحل هذه المعادلات نحصل على :

V1=45.45v

V2=72.73v

V3=27.27v

اخيرا نجد التيار i x

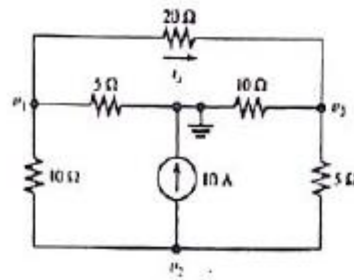
$$i_x=\frac{V_1-V_3}{20}=\frac{45.45-27.27}{20}=0.909$$

سؤال 8-4 :

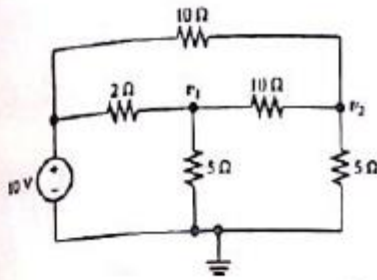
حل جهود العقدة V1 وV2 في الدائرة الموضحة في الشكل (4-22)

الجواب :

V2=4.19v V1=6.77v



الشكل (23 – 4)



الشكل(22 – 4)

سؤال 9-4 :

اعد تحليل دائرة المثال (8-4) باستخدام عقدة المرجع وجهود العقدة الموضحة في الشكل (23-4)

a) اولا اكتب معادلات الشبكة

(b) ضع معادلات الشبكة في شكلها القياسي

(c) حل V1 وV2 وV3 (القيم تختلف عن تلك الـتي وجـدت في المثـال 8-4 بسبب ان V1و V2 وV3 ليست نفس الجهود في الشكلين)

(d) جد ix (بالطبع ix هونفسه في كلا الشكلين لذلك فله نفس القيمة).

الجواب :

$$\frac{V_1 - V_3}{20} + \frac{V_1}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{10} + 10 + \frac{V_2 - V_3}{5} = 0$$

$$\frac{V_3 - V_1}{20} + \frac{V_3}{10} + \frac{V_3 - V_2}{5} = 0$$

(b

$$0.35V_1 - 0.10V_2 - 0.05V_3 = 0$$

$$-.10V_1 + 0.30V_2 - 0.20V_3 = 0$$

$$-0.05V_1 + 0.20V_2 - 0.35V_3 = 0$$

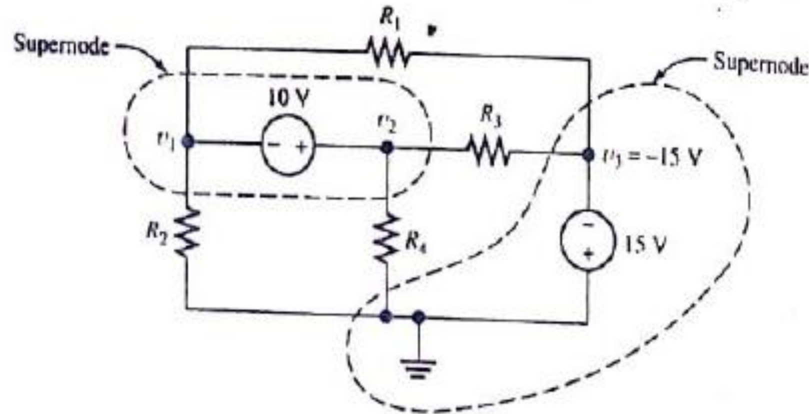
V3=-45.45 V2=72.73 V3=-27.27 (c

ix = 0.909A (d

الدوائر مع مصادر الجهد Circuit with Voltage Sources

احيانا يكون النموذجم لكتابة معادلات جهد العقدة (node-voltage) لدينا واضحا مثال ذلك الشبكة في الشكل (4-24) لها جهود عقدة واضحة. لاحظ ان V3=-15v لان مصدر الجهد 15v قد مربوط بين العقدة 3 وعقدة المرجع. لذلك فاننا نحتاج الى معادلتين متعلقتين بالجهود غير المعروفة V1 وV2.

اذاحولنا كتابة معادلة التيار في العقدة 1 فاننا يجب ان نضمن الفرع للتيار خلال المصدر 10v سنشير الى هذا انه غير معروف ولكن بعد ذلك سنحل معادلات النظام ذو رتبة عالية.



الشكل(4-24) عقدة السوبر تتشكل بواسطة رسم خط متقطع يضم عدة عقد

اذا حللنا المعادلات يدويا فاننا نحتاج الى عدد قليل من المجاهيل ، لهذه الدائرة لا يمكن كتابة معادلة التيار بصيغة جهزد لاي عقدة مفردة (حتى عقدة المرجع) لان جهد المصدر مربوط بين العقدتين.

هناك طريقة اخرى للحصول على معادلة التيار بتشكيل عقدة سوبر) (supper node بواسطة خط متقطع حول نقاط متعددة تتضمن عناصر ربط

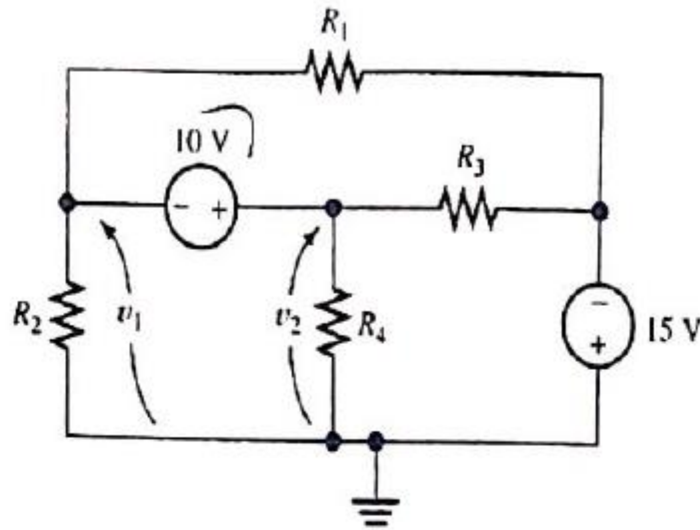
بينهما، ذلك موضح في الشكل (4-24). عقدتـي السـوبر تتحـدان بـان كـل واحد منهما مربوطة مع الاخرى عن طريق مصدر جهد.

بصيغة قانون كيرشوف للتيار KCL العامة : مجموع التيارات المتدفقة خـلال أي سطح مغلق يجب ان تساوي الصفر. هكذا بتطبيق KCL علـى عقـدة السوبر. مثلا لعقدة السوبر المتضمنة مصدر10v سوف نجمع التيارات الخارجة ونحصل على

$$\frac{V_1}{R_2}+\frac{V_1-(-15)}{R_1}+\frac{V_2}{R_4}+\frac{V_2-(-15)}{R_3}=0$$

كل حد على الجانب الايسر من هذه المعادلة يعطي التيار الخارج مـن عقـدة السوبر خلال واحدة من المقاومات. يمكننا الحصول على معادلة التيار بـدون زيـادة متغير جديد للتيار في المصدر بعد ذلك يمكننا كتابـة معادلـة اخـرى للتيـار لعقـدة سوبر اخرى. لذلك نجد ان المعادلة هي مكافئ لواحده مكتوبه. عموما نحصل على معادلات معتمدة اذا استخدمنا كل العقد لكتابة معادلات التيار. العقدة 1 و2 هـي جزء من عقدة السوبر االاولى بينما العقدة 3 وعقدة المرجـع هـي جـزء مـن عقـدة السوبر الثانية هكذا لكتابة معادلات كلا عقدتي السوبر فاننا استخدمنا كـل العقـد الاربع في الشبكة.

اذا حاولنا حل جهود العقدة باستخدام التعويض في بعض النقاط من حدود المعادلات ولا يمكن ان نحل لجهود العقد ، اذا حدث ذلك نعرف اننا ينبغي ان نعيد كتابة المعادلات وايجاد معادلة اخرى لتستخدم في الحل. سوف لـن يحـدث هـذا اذا تجنبنا استخدام كل العقد في كتابة معادلات التيار



الشكل(4-25) جهود العقد V1 ,V2 والمصدر 10v تشكل حلقة مغلقة لتطبيق KVL

و هناك طريقة للحصول على معادلة غير معتمدة للشبكة المأخوذة بعين الاعتبار ، يمكننا استخدام KVL بسبب إن V1 والمصدر 10v وV2 تشكل حلقة مغلقة ، هذا موضح في الشكل (4-25) حيث استخدمنا أسهم لنشير الى قطبيات V1 وV2 بالدوران باتجاه عقارب الساعة وجمع الجهود حول الحلقة نحصل على

$$-V_1 - 10 + V_2 = 0 \quad (4.35)$$

المعادلات (4.34) و(4.35) تشكل مجموعة مستقلة ، يمكن ان تستخدم لحل V1 وV2.

سؤال 4-10 :

اكتب معادلة التيار لعقدة السوبر المربوطة عبر المصدر 15v الموضحة في الشكل (4.24). بين ان المعادلة تكافئ المعادلة (4.34) ؟

سؤال 4-11 :

اكتب مجموعة المعادلات المستقلة لجهود العقدة الموضحة في الشكل (4.26)

الجواب :

KVL

$$-V_1 - 10 + V_2 = 0$$

KCL لعقدة السوبر التي تربط المصدر 10v :

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = 0$$

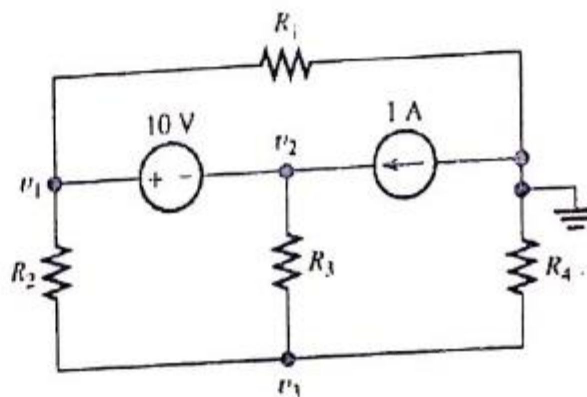
KCL للعقدة 3 :

$$\frac{V_3 - V_1}{R_2} + \frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} = 0$$

KCL في عقدة المرجع

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_3}{R_4} = 1$$

للاستقلال فان المجموعة يجب ان تتضمن معادلة KVL أي اثنتين من العادلات الثلاث معادلات لـ KCL يمكن ان تستخدم لتكملة مجموعة المعادلة الثالثة (المعادلات الثلاث لـ KCL يمكن ان تستخدم كل عقدة في في الشبكة ولذلك لا تشكل مجموعة مستقلة).



الشكل(26-4)

الدوائر مع المصادر المحكومة Circuit With Controlled Sources

المصادر المحكومة تعطي تكملة لتقنية جهد العقدة (تذكر أن قيمة المصدر المحكوم تعتمد تيار أو جهد موجود في الشبكة) بتطبيق تحليل جهد العقدة ، نكتب اولا المعادلات الصحيحة كما عملنا ذلك لشبكات بمصادر مستقبلية.بعد ذلك نعبر عن المتغير المحكوم بحدود متغيرات جهد العقدة ونعوض في معادلات الشبكة. سنوضح ذلك بمثالين.

مثال 4-9

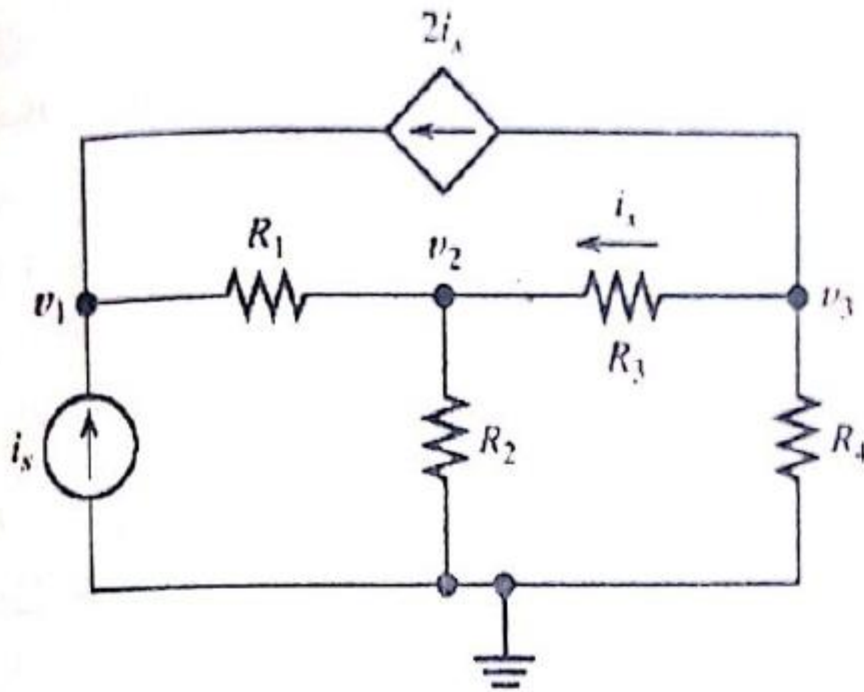
اكتب المجموعة المستقلة لمعادلات جهود العقدة للدائرة الموضحة في الشكل (4-27) ؟

الحل :

اولا نكتب معادلات،KCL لكل عقدة متضمنة التيار للمصدر المحكوم.

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = i_x + 2i_x \qquad (4.36)$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0 \qquad (4.37)$$



الشكل(27-4)دائرة تحتوي على مصدر تيار محكوم بالتيار

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} + 2i_x = 0 \qquad (3.38)$$

بعد ذلك نجد صيغ للمتغير المحكوم ix في حدود جهود العقدة. لاحظ ان ix هو التيار المتدفق من العقدة 3 خلال R3 ، هكذا يمكننا ان نكتب

$$i_x = \frac{V_3 - V_2}{R_3} \qquad (4.39)$$

اخيرا نستخدم المعادلة (4.39) بالتعويض في المعادلات (4.36) و(4.37) و(4.38) نحصل على مجموعة المعادلات المطلوبة

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} + 2\frac{V_3 - V_2}{R_3} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} = \frac{V_3}{R_4} + 2\frac{V_3 - V_2}{R_3}$$

افترض ان قيمة is والمقاومات معلومة ، يمكننا ان نضع هذه مجموعة من المعادلات في الشكل القياسي ونحل V1 وV2 وV3

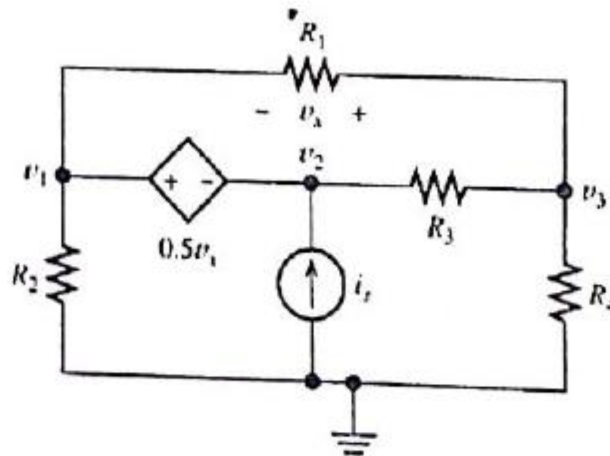
مثال 4-10

اكتب المجموعة المستقلة من المعادلات لجهود العقدة الموضحة في الشكل 4.28

الحل :

أولا: نهمل مصادر الجهد المعتمدة ونكتب معادلات الدائرة بالمصادر الغير مستقلة. لا نستطيع كتابة معادلة التيار في أي من العقد 1أو 2 بسبب ان مصدر الجهد مربوط بينهما ، لذلك يمكننا ان نكتب معادلة KVL

$$-V_1 + 0.5V_x + V_2 = 0 \qquad (4.40)$$



الشكل(28 – 4) دائرة تحتوي على مصدر تيار محكوم بالجهد

بعد ذلك نستخدم KCL لكتابة معادلات التيار لعقدة السوبر فإن المصدر المحكوم بالجهد

$$\frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_3}{R_1} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

للعقدة الثالثة 3 :

$$\frac{V_3}{R_4}+\frac{V_3-V_2}{R_3}+\frac{V_3-V_1}{R_1}=0$$

لعقدة المرجع

$$\frac{V_1}{R_2}+\frac{V_1}{R_4}=i_x$$

بالطبع معادلات التيار هذه معتمـدة لاننـا اسـتخدمنا كـل العقـد الاربع في كتابتها. ينبغي علينا استخدام المعادلة (4.40) واثنتين من معـادلات KCL لتشكيل مجموعة مستقلة. المعادلة (4.40) تحتوي على متغير محكوم Vx والـذي يجب ازالته قبل الحصول على معادلات بدلالة جهود العقدة.

هكذا الخطوة التي تليها هي كتابة تعبير للمتغير المحكوم Vx في شكل جـهود العقدة. لاحـظ ان V1 وVx وV3 تشـكل حلقـة مغلقـة. الـدوران باتجاه عقرب الساعة وجمع الجهود نحصل على

$$-V_1+V_x+V_3=0$$

الحل لـVx نحصل على

$$V_x=V_3-V_1$$

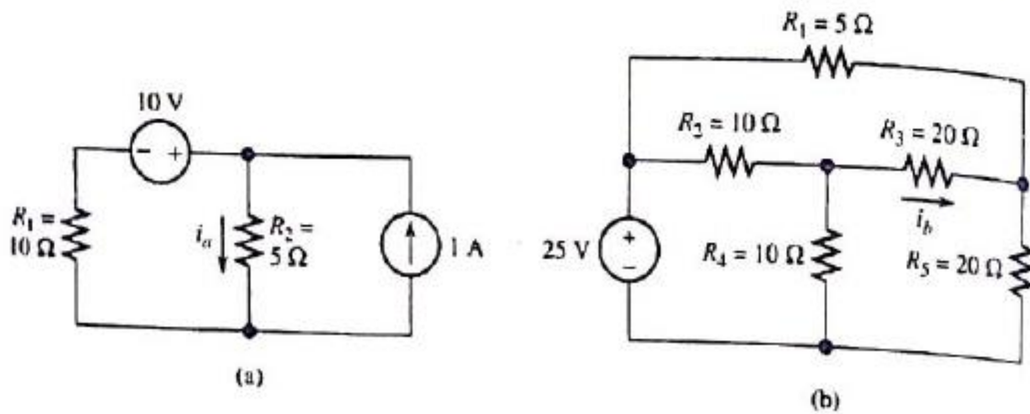
الان اذا عوضنا في المعادلة (4-40) نحصل على

$$V_1=0.5(V_3+V_1)+V_2 \ldots\ldots (4.41)$$

المعادلة (4.41) مع أي معادلتين kcl تشكل مجموعة مسـتقلة والـتي يمكـن أن تحل لجهود العقدة باستخدام الاساس الذي ناقشاه في هذه الفقرة فانـه يمكـن كتابة معادلات جهد العقدة لأي شبكة تحتوي مصادر ومقاومات. هكذا فـان الحاسـوب او الآلة الحاسبة تساعد في حل المعادلات ونستطيع حساب التيارات والجـهود لأي شبكة.

بعد ذلك نلخص خطوات تحليل الدوائر بواسطة تقنية جهد العقدة.

1) اختيار عقدة المرجع وترميز المتغيرات لجهود العقدة الغير معروفة. اذا كانت عقدة المرجع احدى نهايات مصدر جهد مستقل فيكون جهد تلك العقدة معروف ونحتاج الى حسابات قليلة.



الشكل(4-29)

2) نكتب معادلات الشبكة ، أولا نستخدم KCL لكتابة معادلات التيار للعقد وعقدة السوبر ، نكتب عدد من معادلات التيار بدون استخدام كل العقد ، اذا لم نحصل على معادلات كافية بسبب ربط مصادر الجهد بين العقد ، فإننا نستخدم KVL لكتابة معادلات اضافية.

3) اذا كانت الدائرة تحتوي مصادر غير مستقلة فاننا نجد تعبير للمتغير المحكوم في صيغة جهود العقدة. نعوض في معادلات الشبكة للحصول على معادلات جهود العقدة الغير معروفة.

4) نضع المعادلات في الشكل القياسي ونحل جهود العقدة.

5) نستخدم القيم الموجودة لجهود العقدة لحساب أي تيار اوجهد اخر.

سؤال 4-12 :

استخدم تقنية جهد العقدة لحل التيار المسماه في الدوائر الموضحة في الشكل (4-29)

الجواب :-

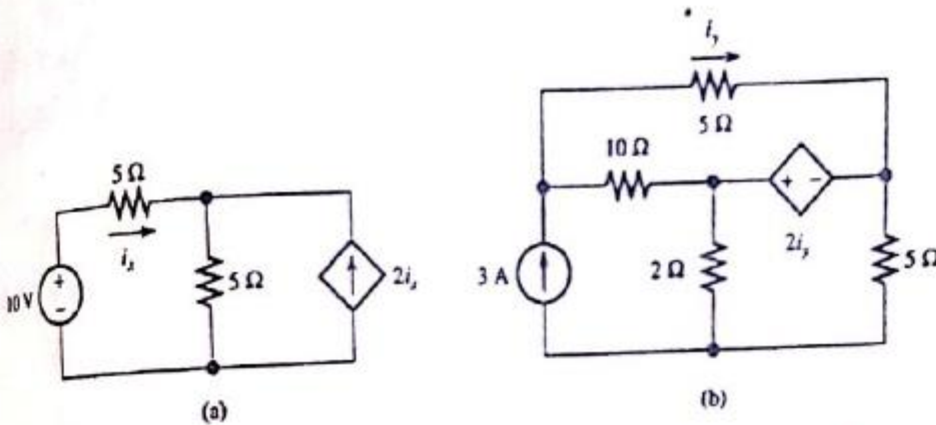
ib = -0.259A (b   ia = 1.33A (a

سؤال 4-13 :

استخدم تقنية جهد العقدة لحل قيم ix , iy في الشكل (4-30)

الجواب :-

ix = 0.5A   iy = 2.31A



الشكل(4-30)

4-5 تحليل تيار الحلقة Mesh Current Analysis

في هذا الجزء سنقوم بتوضيح كيفية تحليل الشبكات باستخدام تكنولوجيا اساسية أخرى والتي تسمى تحليل تيار الحلقة ، الشبكات التي يمكن ان نرسمها في مخطط بدون عنصر واحد (او موصل) يشترك مع الأخر تسمى بالشبكات المخططة (planer network) من الناحية الأخرى ، الدوائر التي ينبغي ان نرسمها بعنصر او اكثر تشترك مع الأخر تسمى بـ غير المخططة (non planer) نحن سنقوم بشرح الشبكات المخططة فقط.

دعنا نبدأ بتمثيل الشبكة المخططة في الشكل(4-31a) ، افترض ان فولتيات المصدر والمقاومات معلومة ، سنقوم بإيجاد قيم التيارات في البداية و سنكتب المعادلات للتيارات الموضحة في الشكل(4-31a) والتي تسمى تيارات الفرع (branch current) بسبب توزيع التيارات لكل فرع في الشبكة.

مع ذلك سنرى استخدام تيارات الحلقة الموضحة بالشكل(4-31b) .تحتاج ثلاث المعادلات معتمدة لأيجاد تيارات الفرع الموضحة بالشكل(4-31a) اساسا عدد المعادلات من قانون كيرشوف التي يمكن كتابتها للشبكة المخططة تساوي عدد المساحات المفتوحة المعرفة بواسطة مخطط الشبكة مثال ذلك الدائرة الموضحة بالشكل(4-31a) لها مساحتان مفتوحة واحدة موضحة بالشكل، واحدة معرفة بواسطة R3,R1,VA بينما الاخرى معرفة بواسطة VB,R2,R3 لهذه الشبكة، يمكن كتابة معادلتان من قانون كيرشوف للتيار KCL لتوضيح المعادلة الثالثة.

بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية للحلقة المكونة من R3 , R1 , VA

$$R_1 i_1 + R_3 i_3 = V_A \qquad (4\text{-}42)$$

وبالمثل للحلقة المكونة من R3 , R2 , VB

$$-R_3 i_3 + R_2 i_2 = -V_B \qquad (4\text{-}43)$$

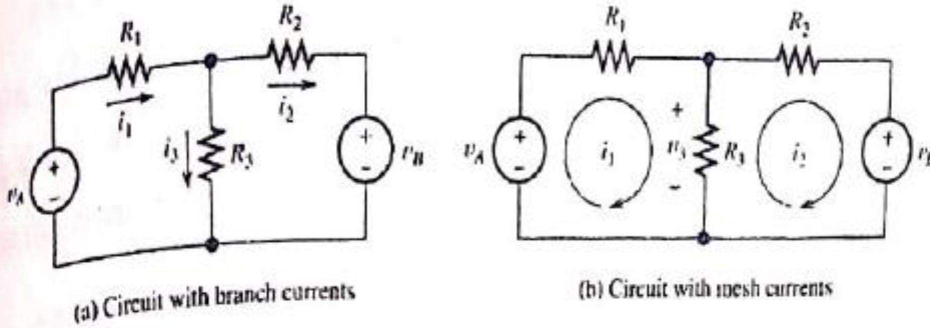
بتطبيق قانون كيرشوف للتيار KCL للعقدة في اعلى نهاية R3

$$i_1 = i_2 + i_3 \qquad (4\text{-}44)$$

بعد ذلك سنقوم بحل المعادلة 4-44 لـ I3 والتعويض في المعادلتين كما يلي :

$$R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_2) = V_A \qquad (4\text{-}45)$$

$$-R_3 (i_1 - i_2) + R_2 i_2 = -V_B \qquad (4\text{-}46)$$



الشكل (4-31) الدائرة لتوضيح طريقة تحليل تيار الحلقة.

لذا سوف نستخدم معادلات قانون كيرشوف للتيــار للفولتيـة الى معـادلتين بمجهولين.

الان نمثل تيارات الحلقة i1,i2 الموضحة بالشكل (4-31b) كمــا يشـار لها في الشكل تيارات الحلقة تمثل بالتدفق حول مسار مغلق ، لــذا تيـارات الحلقـة تلقائيا تحقق قانون كيرشوف KCL ، عندما تمــر تيـارات الحلقـة المختلفـة خـلال عنصر واحد. نمثل التيار في ذلك العنصر بالمجموع الجبري لتيارات الحلقة ، لذلك افــترض ان الأتجاه المرجعي هو الى الاسفل ، التيار خــلال المقاومـة R3 يكـون (i1-i2) لـذا V3=R3(i1-i3) ، الان اذا راينا i1 خلال الحلقة وتطبيق قانون كيرشــوف للفولتية سنحصل عل المعادلة (4-45)، وبالمثل تكون R2. سنحصل على المعادلة(4-46).

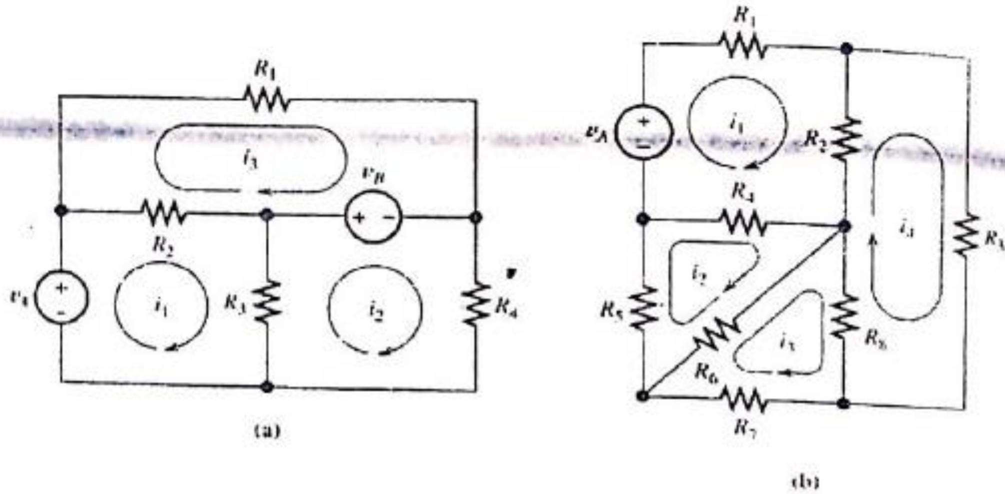
لان تيارات الحلقة تحقق تلقائيا قانون كيرشوف للتيار. الدائـرة في الشكل (4-31) واضحة وبسيطة ومن محاسن تيارات الحلقة انها ليست كبيرة. مع ذلك هذه المحاسن تكون مهمة جدا للشبكات الاكثر تعقيدا.

اختيار تيارات الحلقة Choosing the Mesh Currents

في الشبكات المخططة نستطيع اختيار التيار المتغير المار خلال العنـاصر حـول المحيط لكل المساحات المفتوحة في شكل الدائرة. في الـتركيب غالبـا نعـرف تيـارات الحلقة باتجاه عقارب الساعة.

الشبكات والاختيار المناسب لتيارات الحلقة موضح في الشكل(32-4) عندما ترسم الشبكات بدون عناصر مشتركة هناك نوافذ متشابهة لكل مساحة مفتوحة ممثلة لنافذة من الزجاج. في بعض الاحيان تيارات الحلقة تعرف بواسطة (تملق النوفذ الزجاجية) (sopping the window pans).

اذا كان تياران من تيارات الحلقة تمر خلال عناصر سنمثل التيار في ذلك العنصر بالمجموع الجبري لتيارات الحلقة فمثلا الشكل (4-32a) التيار المار في R2 يكون i3-i1 ايضا يكون التيار الصاعد في R3 هو i2-i1



الشكل (32-4) دائرتين و تيارات حلقية متغيرة

سؤال 14-4 :

مثل الدائرة الموضحة بالشكل(4-32b) بشكل تيارات الحلقة ، جد التيار في (a) R3، (b) R4، (c) R8

الجواب :-

i5-i4 (c) i2-i1 (b) i4-i1 (a)

كتابة المعادلات للحل بواسطة تيارات الحلقة : Writing Equations to Solve for Mesh Currents

اذا كانت الشبكة تحتوي على مقاومات ومصادر فولتية معتمدة فقط بامكان كتابة المعادلات المطلوبة بواسطة أي تيار حول حلقته وتطبيق قانون كيرشوف للفولتية KVL. (نحن لا نحتاج الى تطبيق قانون كيرشوف للتيار بسبب ان تيارات الحلقة الخارجة من أي عقدة داخلة لها).

مثال 4-11

تحليل تيار الحلقة

اكتب المعادلات المطلوبة لحل تيارات الحلقة للشكل(4-32a).

الحل:-

استخدم المخطط لحل الشبكات بطريقة تيار الحلقة يساعد على تقليل الأخطاء، جزء من المخطط الذي نستخدمه يكون دائما لاختيار تيارات الحلقة المارة باتجاه عقارب الساعة.

ومن ثم نكتب معادلة كيرشوف للفولتية لاي حلقة حول حلقات باتجاه عقارب الساعة. غالبا نضيف فولتية اذا كان مرجع موجب يدور بداية للوصول حول الحلقة، نطرح الفولتية اذا كان المرجع سالب ويدور للبداية.المخطط ياخذ دائما يأخذ بداية ونهاية أي مقاومة.

فمثلا في الحلقة 1 في الشكل(4-32a) بدايةنعتبر نهاية الجهه اليسرى من R2 الفولتية على R2 رجعت موجبة في نهاية الجهة اليسرى وتكون R2(i1-i3) وبالمثل سنعتبر نهاية القمة بداية والفولتية على R3 ترجع موجبة في أعلى النهاية وتكون R3(i1-i2). بواسطة استخدام هذا المخطط سنضيف تعبير لأي مقاومة في معادلة قانون كيرشوف للفولتية، إستخدم هذا المخطط في الشكل 4-32a يعطينا

$$R_2(i_1-i_3)+R_3(i_1-i_2)-V_A=0$$

وبالمثل للحلقة 2

$$R_3(i_2-i_1)+R_4 i_2+V_B=0$$

واخيرا الحلقة 3

$$R_3(i_3 - i_1) + R_1 i_3 - V_B = 0$$

لاحظ ذلك أننا نأخذ المرجع الموجب للفولتية على R3 في الأعلى في كتابة المعادلة للحلقة 1 وفي الأسفل للحلقة 2 ، لايوجد خطأ بسبب التعبير لـR3 في المعادلتين بأنه موجب الأشارة.

سؤال 15-4 أكتب المعادلات لتيارات الحلقة في الشكل 4-32b

الجواب :- بأخذ جميع تيارات الحلقة نحصل على

$$R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_4) + R_4(i_1 - i_2) - V_A = 0$$

$$R_3 i_2 + R_4(i_2 - i_1) + R_6(i_2 - i_3) = 0$$

$$R_7 i_3 + R_6(i_3 - i_2) + R_8(i_3 - i_4) = 0$$

$$R_5 i_4 + R_2(i_4 - i_1) + R_8(i_4 - i_3) = 0$$

حل معادلات الحلقة Solving Mesh Equations

بعد كتابة معادلات تيارات الحلقة يمكن حلها باستخدام الطرق التي نوقشت في الجزء السابق لفولتية العقدة القريبة، سنضع المعادلات في الشكل المثالي ونحلها وسنوضح ذلك بمثال مبسط.

مثال 12-4

تحليل تيار الحلقة

جد التيار في أي عنصر في الدائرة الموضحة في الشكل(33-4)؟

الحل :-

أولا : سنختار تيارات الحلقة على نحو مخططنا المثالي ، سنعرف التيارات في إتجاه عقارب الساعة حول أي حلقة في الدائرة ومن ثم نكتب معادلة قانون كيرشوف للفولتية حول الحلقة 1

$$20i_1 + 10(i_1 - i_2) - 150 = 0 \quad (4\text{-}47)$$

في الحلقة 2

$$10(i_2 - i_1) + 15i_2 + 100 = 0 \quad (4\text{-}48)$$

بعد ذلك نضع المعادلات في صيغ مثالية والتي تعطى

$$30i_1 - 10i_2 = 150 \qquad (4\text{-}49)$$

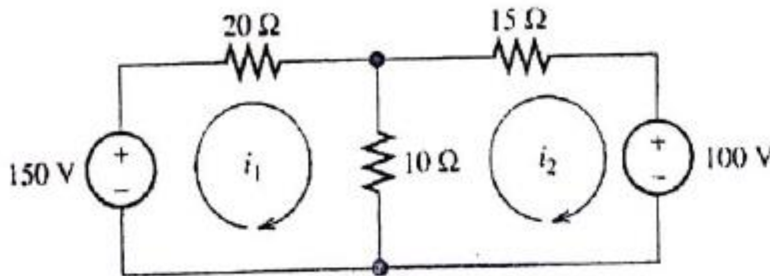
$$-10i_1 - 25i_2 = -100 \qquad (4\text{-}50)$$

نحلها فنحصل على

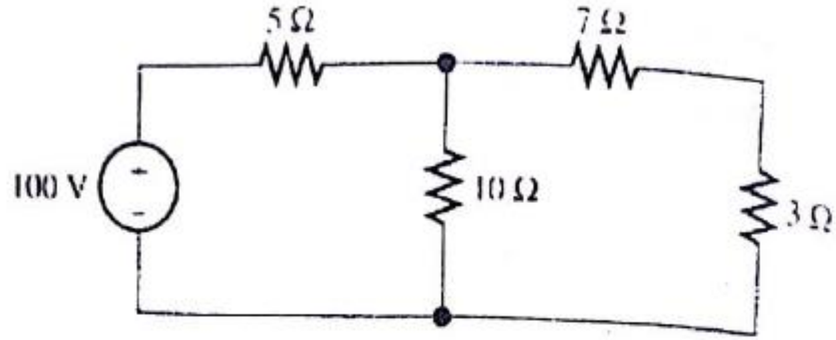
$$i_1 = 4.231A$$

$$i_2 = -2.308A$$

وبسبب أن i2 سالبة نرى أن ذلك التيار الذي يمر تماما من أعلى المصدر100V ويذهب إلى اليسار للمقاومة 15Ω ،التيار المار إلى الأسفل من خلال المقاومة 10Ω يكون i1-i2=6.539A



الشكل (33-4) دائرة للمثال 4.12



الشكل (4-34) دائرة السؤال 4.16

سؤال 4-16:

استخدم تيارات الحلقة لايجاد التيار المار خلال المقاومة 10Ω في الشكل (4-34)، تحقق من الاجابة بمقارنة المقاومة على التوالي وعلى التوازي لحل الدائرة وتحقق مرة ثانية بواسطة تيارات العقدة.

الجواب:

التيار المار خلال المقاومة 10Ω هو 5A

سؤال 4-17:

استخدم تيارات الحلقة لحل التيار المار في المقاومة 2Ω في الشكل(22-4)؟

الجواب:

التيار هو 1.613A المتجه باتجاه اليمين.

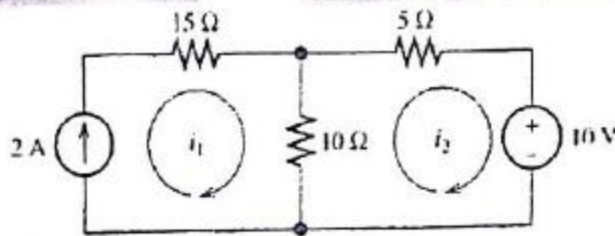
تيارات الحلقة في الدوائر التي تحوي مصادر للتيار

Mesh Currents in Circuits Containing Current Sources

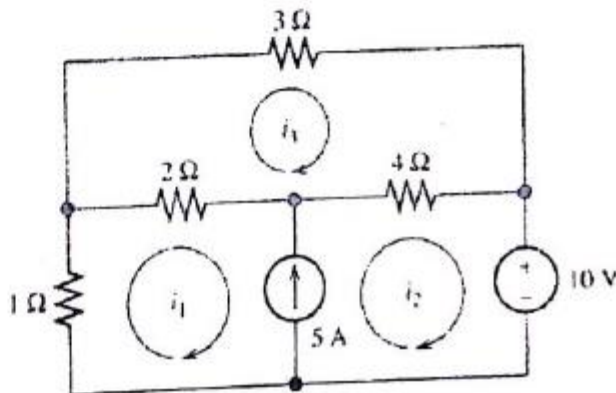
سنسمي مصدر التيار تيار خاص يمر خلال هذه الأطراف ، ولكن الفولتية على هذه الأطراف غير محددة لذلك الفولتية على مصدر التيار تعتمد على الدائرة والتي يرتبط بها المصدر، وغالبا ليس من السهل كتابة صيغ للفولتية على مصدر التيار.

وهكذا عندما تحتوي دائرة على مصدر التيار ينبغي أن نغـادر مـن المخطط الذي نستخدمه للدوائر التي تحتوي على مصادر الفولتية والمقاومات ، أولا : نمثـل الدائرة في الشكل 35-4 وغالبا نعرف تيـارات الحلقـة باتجـاه عقـارب الساعة ، إذا أردنا كتابة معادلة كيرشوف للفولتية KVL للحلقة 1 لكي تتضمن المجاهيل للفولتية على مصدر التيـار لاننـا لا نريـد زيـادة عـدد المجـاهيل وغالبـا نكتـب معـادلات كيرشوف للفولتية للحلقات التي تتضمن مصادر تيار. الدائـرة في الشـكل(35-4). نعرف التيار في مصدر التيار مثل i1 ومع ذلك نعرف ان ذلك التيار يكون 2A ولذا يمكن ان نكتب

$$i_1 = 2A \qquad (4\text{-}51)$$



الشكل (35-4) في هذه الدائرة نحصل على $i_1 = 2A$



الشكل (36-4) الدائرة بمصدر تيار مشترك الى حلقتين

المعادلة الثانية التي نستطيع ;كتابتها بواسطة تطبيق قانون كيرشوف للحلقة 2 والتي تكون

$$10(i_2 - i_1) + 5i_2 + 10 = 0 \qquad (4\text{-}52)$$

المعادلات 4-51 و4-52 نستطيع حلها لـ i2 لاحظ انه في هـذه الحالـة وجـود مصدر التيار يسهل الحل.

الآن دعنا نمثل البعض منها والتي تكـون اكثر تعقيدا كالحالـة الموضحـة في الشكل(4-36)وغالبا نعرف تيارات الحلقـة باتجاه عقـارب السـاعة. ولا نسـتطيع كتابة معادلة قانون كيرشوف للفولتية حول الحلقة لان الفولتية علـى مصـدر التيـار 5A يكون مجهول (ولا نريد زيادة عدد المجاهيل في معادلاتنا) ، الحل يكـون بدمـج الحلقة 1 و2 الى الحلقة الرئيسية في الاتجاه الاخر ، نكتب معادلـة قـانون كيرشـوف للفولتية KVL حول المحيط للحلقة 1 و 2 المدمجة وهذا يجعل

$$i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 = 0 \qquad (4\text{-}53)$$

بعد ذلك نستطيع كتابة معادلة قانون كيرشوف للفولتية للحلقة 3

$$3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) = 0 \qquad (4\text{-}54)$$

اخيرا نحن نقرر ذلك ونعرف ان التيار في مصدر التيار يرجع الى الاعلى مثل i2-i1 مع ذلك نعرف ان التيار المار من الاعلى خلال مصدر التيار يكون 5A وهذا يجعل

$$i_2 - i_1 = 5 \qquad (4\text{-}55)$$

هذا مهم لفهم المعادلة(4-55) انها ليست معادلة قانون كيرشوف للتيار.

ولذا الحالات السهلة تكون بمعرفة عودة التيـار مـن الاعلـى خـلال مصـدر التيار، في التعابير من تيارات الحلقة مثل i2-i1 ولكـن هـذا التيـار معـرف بـ 5A. المعادلات(4-53) و (4-54) و (4-56) يمكن حلها تيارات الحلقة.

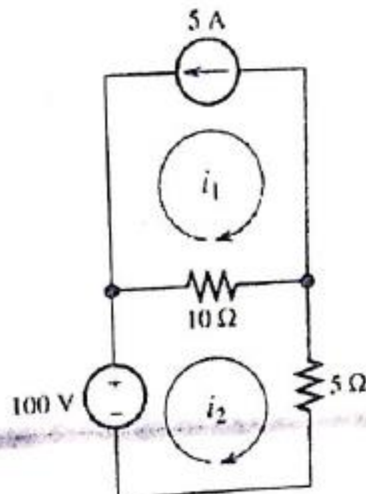
سؤال 4-18 :-

اكتب المعادلات المطلوبة لحل تيارات الحلقة في الشكل(4-37)؟

الجواب :-

$i_1 = -5A$

$10(i_2 - i_1) + 5i_2 - 100 = 0$



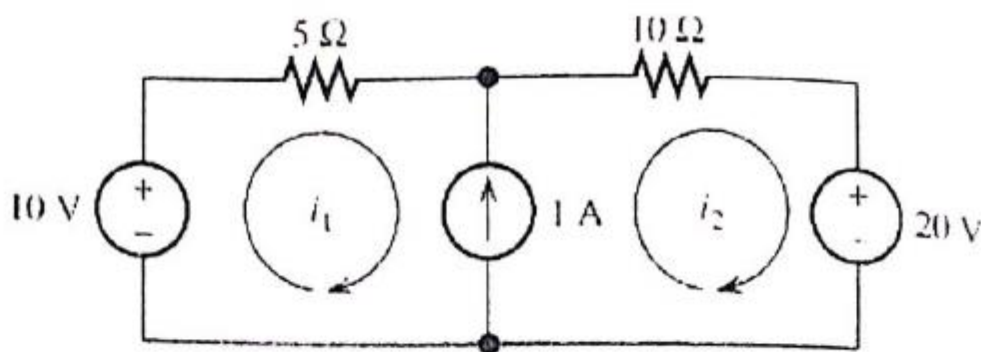
الشكل (4-37) الدائرة للسؤال 4.18

سؤال 4-19 :-

اكتب المعادلات المطلوبة لإيجاد تيارات الحلقة في الشكل(4-38) ومن ثم جد التيارات ؟

الجواب :-

المعادلات هي i2-i1=1 و 5i1+10i2+20-10=0 والحل يكـون i1 = -4/3 و i2 = -1/3



الشكل (4-38) الدائرة للسؤال (4-19)

الدوائر بالمصادر المحكومة **Circuits with Controlled Sources**

المصادر المسيطرة تقدم اضافة تعقيدات الى تقنية تيار الحلقة ، أولا :- نكتب معادلات مثل عمل شبكات بمصادر معتمدة ، ومن ثم نضع المتغيرات المحكومة في تعابير تيار الحلقة و صياغتها الى معادلات الشبكة وسنوضح ذلك بمثال.

مثال 4-13

تحاليل تيار الحلقة بواسطة المصادر المحكومة

وجد تيارات الدائرة في الشكل (4-39)والتي تحتوي على مصدر تيار مشترك بين حلقتين.

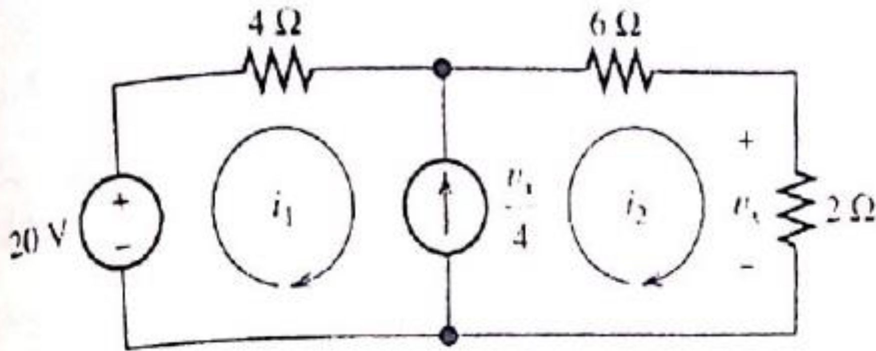
الحل :-

أولا :- نكتب معادلات تيارات الحلقة كما في المصادر المعتمدة ، لذلك هناك مصدر تيار مشترك بين الحلقة 1 والحلقة 2 ، سنبدأ بواسطة دمج الحلقات لشكل الحلقة الرئيسية وكتابة معادلة الفولتية

$$-20 + 4i_1 + 6i_2 + 2i_2 = 0 \qquad (4\text{-}56)$$

ومن ثم نكتب الصيغة لتيار المصدر في تعابير تيارات الحلقة :

$$\frac{V_x}{4} = i_2 - i_1 \qquad (4\text{-}57)$$



الشكل (39-4) الدائرة مع مصدر تيار محكوم بالجهد

ومن ثم نجد تلك الفولتية المحكومة هي

$$V_x = 2i_2 \qquad (4\text{-}58)$$

استخدم معادلة (58-4)للتعويض عن vx في المعادلة (57-4)ويكون

$$\frac{i_2}{2} = i_2 - i_1 \qquad (4\text{-}59)$$

اخيرا نضع المعادلات (56-4)و(57-4)في الشكل المثالي ينتج ان

$$4i_1 - 8i_2 = 20 \qquad (4\text{-}60)$$

$$i_1 - \frac{i_2}{2} = 0 \qquad (4\text{-}61)$$

حل هذه المعادلات يجعل i1=1 و i2= 2

باستخدام الأساسيات التي ناقشها في هـذا الجزء محتمل لكتابة معادلات التيار لاي مخطط شبكة يتكون من مصادر ومقاومات.

وبعد ذلك نلخص الخطوات لتحليل مخطط الدوائر بواسطة تقنية تيار الحلقة:-

اذا كان ضروريا إعادة رسم الشبكة بدون عنصر مشترك. ومن ثم تعريف تيارات الحلقة المارة حول أي من المساحات المفتوحة معرفة بواسطة الشبكة. غالبا نختار إتجاه عقارب الساعة لأي من تيارت الحلقة، ولكن هذا ليس ضرورياً.

كتابة معادلات الشبكة يوفق بعدد من معادلات تكون مساوي لعدد تيارات الحلقة. اولا: نستخدم قانون كيرشوف للفولتية لكتابة معادلات الفولتية للحلقات تلك التي لا تحتوي على مصادر تيار بعد ذلك إذا كان هناك اي مصادر التيار، نكتب صيغ تياراته في تعابير من تيارات الحلقة أخيرا إذا كان مصدر تيار مشترك بين حلقتين. اكتب معادلة قانون كيرشوف للفولتية للحلقة الرئيسية.

إذا كانت الدائرة تحتوي على مصادر معتمدة ، اوجد صيغ للمتغيرات المسيطرة في صيغ تيارات الحلقة ، بدل في معادلات الشبكة والمعادلات السائدة التي لها فقط تيارات حلقة مجهولة.

ضع المعادلات في الصيغ المثالية ،وحل تيارات الحلقة بواسطة استخدام الموجود او اي معنى آخر.

استخدم القيم الموجودة لتيارات الحلقة لحساب أي تيارات أخرى او فولتية مطلوبة.

سؤال 4-20:-

استخدم تقنية تيار الحلقة لحل التيارات المجهولة في الدائرة الموضحة في الشكل (4-29).

الجواب:-

a) ia = 1.33A b) ib = 0.259A

سؤال 4-21 :

استخدم تقنية تيار الحلقة لحل القيم من ix , iy في الشكل (4-30)

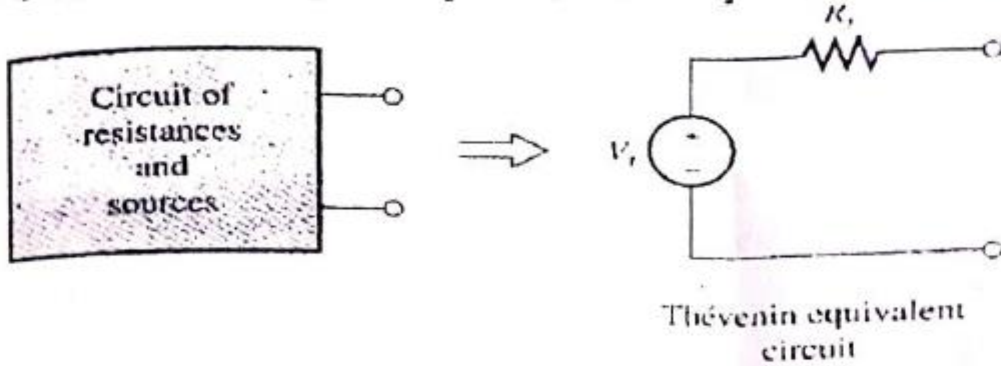
الجواب :

ix = 0.5A iy = 2.31A

4-6 دوائر ثيفنن ونورتن المكافئة

Thevenin and Norton Equivalent Circuits

في هذا الجزء سندرس كيفية استبدال دوائر ذات طرفين تحتوي على مقاومات ومصادر بدوائر مكافئة بسيطة ، بواسطة دائرة ذات طرفين ونعرف تلك الدائرة الرئيسية بنقطتين التي نستطيع توصيلها الى دوائر اخرى ، الدائرة الرئيسة تكون روابط معقدة من المقاومات والمصادر، مع ذلك اعادة تركيب يكون تلك المتغيرات المسيطرة لاي مصادر محكومة ينبغي ان توضح داخل الدائرة الرئيسية.



الشكل (4-41)

طرفا الدائرة المكونة من المقاومات و المصادر يمكن ان تستبدل بدائرة ثيفنن المكافئة

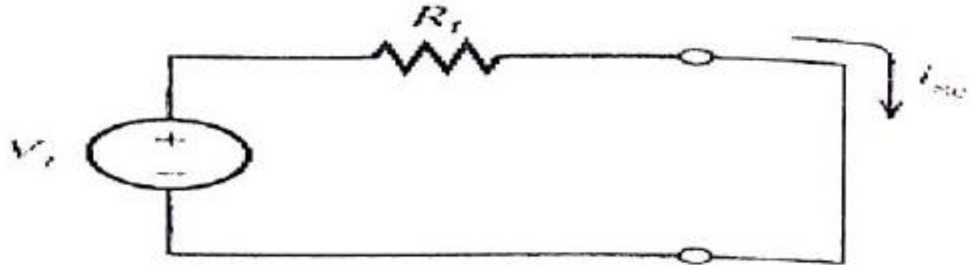
دائرة ثيفنن المكافئة Thevenin Equivalent Circuits

احد انواع الدوائر المكافئة هو دائرة ثيفنن المكافئة، والتي تتكون من مصدر فولتية معتمد بالتوالي مع مقاومة ، هذا موضح في الشكل(4-40) تمثيل ثيفنن المكافئة بأطراف الدوائر المفتوحة كما موضح بالشكل(4-41) بواسطة تعريف، لا يمر تيار خلال الدائرة المفتوحة، ولذلك لا يمر تيار خلال مقاومة ثيفنن والفولتية على المقاومة صفر ، بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية سنحصل على $V_t = V_{oc}$ كلا الدائرة الاصلية

ودوائر ثيفنن تكون مطلوبة لاعطاء نفس فولتية الدائرة المفتوحة وهذه فولتية مصدر ثيفنن vt تكون مساوية لفولتية الدائرة المفتوحة للشبكة الاصلية.

الان نمثل ثيفنن المكافئة بدائرة قصيرة تربط على اطرافها كما موضح بالشكل (4-42)و يكون التيار المار في هذه الدائرة $i_{sc}=\frac{V_t}{R_t}$ تيار الدائرة القصيرة isc يكـون نفسه للدائرة القصيرة كما لثيفنن المكافئة ، الحل لمقاومة ثيفنن يعطي

$$R_t=\frac{V_t}{i_{sc}} \qquad (4\text{-}62)$$



الشكل (4-42) دائرة ثيفنن المكافئة ذات اطراف مقصورة. تيار دائرة القصر = i_{sc} V_t/R_t

ان فولتية ثيفنن مساو لفولتية الدائرة المفتوحة للشبكة يعطينا

$$R_t=\frac{V_{oc}}{i_{sc}} \qquad (4\text{-}63)$$

هذا ولايجاد دائرة ثيفنن المكافئة يمكننا البدأ بتحليل الشبكة الاصليـة لفولتيـة الدائرة المفتوحة (open circuit) فولتيـة ثيفنـن تسـاوي فولتيـة الدائـرة المفتوحـة ومقاومة ثيفنن تعطى بالمعادلة(4-63)

مثال (4-14)

ايجاد دائرة ثيفنن المكافئة

اوجد ثيفنن المكافئة للدائرة الموضحة بالشكل(4-43a)؟

الحل :-

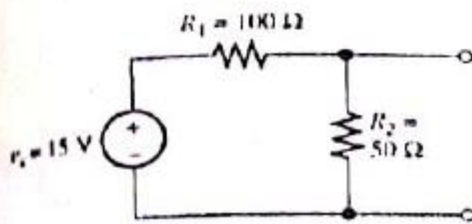
أولا :- نقوم بتحليل الدائرة بفتح اطراف الدائرة كما موضح بالشكل (4-44b)، المقاومة R1, R2 تكون على التوالي ومكافئتها المقاومة R1+R2 ويكون التيار

$$i_1 = \frac{V_s}{R_1 + R_2} = \frac{15}{100+50} = 0.10v$$

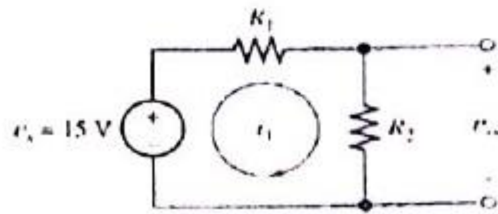
فولتية الدائرة المفتوحة هي الفولتية على R2

$$V_{oc} = R_2 i_1 = 50 \times 0.10 = 5v$$

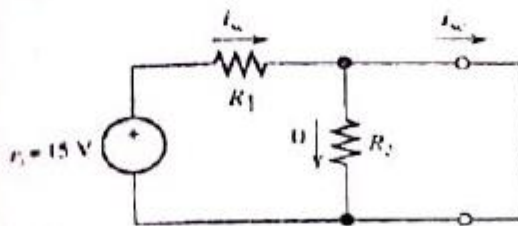
ولذا فأن فولتية ثيفنن تكون V1 = 5V



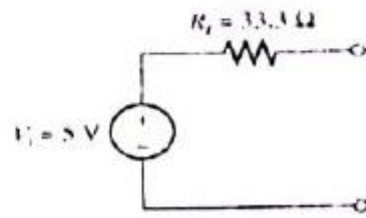
(a) Original circuit



(b) Analysis with an open circuit



(c) Analysis with a short circuit



(d) Thévenin equivalent

الشكل (4-43) الدائرة للمثال 4.14

الان نمثل الدائرة بواسطة ربط دائرة قصيرة بين الأطراف كما هو موضح في الشكل (4-43c) بواسطة معرفة أن الفولتية على الدائرة القصيرة تساوي صفر هذه الفولتية على R2 تكون صفر والتيار خلالها يساوي صفر كما موضح في الشكل.يمر تيار الدئرة القصيرة خلال R1 و تظهر فولتية المصدر على R1 ولذلك يمكننا كتابة:

$$i_{sc} = \frac{V_s}{R_1} = \frac{15}{100} = 0.15A$$

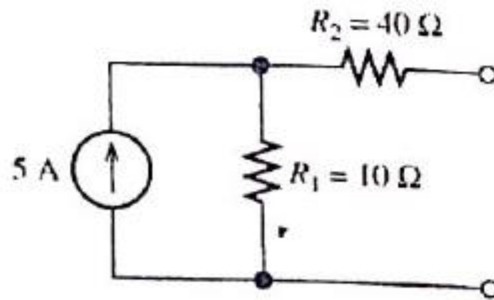
و يمكننا استخدام المعادلة (4-63)لحساب مقاومة ثيفنن

$$R_t = \frac{V_{oc}}{i_{sc}} = \frac{5v}{015A} = 33.3\Omega$$

دائرة ثيفنن المكافئة موضحة في الشكل (4-43b).

سؤال 22-4 : جد دائرة ثيفنن للدائرة الموضحة في الشكل(44-4)

الجواب : $Rt = 50\Omega$ $Vt = 50v$



الشكل (44-4) الدائرة للسؤال (22-4)

إيجاد مقاومة ثيفنن مباشرة Finding the Thevenin Resistance Directly

إذا كانت الشبكة لا تحتوي على مصادر معتمدة هنـاك طريقـة بديلـة لإيجـاد مقاومة ثيفنن أولا: نصفر المصدر في الشبكة، عنـد تصفـير مصـدر الفولتيـة نقلـل الفولتية إلى الصفر. مصدر الفولتية بفولتية صفر يكون مكافئا لدائرة شورت.

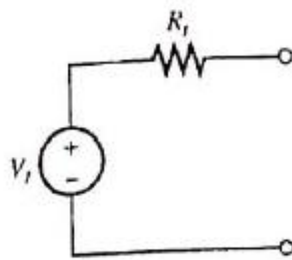
عند تصفير مصدر التيار نحن نقلل تياره إلى الصفـر، بواسـطة معرفـة عنصـر دائما يحمل تيار صفر هو دائـرة مفتوحـة. هـذا بالنسـبة لمصـادر المسـتقلة، نسـتبدل مصادر الفولتية بدوائر شورت ونستبدل مصادر التيار بدوائر مفتوحة.

الشكل (4-45) يوضح ثيفنن المكافئة قبل وبعد تصفير فولتية المصدر، لذلك نستطيع إيجاد مقاومة ثيفنن بواسطة تصفير المصادر في الشبكة الأصلية ومن ثم حساب المقاومة بين الطرفين المطلوبة (المحددة).

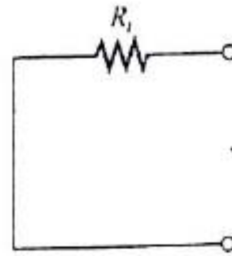
مثال: 4-15

تصفير المصادر لإيجاد مقاومة ثيفنن

جد مقاومة ثيفنن للدائرة في الموضحة في الشكل (4-46a)بواسطة تصفير المصادر، ومن ثم جد تيار دائرة القصر (الشورت) ودائرة ثيفنن المكافئة.



(a) Thévenin equivalent



(b) Thévenin equivalent with its source zeroed

الشكل (4-45) عندما يكون المصدر صفر تكون المقاومة المنظورة من طرفا الدائرة تساوي مقاومة ثيفنن

الحل :-

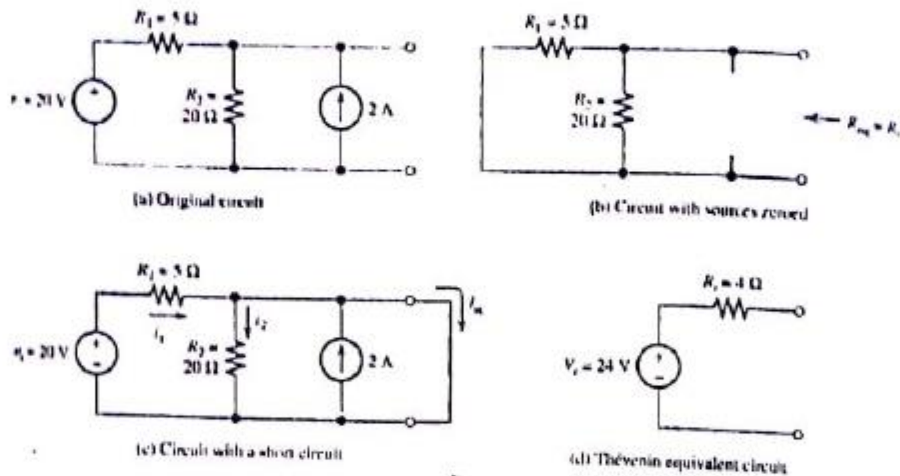
لتصفير المصدر نستبدل مصدر الفولتية بدائـرة قصيرة (شـورت) ونستبدل مصدر التيار بدائرة مفتوحة. الدائرة الناتجة موضحة في الشكل (4-46b).

مقاومة ثيفنن هي المقاومة المكافئة بين الأطراف. و تتكون من R1 و R2 على التوازي ، والتي تعطى بواسطة

$$R_t = R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/5 + 1/20} = 4\Omega$$

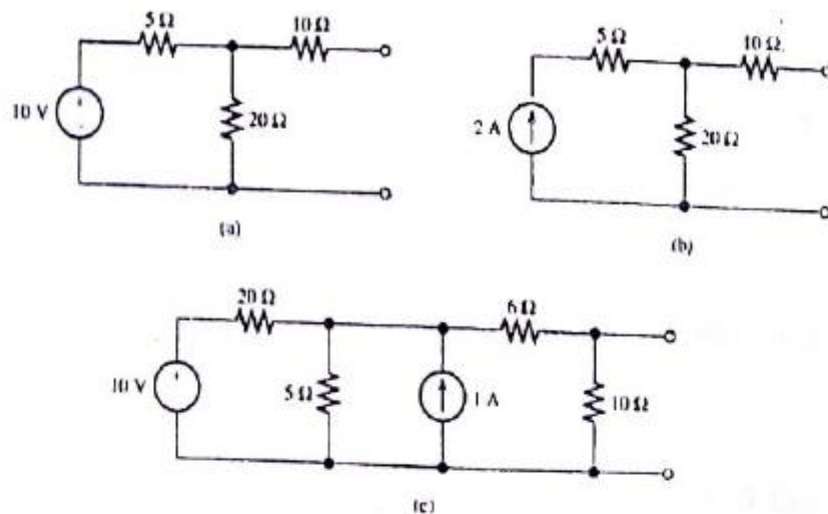
بعد ذلك نجد تيار دائرة الشورت للدائرة. الدائرة موضحة في الشكل (4-46c) في هذه الدائرة الفولتية على R2 تكون صفر بسبب دائرة الشورت، لذا التيار خلال R2 يكون صفر.

$$i2 = 0$$



الشكل (4-46)

دائرة المثال 4.15



الشكل (4-47)

الدائرة للسؤال (4-24)

علاوة على ذلك الفولتية على R1 تساوي 20V ، هذا التيار يكون

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{20}{5} = 4A$$

أخيرا نكتب معادلة التيار للعقدة المرتبطة في نهاية أعلى R2 والمصدر 2A اجعل مجموع التيارات الداخلة تساوي مجموع التيارات الخارجة ويعطينا:

$$i_1 + 2 = i_2 + i_{sc}$$

وهذا يجعل isc = 6A

الآن نجد فولتية ثيفنن من المعادلة (4-63) وهي

$$V_t = R_t i_{sc} = 4 \times 6 = 24V$$

الدائرة المكافئة موضحة في الشكل (4-46d).

سؤال 4-23:

استخدم تحليل فولتية العقدة من الدائرة الموضحة بالشكل 4-46a وضح ان فولتية الدائرة المفتوحة تساوي فولتية ثيفنن الموجودة في المثال(4-15).

سؤال 4-24:

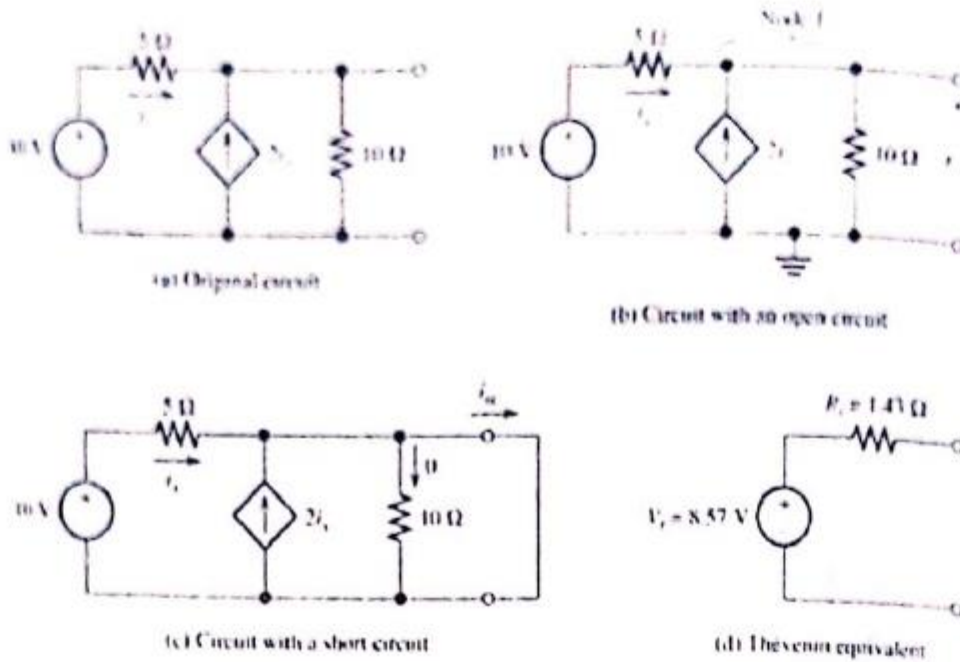
جد مقاومة ثيفنن لكل الدوائر الموضحة في الشكل (4-47) بواسطة تصفير المصادر؟

الجواب:

a) Rt = 14Ω , b) Rt = 30 Ω, c) Rt = 5Ω

مثال 4-16:

مكافئة ثيفنن للدوائر ذات المصادر المعتمدة. أوجد مكافئة ثيفنن للدوائر الموضحة بالشكل (4-48a)



الشكل (4-48)

دائرة المثال 4.16

الحل:

بسبب أن هذه الدائرة تحتوي مصدر. لا نستطيع إيجاد مقاومة ثيفنن بواسطة تصفير المصادر والمقاومات المركبة على التوالي والتوازي. لذلـك ينبغـي لنـا تحليـل الدائرة لإيجاد فولتية الدائرة المفتوحة وتيار دائرة القصر (الشورت).

نبدأ بفولتية الدائرة المفتوحة : نمثل الشكل 43-4 نستخدم تحليل فولتية العقدة بوضع مرجع العقدة في اسفل الدائرة ومن ثـم Voc تكـون فولتيـة العقـدة متغـيرة وغير معروفة ،أولا نكتب معادلة التيار في العقدة 1

$$i_x + 2i_x = \frac{V_{oc}}{10} ....(4-46)$$

ومن نكتب صيغ للمتغير المحكوم is في تعابير من فولتية العقدة في Voc

$$i_x = \frac{10 - V_{oc}}{5}$$

بالتعويض في المعادلة (4-46) نحصل

$$3\frac{10-V_{oc}}{5}=\frac{V_{oc}}{10}$$

نجد ان Voc = 8.57v

الآن نمثل شروط دائرة الشورت كمـا موضح في الشكل (4-48c)في هذه الحالة التيار المار خلال مقاومة $10\,\Omega$ يكون صفر علاوة على ذلك يعطينا

$$i_x=\frac{10v}{5\Omega}=2A$$

$$i_{sc}=3i_x=6A$$

ومن ثم نستخدم المعادلة (4-63)لحساب مقاومة ثيفنن

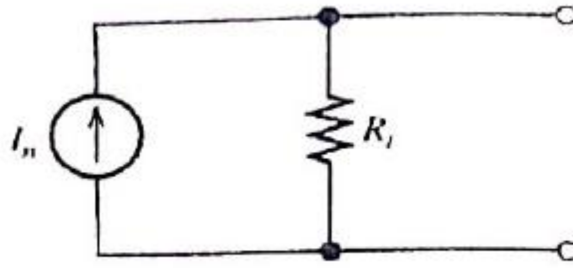
$$R_t=\frac{V_{oc}}{i_{sc}}=\frac{8.57v}{6A}=1.43\Omega$$

اخيرا دائرة ثيفنن المكافئة موضحة في الشكل (4-48d)

دائرة نورتن المكافئة Norton Equivalent Circuit

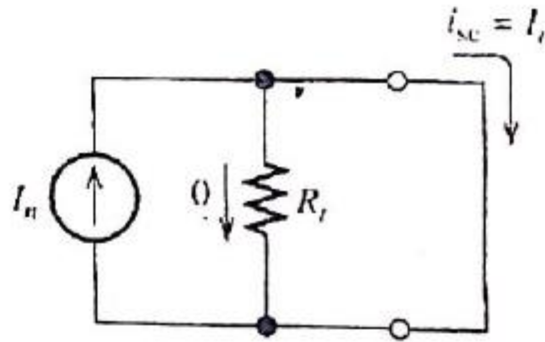
النوع الآخر من الدوائر المكافئة يعرف بدائرة نورتن المكافئة كما موضحة في الشكل (4-49) وهي تحتوي على مصدر تيار is على التـوازي مـع مقاومـة ثيفنـن لاحظ ذلك نستبدل مصدر نورتن للتيار بدائـرة مفتوحـة ، دائـرة نورتـن المكافئـة ستكون مقاومة من Rt هذا يحدث ايضـا اذا قمنـا بتصفـير ثيفنـن المكافئـة بواسـطة استبدال مصدر الفولتية بدائرة شـورت، لذلـك المقاومـة في نورتـن المكافئـة تكـون نفسها مقاومة ثيفنن نمثـل ذلـك بوضـع دائـرة شـورت علـى نورتـن المكافئـة كمـا موضح في الشكل (4-50)في هذه الحالة التيار المار خلال Rt يساوي صفر، ولذلك تيار نورتن يكون مساوي لتيار دائرة الشورت.

In = Isc



الشكل (4-49) دائرة نورتن المكافئة تتكون من مصدر تيار مستقل I_n بالتوازي مع مقاومة ثيفنن R_t

نستطيع ايجاد نورتن المكافئة بواسطة استخدام نفس التقنية المستخدمة ثيفنـــن المكافئة.



الشكل (4-50) دائرة نورتن المكافئة بدائرة قصر

خطوات تحليل دائرة ثيفن / نورتن المكافئة

Step-by-step Thevenin/Norton-Equivalent-Circuit Analysis

1) يشكل عام اعمل اثنين مما يلي:

a) حساب فولتية الدائرة المفتوحة vt = voc.

b) حساب تيار الدائرة القصيرة in = isc.

c) تصفير المصدر وإيجاد مقاومة ثيفن Rt المنظور من الأطراف.

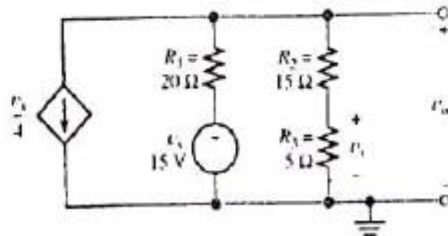
2) استخدام المعادلة vt = Rt in لحساب القيمة المتبقية.

3) ثيفن المكافئة تتكون من مصدر فولتية vt بالتوازي مع Rt.

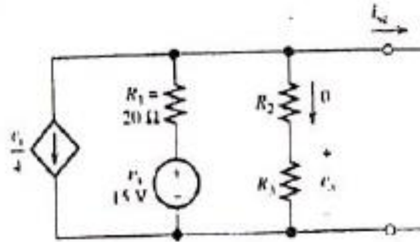
4) نورتن المكافئة تتكون من مصدر تيار in بالتوالي معRt.

مثال 17-4 دائرة نورتن المكافئة

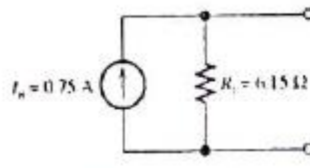
أحسب نورتن المكافئة للدائرة الموضحة في الشكل(4-51a) ؟



(a) Original circuit under open-circuit conditions



(b) Circuit with a short circuit



(c) Norton equivalent circuit

الشكل (4-51) دائرة للمثال 4.17

الحل:

بسبب أن الدائرة تحتوي على مصدر محكوم، لانستطيع تصفير المصادر وتركيب المقاومات لإيجاد مقاومة ثيفن. أولا نمثل الدائرة بدائرة مفتوحة كما موضح في الشكل(4-51a) ، نجعل voc مثل فولتية للعقدة المتغيرة. نكتب معادلة التيار في للدائرة. يعطينا

$$\frac{v_x}{4} + \frac{v_{oc} - 15}{R_1} + \frac{v_{oc}}{R_2 + R_3} = \text{.........}(4-65)$$

ومن ثم نستخدم مبدأ تقسيم الفولتية لكتابة صيغة لـ vx في التعابير من المقاومات و voc

$$v_x = \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{oc} = 0.25 v_{oc}$$

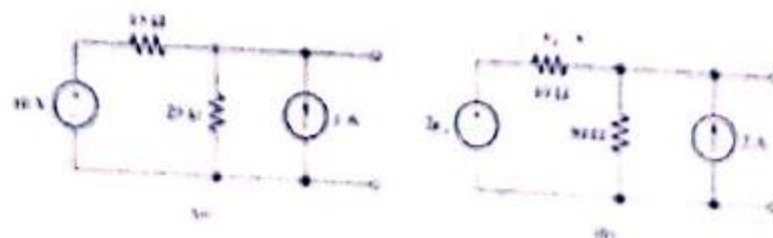
استبدل في المعادلة 4-65 نجد أن :

$$\frac{0.25 v_{oc}}{4} + \frac{v_{oc} - 15}{R_1} + \frac{v_{oc}}{R_2 + R_3} = 0$$

نستبدل قيم المقاومة ونحل، نجد أن voc = 4.62V

ومن ثم نمثل شروط الدائرة القصيرة كما موضح في الشكل 4-51b وفي هذه الحالة التيار الماء خلال R3, R2 يكون صفر. لذلك vx = 0 ومصدر التيار المسيطر يظهر مثل الدائرة المفتوحة ، تيار الدائرة القصيرة يعطى بواسطة.

$$i_{sc} = \frac{v_s}{R_1} = \frac{15V}{20\Omega} = 0.75A$$



الشكل (4-52) دوائر للسؤال (4-25)

الان نحدد مقاومة ثيفنن

$$R_t = \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = \frac{4.62}{0.75} = 6.15\Omega$$

دائرة ثيفن المكافئة موضحة في الشكل (4-51c)

سؤال 4-25 :

جد ثيفنن المكافئة للدوائر الموضحة بالشكل(4-52) ؟

الجواب:

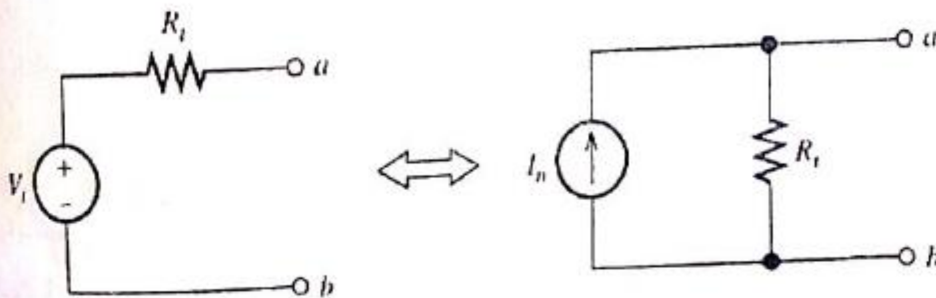
a) $R_t = 9.37\Omega$, $i_n = 1.67A$

b) $R_t = 15\Omega$, $i_n = 2A$

4-7 تحويل المصادر Source Transformations

نستطيع استبدال مصدر فولتية على التوالي مع مقاومة بواسطة دائرة ثيفنن المكافئة والتي تحتوي مصدر تيار بالتوازي مع مقاومة. هذا يسمى بتحويل المصدر وموضح في الشكل(53-4) الدائرتين المشار إليها بالتعابير من تصرفاتها الخارجية. فمن الناحية الاخرى تبقى الفولتيات والتيارات في الأطراف a و b نفسها بعد التحويل. ومع ذلك افترض ذلك الدائرتين الموضحتين في الشكل (4.53) هي دوائر مفتوحة. لا يمر تيار خلال المقاومة بالتوالي مع مصدر الفولتية. ولكن التيار in يمر خلال المقاومة بالتوازي مع مصدر التيار.

لعمل مصدر محول مهم جداً توضح العلاقة بين الإتجاه المرجعي لمصدر التيار والقطبية لمصدر الفولتية. اذا كانت القطبية الموجبة تقترب من الطرف a. التيار المرجعي ينبغي أن يكون متجه من الطرف a كما موضح في الشكل(53-4).



الشكل (53-4)

مصدر الفولتية على التوالي مع المقاومة ويكافئ تماما مصدر التيار على التوالي مع المقاومة بقسمة ذلك $i_n=v_t/R_t$

بعض الأحيان نستطيع تبسيط حل الدائرة بواسطة تحويل المصادر ، وهذه مشابهة لحل الدوائر بواسطة تركيب المقاومات على التوالي والتوازي ونوضح ذلك بالمثال.

مثال 4-18: استخدام تحويل المصادر

إستخدم تحويل المصادر في حل التيارات i1, i2 الموضحه في الشكل (4-54a).

الحل:

هناك طرق مختلفة ممكنه احدها هي تحويل مصدر التيار 1A و R2 الى مصدر فولتية بالتوالي مع R2 كما موضح في الشكل (4.54b) لاحظ ذلك القطبية الموجب للمصدر 10V في الأعلى بسبب أن المصدر 1A نقطة المرجع الأعلى.يمكن حل دائرة اشارة الحلقة في الشكل(4-54b) معادلة قانون كيرشوف للفولتية. يغادر باتجاه عقارب الساعة. و فولتية المجموعة تعطينا

$$R1i1 + R2i1 + 10 - 20 = 0$$

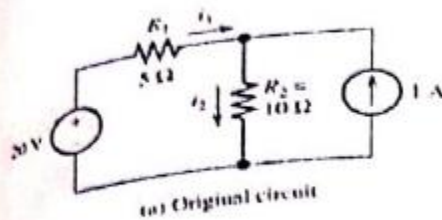
وبالتعويض نحصل على

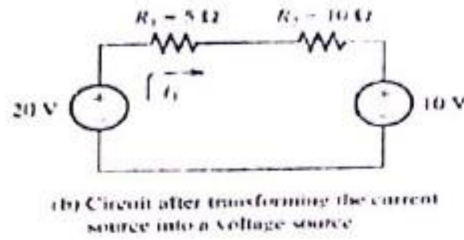
$$i_1 = \frac{10}{R_1 + R_2} = 0.667A$$

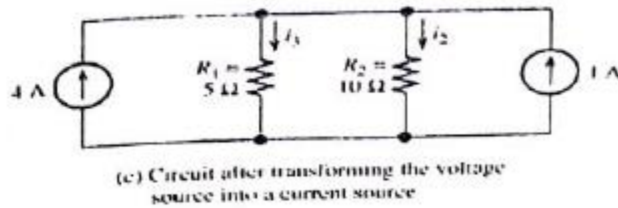
ومن ثم في الدائرة الأصلية. نستطيع كتابة معادلة التيار في العقدة الأعلى و ال حل لـi2.

$$i2 = i1 + 1 = 1.667A$$

الطريقة الأخرى هي تحويل مصدر الفولتية والمقاومة R1 الى مصدر التيار بالتوازي مع R1 ، يجعل هذا التحويل في الدائرة الأصلية الى الدائرة الموضحة في الشكل(4-54c) ، لاحظ ان نصف التيار يمر خلال R1 مثل i3 على عكس i1.

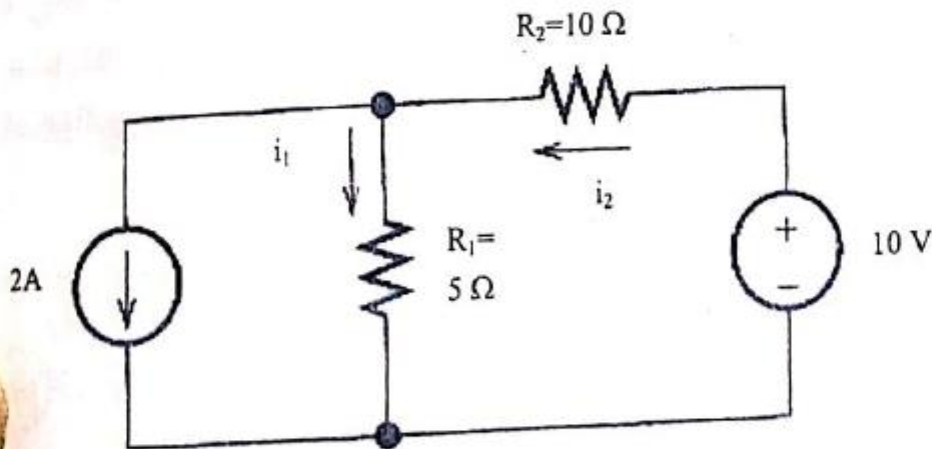

(a) Original circuit


(b) Circuit after transforming the current source into a voltage source


(c) Circuit after transforming the voltage source into a current source

الشكل (4-54) دائرة للمثال 4.18

بسبب أن التيار في المقاومة في المصدر المحول ليس نفسه في الدائرة الأصلية في الشكل(4-54c) ، نلاحظ ان التيار الكلي من 5A يمر في مجموعة التوازي ل R1 و R2.



الشكل (4-55) دائرة للمثال للسؤال(4-26)

استخدم مبدأ تجزئة التيار ، نحصل على التيار المار في المقاومة R2

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{total} = \frac{5}{5+10}(5) = 1.667A$$

سؤال 26-4:

استخدم المصادر المحولة لحل القيم من i1 و i2 في الشكل(55-4) حول مصدر التيار و R1 الى مصدر فولتية بالتوالي مع R1 حل الدائرة بواسطة الطريقة الثانية. ابدأ بالدائرة الأصليةو تحويل مصدر 10V ، R2 الى مصدر تيار على التوازي R2. الأجوبة ينبغي أن تكون نفسها في كل الطرق.

الجواب:

i1 = -0.667A, i2 = 1.333A

8-4 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

افترض لدينا دائرة ذات طرفين ونريد ربط مقاومة حمل RL ، لنقل اعظم قدرة الى الحمل كما موضح في الشكل (4-56a) لتحليل هذه المشكلة تستبدل الدائرة الأصلية بواسطة ثيفنن المكافئة كما هو موضح في الشكل 4-56b. التيار المار خلال مقاومة الحمل هو

$$i_L = \frac{v_t}{R_t + R_L}$$

القدرة في الحمل هي

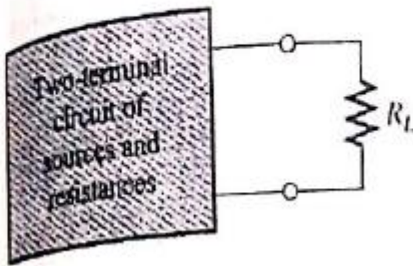
$$P_L = i_L^2 P_L$$

بالتعويض عن التيار نحصل على

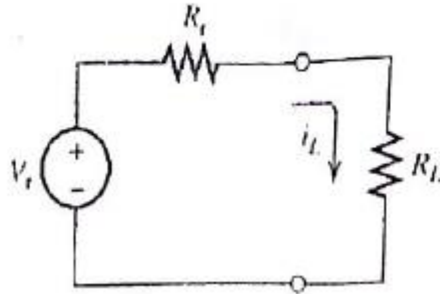
$$P_L = \frac{v_t^2 R_L}{(R_t + R_L)^2} \quad ......(4-66)$$

لإيجاد قيمة مقاومة الحمل لنقل اعظم قدرة تتخلـل الحمـل ، نجد المشتق لـPL بالنسبة لـRL ونساويها الى الصفر.

$$\frac{dP_L}{dR_L}=\frac{v_t^2(R_t+R_L)^2-2v_t^2R_L(R_t+R_L)}{(R_t+R_L)^4}=0$$



(a) Original circuit with load



(b) Thévenin equivalent circuit with load

الشكل (4-56) تحليل الدائرة لاعلى قدرة تحويل

ومنها نحصل على

RL = Rt

لذلك مقاومة الحمل تستهلك اقصى قدرة من طرفا الدائرة وتساوي مقاومة ثيفنن،نحصل على أقصى قـدرة بواسطة اسـتبدال RL=Rt في المعادلـة(4-66) ، ويكون الناتج

$$P_{L\max}=\frac{v_t^2}{4R_t}......(4-67)$$

مثال 4-19 حساب نقل اعظم قدرة

جد مقاومة الحمل لنقـل اقصـى قـدرة للدائـرة الموضحـة بالشـكل(4-57) كذلك جد أقصى قدرة؟

الحل:

اولاً: ينبغي أن نجد دائرة ثيفنن المكافئة. تصفير مصدر الفولتية. نجد المقاومات R1، R2 على التوالي. لذا مقاومة ثيفنن تكون:

$$R_t = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/5} = 4\Omega$$

فولتية ثيفنن تكون مساوية لفولتية الدائرة المفتوحة. استخدم مبدأ تقسيم الفولتية. نجد ذلك:

$$v_t = v_{oc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}(50) = \frac{5}{5+20}(50) = 10V$$

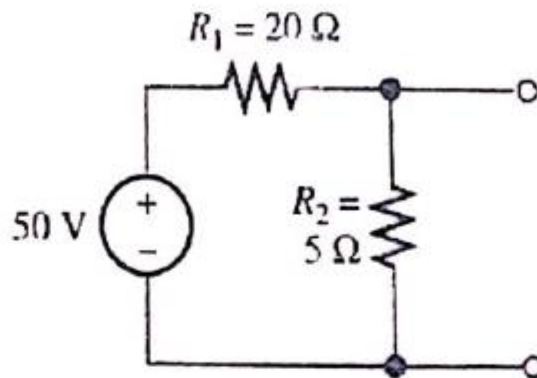
لذلك فان مقاومة الحمل تلك لنقل اقصى قدرة هي

RL = Rt = 4?

واقصى قدرة تعطى بالمعادلة(4-67)

$$P_{L\max} = \frac{v_t^2}{4R_t} = \frac{10^2}{4 \times 4} = 6.25W$$

تطبيقات نقل اعظم قدرة : عندما تتساوى مقاومة الحمل و مقاومة ثيفنن فان نصف القدرة تستهلك في مقاومة المصدر والنصف الأخريستهلك في الحمل.



الشكل (4-57) دائرة المثال 4.19

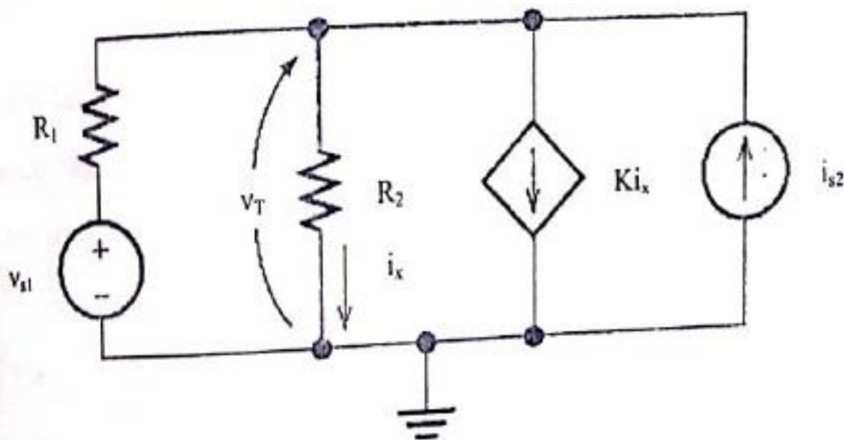
4-9 مبدأ نظرية التراكيب Super Position Principle

افترض لدينا دائرة مكونة من مقاومات. مصادر معقدة خطية و مصادر غير معتمدة (سنشرح تعبير مصدر معتمد خطي باختصار). التيار المار خلال العنصر المعطى (الفولتية عليه) هو محصلة التيارات المارةخلاله والفولتيات التي تظهر في استجابته الى المصادر المعتمدة.

ان الاستجابة بكل المصادر الفعالة تسمى بالاستجابة الكلية، يرمزلها rT، مبدأ التراكيب هو أن الاستجابة الكلية هي مجموع الاستجابات لكل المصادر المستقلة الفعالة بشكل معادلة:

$$rT = r1 + r2 + ...+ rn \qquad (4\text{-}68)$$

نوضح صحة مبدأ التراكيب لدائرة المثال الموضحة بالشكل (4-58) في هذه الدائرة ، هناك مصدران مستقلان الأول مصدر فولتية vs1 والثاني مصدر تيار is2 ، افترض ذلك الاستجابة من أهمية تكون الفولتية على المقاومة R2.



الشكل (4-58) دائرة تستخدم لتوضيح مبدأ التراكيب

أولا: نحل الاستجابة الكلية vT بواسطة حل الدائرة بكل المصادر ونكتب معادلة التيار في العقدة الأعلى يعطينا:

$$\frac{v_T - v_{s1}}{R_1} + \frac{v_T}{R_2} + K\,i_x = i_{s2} ....(4-69)$$

المتغير المحكوم ix يعطى بواسطة:

ix = vt / R2 .... (4-70)

بتعويض المعادلة(70-4)في المعادلة 69-4 ونحل الاستجابة الكلية نجد

$$v_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + K\,R_1} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + K\,R_1} i_{s,2} ....(4-71)$$

اذا وضعنا is2 صفر نوصف الاستجابة الى vs1

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + K\,R_1} v_{s1} ....(4-72)$$

بالمثل اذا وضعنا vs1 يساوي صفر في المعادلة 71-4 الاستجابة تقلل الى is2 يعطي بواسطة

$$V_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + K\,R_1} i_s ....(4-73)$$

بمقارنة المعادلات (71-4),(72-4) ,(73-4) نلاحظ ان

vT = v1 + v2

هذا متوقع من نظرية التراكيب ، الاستجابة الكلية تساوي مجموع الاستجابات لكل المصادر المستقلة التي تعمل على حده.

الخطية **Linearity**

اذا رسمنا فولتية مقابل التيار للمقاومة سنحصل على خط مستقيم. هذا موضح في الشكل (59-4) لذلك نقول ان قانون أوم هو معادلة خطية ، وبالمثل التيار في المصدر المحكوم موضح في الشكل(58-4) ويعطى بواسطة ies = K ix

والتي تكون ايضا معادلة خطية ،يمكن وصف المصدر المسيطر وصف بواسطة معادلة خطية تسمى مصدر التحكم الخطي.

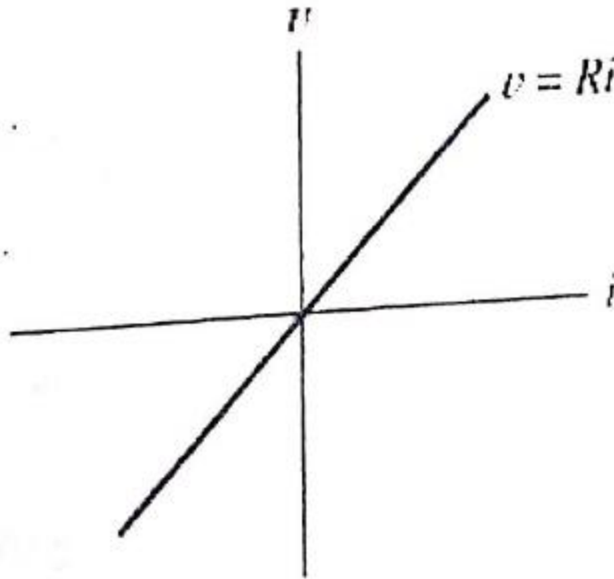
بعض الأمثلة من المعادلات الخطية هي

$v = 10\, i^2$

$i_{cs} = K \cos(ix)$

$i = e^v$

لاينطبق مبدأ التراكيب على العناصر التي توصف بمعادلة غيرخطيةو سوف ندرسالعناصر الغير خطية لاحقا في للدوائر الالكترونية.



الشكل (4-59) المقاومة تمثل قانون اوم الخطي

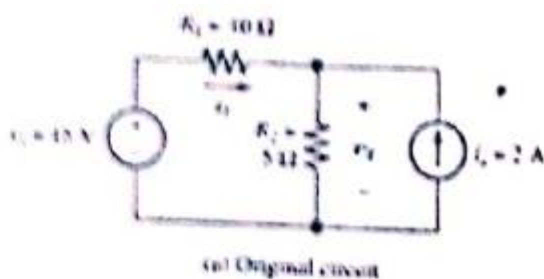
استخدام نظرية التراكيب لحل الدوائر

Using Superposition to Solve Circuits

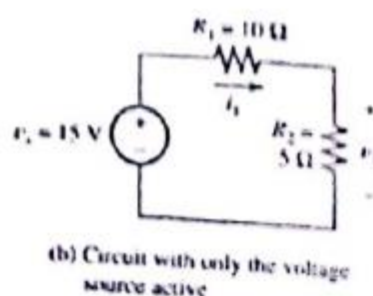
يمكننا تطبيق نظرية التراكيب في تحليل الدوائر بواسطة تحليل الدائرة لأي مصدر على حدة ، ومن ثم نضيف استجابة فردية لايجاد الاستجابة الكلية. احيانا يكون تحليل الدائرة مبسط بواسطة تمثيل أي مصدر مستقل على حده (بشكل منفصل)، سنوضح ذلك بمثال.

مثال 20-4 تحليل دائرة باستخدام التراكيب

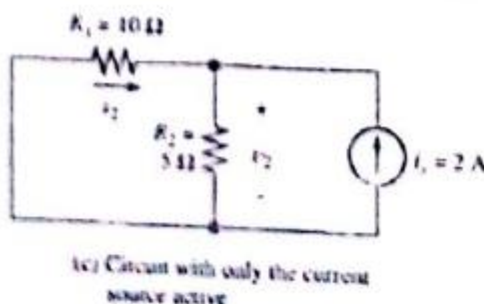
استخدم نظرية التراكيب لحل الدائرة الموضحة في الشكل(4-60a) للفولتية V_T



(a) Original circuit

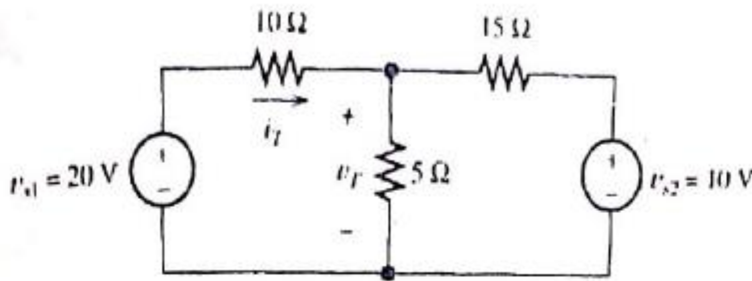


(b) Circuit with only the voltage source active



(c) Circuit with only the current source active

الشكل(60-4) دائرة للمثال (4.20) والسؤال (27-4)



الشكل (4-61) دائرة السؤال(4-28)

الحل:

نحلل الدائرة بمصدر فعال واحد في زمن واضافة الاستجابة ، الشكل 4-60b يوضح الدائرة بمصدر فولتية فقط فعال ، نجد بواسطة تطبيق مبدأ تجزئة الفولتية.

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s = \frac{5}{5+10}(15) = 5V$$

ومن ثم نحلل الدائرة بمصدر تيار فقط، الدائـرة موضحـة في الشكل 4-60c في هذه الحالة المقاومة R1 ، R2 على التوازي والمقاومة المكافئة تكون

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/10 + 1/5} = 3.33\Omega$$

الفولتية تقل الى مصدر التيار وتعطي بواسطة

v2 = is Req = 2×3.33=6.66V

اخيرا ً نجد الاستجابة الكلية بواسطة اضافة استجابة فردية

vT = v1 + v2 = 5+6.66 = 11.66V

سؤال 4-27 :

أوجد استجابة i3, i2, i1 للدائرة في الشكل 4-60

الجواب:

$iT = 0.333A,\ i2 = -0.667A,\ i1 = 1A$

سؤال 4-28:

استخدم نظريــة الـتراكيب لإيجـاد استجابة vT, iT للدائـرة الموضحـة في الشكل (4-61)؟

الجواب :

$vT = 2.27V,\ v2 = 1.82V,\ v1= 5.45V$

$iT = 1.27A,\ i2 = -0.181A,\ i1 = 1.45A$

4-10 قنطرة ويتستون Wheatstone Bridge

قنطرة ويتستون هي عبارة عـن دائـرة تسـتخدم لقيـاس المقاومـات المجهولـة (غير معرفة)، فمثلا، تســتخدم بواسـطة المهندسـين الميكـانيكيين والمدنيـين لقيـاس المقاومات من مقياس الالتواء في دراسة تجربة المدى في الميكانيكا والبناء. الدائرة في الشكل(4-62). الدائرة تتكون من مصدر فولتية مستمرة vs dc. كاشــف مقاومـة مجهولة لقياسها. وثلاث مقاومات ضبط R3, R2, R1. والـتي أشـير اليـها بواسـطة السهم المرسوم خلال رسوم المقاومة.

الكاشف يكون قادر ليستجيب لأي تيار صغير (اقل من واحـد ميكروامبـير مع ذلك ليس من الضروري الكاشف أن يكون مدرج. يكون فقط ضروري ليشـير أما أو ليس هناك تيار يمر خلالها غالبا يعمل ' الكاشف عندما تكون المقاومات R2 و R3 مضبوطة على قيمة حتـى يشـير الكاشـف الى تيـار صفـر. في هـذه الحالـة نلاحظ ان التيار ig والفولتية على الكاشف vab تكون صفر.

نطبق قانون كيرشوف على العقدة a للشكل 4-62 واستخدام تلـك الحقيقـة $ig = 0$ يعطينا

$i1 = i3$ ....(4-74)

وبالمثل في العقدة b يعطينا

$i2 = i4$ ......(4-75)

اكتب معادلة كيرشوف الفولتية حول الحلقة المكونة من R1 و R2 والكاشف نحصل :

$R1i1 + vab = R2i2$...... (4-76)

ومع ذلك : عندما تكون القنطرة مضبطة على $vab = 0$ نتيجة لذلك :

$R1i1 = R2i2$ ....(4-77)

بالمثل للحلقة المكونة من R1 و R4 والكاشف تعطينا

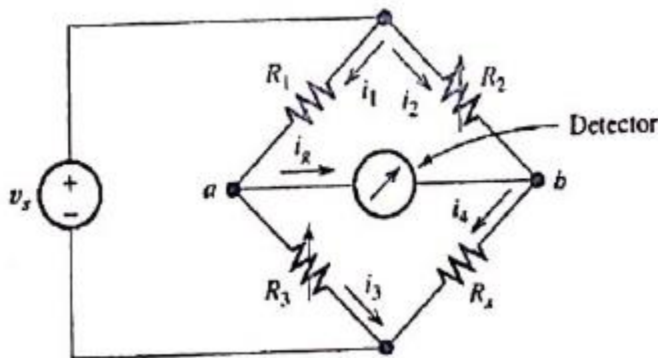
$R3i3 = Rxi4$ ....(4-78)

وبتعويض المعادلات(4-74) و(4-75) في المعادلة 4-78 نحصل على

$R3i1 = Rxi2$ ....(4-79)

بقسمة المعادلة 4-79 على المعادلة 4-77 نحصل على

$$\frac{R_3}{R_L} = \frac{R_x}{R_2}$$



الشكل(4-62)

قنطرة ويتستون ، عندما تتزن قنطرة ويتستون يضبط $v_{ab} = 0, i_g = 0$

اخيرا لايجاد المقاومة المجهولة

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 \quad ......(4-30)$$

غالبا في القنطرة التجارية هناك مواضع متعددة لإختيار مفتاح في رتبة من عامل مستوى القيم R2/R3 بواسطة تغيير القيمة لـR2 ، ومن ثم نضبط R3 بواسطة المفاتيح المدرجة الرئيسية حتى تحقق الضبط و المقاومة المجهولة Rx تكون عامل قياس لقيمة R3.

مثال 4-21 استخدام قنطرة ويتستون لقياس المقاومة :

في التدرج الخاص قنطرة ويتستون R1 تثبت 1kΩ ، R3 يمكن نضبطها 1Ω خطوات من 0 الى 1100Ω و R3 تختارها 1kΩ, 10kΩ, 100kΩ أو 1MΩ.

a) افترضان القنطرة متزنة بـ732Ω = R3 و 10kΩ = R2 ما هي قيمة Rx ؟

b) ماهي القيمة الأكبر لـRx لتكون القنطرة متزنة ؟

c) افترض ان 1MΩ = R2 ، الاضافة بينالاضافة لقيم Rx لكي تتزن القنطرة تماما؟

الحل:

a) من المعادلة (4-28) نجد

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 = \frac{10K\Omega}{1K\Omega} \times 732 = 7320\Omega$$

لاحظ ان R2/R1 عامل قياس ممكن أن يكون 1, 10, 100, 1000 يعتمد على القيمة المختارة لـR2. المقاومة تكون عامل القياس. القيمة لـR3 تحتاجها لإتزان القنطرة.

b) نحسب اعلى قيمة للمقاومة المجهولة عند الاتزان بواسطة القيم العالية المتغيرة لـR2 و R3 ، لذلك

$$R_{x\max} = \frac{R_{2\max}}{R_1} R_{3\max} = \frac{1M\Omega}{1k\Omega} \times 110\Omega = 1.1M\Omega$$

c) الاضافة بين القيم من Rx للقنطرة لكي تكزن متزنة تماما ٬ يكون احيانا عـامل القياس مضروبا ب R3.

$$R_{x\,inc} = \frac{R_2}{R_1} R_{3\,inc} = \frac{1M\Omega}{1k\Omega} \times 1\Omega = 1k\Omega$$

الدارات الكهربائية
ELECTRICAL CIRCUITS



دار
المسيرة
للنشر والتوزيع والطباعة


ISBN-13 : 978-9957-06-505-8

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

الفصل الخامس

السعة

الفصل السادس

المحـاثة

الفصل السابع

العابرات

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين

الفصل الخامس

السعة

الفصل الخامس

السعة

The Capacitance

المقدمة

درسنا في الفصول السابقة إحدى خصائص الدائرة الكهربائيه وهي محاولة الدائرة لمعاكسة التيار الكهربائي المار خلالها وسميت هذه الخاصية بالمقاومة (Resistance) . الخاصية الثانية هي معاكسة أي تغير في التيار الكهربائي خلال الدائرة الكهربائية وتسمى هذه الخاصية بالحث (Inductance) وسنتطرق الى طبيعة الحث في الفصل القادم . والخاصية الثالثة هي معاكسة أي تغير في فرق الجهد (Potential difference) بين أي نقطتين في الدائرة الكهربائية وتسمى هذه الخاصية بالسعة (Capacitance) .

5-1 الكهربائية الساكنة: Static Electricity

بما أن السعة ذات علاقة مع فرق الجهد ، لذلك يجب أن نعرف أولاً بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بفرق الجهد .

لاحظنا في الفصل الأول أن الذرات والجزيئات في حالتها الطبيعية تكون بشكل كهربائي محايد ، وبفرض تكوين فرق جهد كهربائي يجب فصل بعض إلكترونات التكافؤ من مجموعة من الذرات ولذلك يقل عدد الالكترونات في هذه الذرات أو تكون شبكة من الشحنات الموجبة ومن ثم تضاف هذه الالكترونات إلى المجموعة الأخرى من الذرات وبذلك نكون قد حصلنا على شبكة من الشحنات السالبة . لكي يبقى التيار الكهربائي مستمر في الدائرة نستخدم شحنات كهربائية منفصلة مثل

البطاريات التي تبقي فرق الجهد بين طرفيها ثـابت باستمرار بواسطة تحويـل الطاقة الكيميائية .

تم اكتشاف إنتشار الشحنات الكهربائية بواسطة الاحتكـاك بـين المواد العازلة كهربائياً قبل إكتشاف البطاريات الكهربائية بعدة قرون . وتعرف الشحنات الكهربائية التي تنتشر بواسطة إحتكاك المواد العازلـة بالكـهرباء السـاكنة ، ودراسـة سـلوك هـذه الشحنات يسمى بعلم الكهرباء الساكنة .

5-2 طبيعة المجال الكهربائي : The Nature of an Electric Field

قانون كولوم للقوة الكهربائية الساكنة:

ينص قانون كولوم على : (أن القوة الكهربائية بين شحنتين كـهربائيتين نقطتين تتناسب طرديا مع حاصل ضرب الشحنتين وتتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما).

والصيغة الرياضية لهذا القانون كالتالي :

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{S^2} \qquad (5\text{-}1)$$

حيث أن :

F : القوة الكهربائية بالنيوتن .

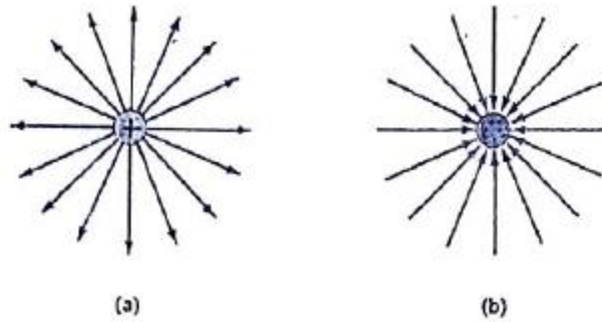
Q1,Q2 : الشحنتان الكهربائيتان بالكولوم

S : المسافة بين الشحنتين بالمتر . R : ثابت التناسب ويساوي 8.99×10^9

من ذلك نلاحظ أن القوة الكهربائية بين شحنتين كهربائيتين لا تحتاج إلى اتصال فيزيائي بين الشحنتين ، لذلك يمكن وصف القوة الكهربائية بأنها قوة مجال .

ويمكن أن نوضح مفهوم هذا المجال بملاحظة ماذا يحدث عندمـا توضـح شـحنة موجبة صغيرة جداً (بروتون) بجوار شحنة موجبة ثابتـة نجـد أن الشـحنات تتنـافر مما يسبب حركة البروتون بشكل إشعاعي مبتعدا عن الشحنة الموجبة الثابتة يمكـن القـول أن الشحنة الموجبة الصغـيرة جـداً تبتعـد بسـبب المجـال الكـهربائي السـاكن للشـحنة الكهربائية الثابتة .

ويمكن توضيح المجال الكهربائي أيضاً بشكل بياني أو تخطيطي بواسطة رسم مسارات الشحنة الصغيرة الموجبة عندما تبتعد عن الشحنة الثابتة كما موضح في الشكل (5-1a)



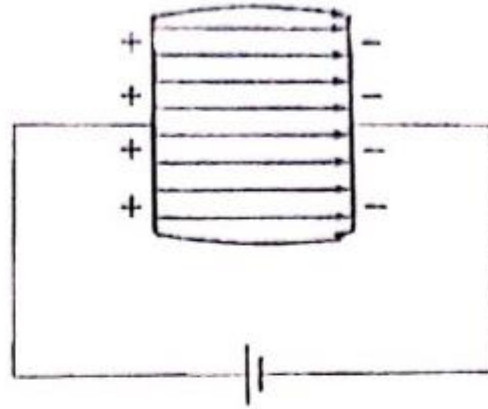
الشكل (5-1)

وأيضاً نجد ان المجال الكهربائي يحيط بالشحنة السالبة الثابتة حيث تقوم هذه الشحنة بجذب الشحنات الصغيرة الموجبة،كما موضح في الشكل(5-1b) لذلك يمكن القول أن :

(المجال الكهربائي هو تلك المنطقة التي تتأثر فيها الشحنات بالقوة الكهربائية) أو بمعنى آخر بأنه : (المنطقة التي يظهر فيها تأثير القوة الكهربائية على الشحنات)

في دراسة الدوائر الكهربائية لم نهتم بشكل خاص بالمجال الكهربائي المحيط بالشحنات الكهربائية المعزولة في الفراغ ، بل نهتم بفرق الجهد الكهربائي بين نقطتين في الدوائر الكهربائية وكذلك المجال الكهربائي بين شحنتين مختلفتين .

من الممكن تكوين مجال كهربائي بربط صفيحتين معدنتين متوازيتين بقطبي مصدر فولتية كما موضح في الشكل (5-2) ستكون الصفيحة اليسرى ذات شحنات موجبة لأن القطب الموجب للبطارية سيعمل على إزالة الإلكترونات منها بينما ستكون الصفيحة اليمنى ذات شحنات سالبة لأن الطرف السالب للبطارية سيعمل على دفع الالكترونات القائضة من البطارية إليها .



الشكل (2-5)

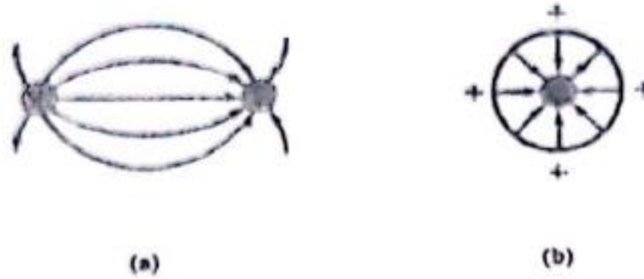
فإذا وضع جسيم دقيق موجب الشحنة بين الصفيحتين فإنه سيحرك بإتجاه الصفيحة اليمنى ، إما إذا كان هذا الجسم سالب الشحنة فإنه سيتحرك بإتجاه الصفيحة اليسرى ، وبالامكان أيضاً توضيح المسار الذي سيسلكه جسيم مشحون موضوع بين صفيحتين بواسطة هذه الخطوط التي تمثل إتجاه حركة الجسم الناتجة عن تأثير القوة الكهربائية عليه وبذلك يمكن القول أن المجال الكهربائي يحتوي على خطوط غير مرئية للقوى الكهربائية حيث أن :

(تمثل خطوط القوى الكهربائية المسار الذي سيسلكه جسيم مشحون صغير جداً من صفيحة ذات شحنة كهربائية إلى صفيحة أخرى) .

بينما أن الجسيم ذو الشحنة السالبة سيتحرك فقط بإتجاة الصحيفة ذات الشحنات الموجبة والجسيم ذو الشحنة الموجبة سيتحرك فقط بإتجاه الصفيحة ذات الشحنات السالبة ، بإمكاننا الآن أن نعتبر أن خطوط القوى الكهربائية تمتلك اتجاه ومن أجل أن يتوافق هذا الاتجاه مع الاتجاه الأفتراضي للتيار نفترض أن إتجاه خطوط القوى الكهربائية هو الأتجاه الذي سيسلكه جسيم ذو شحنة موجبة بين الصفيحتين . من الرسم في الأشكال (1-5) (2-5) (3-5)على التوالي نلاحظ أن :

(خطوط القوى الكهربائية تبدأ وتنتهي دائماً بسطوح مشحونة وتتقاطع مع هذه السطوح بزوايا قائمة) .

وحيث ان معظم إهتمامنا بدراسة المجال الكهربائي بشكل أساسي بين صفيحتين متوازيتين فهناك ، أمثلة أخرى للمجال الكهربائي ومنها المجال الكهربائي بين موصلين متوازيين كما في الشكل (5-3a) وكذلك المجال الكهربائي بين موصلين لهما مركز واحد كما في الشكل (5-3b) .



الشكل(3-5)

فاذا تم وضع جسيم موجب الشحنة بين صفيحتين متوازيتين فان الصفيحة الموجبة (+) ستتنافر معه وسيجذب نحو الصُفيحة السالبة. و لتطوير مفهوم المجال الكهربائي على انة القوة المبذولة على الجسيمات المشحونة لذالك يجب ان نعبرعن شدة المجال الكهربائي عدديا . يرمز لشدة المجال الكهربائي بالرمز (E) .

لا توجد هناك وحدات خاصة يتم بواسطتها التعبير عن كثافة وشدة المجال الكهربائي بينما يمكن التعبير عنها عن طريق جسم مشحون والقوة المؤثرة عليه . (يكون مقدار شدة المجال الكهربائي وحدة واحد في نقطة معينة واذا كان هناك قوة مقدارها واحد نيوتن تؤثر على شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم موضوعة في تلك النقطة) . ويمكن التعبير عنها بالمعادلة الاتية :

$$E = \frac{F}{Q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5\text{-}2)$$

حيث ان :

E : شدة المجال الكهربائي (نيوتن / كولوم)

F : القوة المبذولة على الشحنة (نيوتن)

Q : مقدار الشحنة (كولوم)

وهناك حالة خاصة بالمجال الكهربائي بين صفحتـين متوازيتـين وهـي ان المجـال الكهربائي يكون منتظم تماماً بين الصفحتين لذلك تبذل قوة ثابتـة علـى الشـحنه عنـد حركتها من احد الصفائح الى الاخرى ، فاذا قطع جسيم مشحون مسـافة كاملـة مـن احد الصفائح الى الاخرى ، فان الشغل المبذول هو : W=FS

ويمكن التعبير عن مقدار القولتية بواسطة الشغل المبذول على تحريك شحنة من خلال فرق الجهد

$W=QV$

$Fs=QV$

$EQs=Qv$

$$E=\frac{V}{S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5\text{-}3)$$

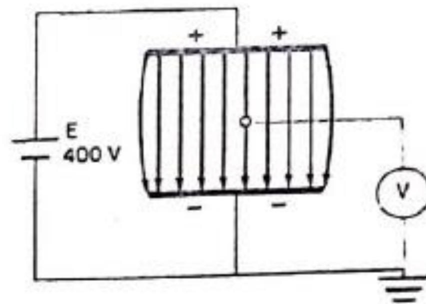
حيث :

E : شدة المجال الكهربائي (نيوتن/ كولوم) او(فولت/ م)

V : فرق الجهد بين الصفحتين (فولت)

S : المسافة بن الصفيحتين (متر).

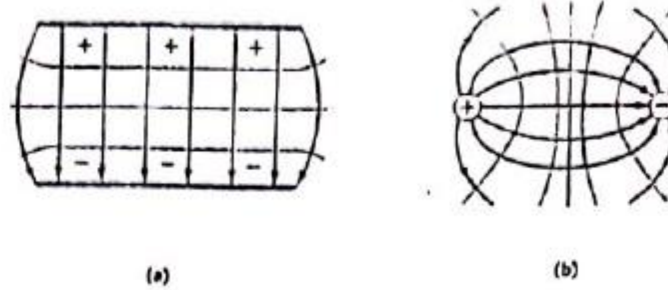
ان التمثيل السابق لشدة المجال الكهربائي يقودنا لمعرفـة خـواص مهمـة متعلقـة بالمجال الكهربائي .



الشكل(5-4)

وفقاً لقانون كيرشوف للفولتية عندتسليط فرق جهد (400V) على صفيحتين متوازيتين كما في الشكل (4-5) . هنا يجب أن يكون فرق الجهد بين الصفيحتين (400V) حيث أن خطوط القوى الكهربائية تبدأ من الصفيحة الموجبة (+) وتنتهي بالصفيحة السالبة (-) هذا الفرق في الجهد الذي مقداره (400V) يظهر قاطعاً كل خطوط القوى الكهربائية وبذلك فإن الفولتميتر في الدائرة يقيس تيار مقداره صفر امبير ، ولكن عند ربط أحد اطراف الفولتميتر بالصحيفة السفلى كما موضح في الشكل وهو متصل بالأرضي فإننا الآن سنأخذ جميع القراءات للجهود التي سيقرأءها الفولتميتر عندما وضع أحد أطرافه في نقاط مختلفة فعندما تلامس طرفه بالصحيفة العليا سيقيس جهد مقداره (400 V) بالنسبة للأرضي و إذا حركنا ذلك الطرف إلى ربع المسافة للأسفل سيقرأ جهد مقداره (300 V) ، وفي نصف المسافة يكون الجهد (200 V) وهكذا . ان فرق الجهد الكلي يتوزع بين الصفيحتين المتوازيتين بطريقة منتظمة على طول خطوط القوى الكهربائية كما هو الحال في مقسمات الجهود (المقاومات مثلا) . ومن هذه المميزات يمكننا القول أن الجهود تتوزع بشكل تدريجي بالفولت لكل متر . حيث ان المجال الكهربائي يتوزع بإنتظام بين الصفيحتين ، في هذه الحالة فإن تدرج الفولتية يساوي شدة المجال الكهربائي عددياً وعليه يمكن التعبير عن E بوحدات (فولت / متر) .

وحيث أن فرق الجهد الكلي يتوزع بشكل منتظم على كل خط من خطوط القوى الكهربائية لذلك فإذا قمنا بوضع نقاط على كل خط بالنسبة لنفس فرق الجهد بالنسبة للأرض وبالربط بين هذه النقاط نحصل على ما يسمى بالسطوح متساوية الجهد (Equipobeatral Surface) للمجال الكهربائي . الشكل(5-5) يمثل السطوح متساوية الجهد .



صفيحتين متوازيتين　　　　موصلين متوازيين

الشكل (5-5)

إذا فرضنا أن خطوط القوى الكهربائية تربط بين كل إلكترون من الصفيحة السالبة مع كل شحنة موجبة من الصفيحة الموجبة ، لذلك فإن عدد خطوط القوى الكهربائية يتناسب طردياً مع الشحنة الكهربائية . العدد الكلي لخطوط القوى الكهربائية في المجال الكهربائي يسمى القبض الكهربائي نرمز للفيض الكهربائي بالرمز (ψ) .

بما أن الفيض الكهربائي(Electric flux)يتناسب طردياً مع الشحنة لذلك لانحتاج إلى وحدة خاصة للفيض الكهربائي ، ولذلك نقول ببساطة أن

$\psi = Q'$........ (5-4) $\psi = Q$

حيث أن : ψ : الفيض الكهربائي في وحدات (MKS ،كجم . متر . ثانية)

Q : الشحنة في كل صفيحة بالكولوم .

ونرمز لكثافة الفيض الكهربائي بالرمز D .

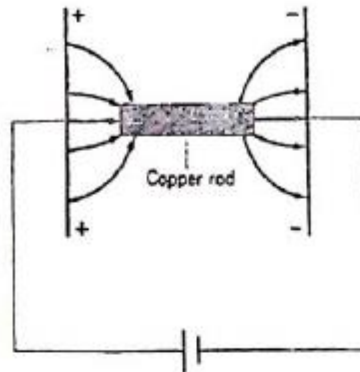
وفي حالة الصفائح المتوازية تتوزع خطوط القوى الكهربائية بشكل أكثر انتظاماً وهذه الحالة خاصة بالصفائح المتوازية ، لذلك فإن كثافة الفيض الكهربائي تكون أكثر انتظاماً ونعبر عنها كالتالي : $D = \frac{\Psi}{A}$ -(5-5)

حيث : A مساحة الصفيحة .

5-3 الحث الكهروستاتيكي : Electrostatic Induction

يوضح الشكل (5-6) موصل كهربائي موضوع في مجال كهربائي وطول الموصل أقل من المسافة بين الصفيحتين لذلك فإنه لا يوجد توصيل كهربائي بينه وبين الصفيحتين . وحيث أن هذا الموصل يحتوي على عدد كبير جداً (هائل) من الالكترونات لذلك فإن بعض هذه الالكترونات سينجذب بواسطة الصفيحة الموجبة ويتنافر مع الصفيحة السالبة ونتيجة لذلك ستكون الالكترونات (الشحنات السالبة) على طرف الموصل بالقرب من الصفيحة الموجبة وستكون على الطرف الآخر الشحنات الموجبة بالقرب من الصفيحة السالبة وبسبب عدم وجود توصيل بين الصفائح والموصل ستتولد على أطراف الموصل شحنتين متساويين ولكنهما متعاكستين عند وضع الموصل في المجال الكهربائي وهذا ما يسمى بالحث الكهربائي الساكن .

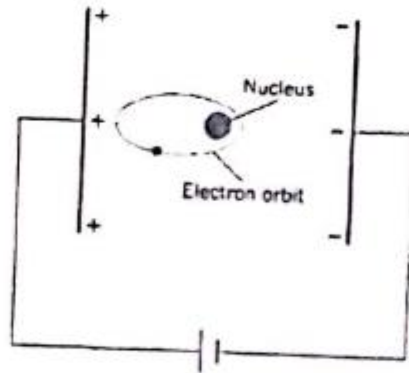
وحيث أن حركة الالكترونات في اتجاه واحد يكون ما يسمى بالتيار الكهربائي وهناك حركة قليلة للتيار حدثت عندما انجذبت الالكترونات إي اتجاه الصفيحة الموجبة ولان الموصل معزول عن الصفائح لذلك لا يمكن لهذا التيار أن يستمر . وحيث أن V=IR في حال مرور التيار ولكن لا يوجد هبوط للجهد نهايتي الموصل وعليه فإن هذه العملية ما هي إلا إعادة توزيع للشحنات موضح في الشكل (5-6).



الشكل(5-6)

5-4 العوازل: Dielectrics

آخر خطوة في دراسة الكهربا الساكنة ، سنضع قطعة صغيرة من مادة غير موصلة بين صفيحتين مشحونتين كما في الشكل(5-7) المواد غير الموصلة عندما تتعرض للمجال الكهربائي تسمى بالعوازل ، أن التركيبة الذرية لهذه المواد تكون معقدة جداً بالنسبة لانتقال الكترون من ذرة إلى أخرى . الالكترونات التي تدور حول كل نواة ستنجذب بواسطة الصفيحة الموجبة وتتنافر مع الصفيحة السالبة ، وكنتيجة لدوران الألكترونات في كل ذرة من ذرات العازل فإنها ستزاح كما موضح في الشكل (5-7) .



الشكل(5-7)

التاثير الكلي الذي يحصل هو أن الذرات تعمل نفس العملية الذي قام بها الموصل في شكل (5-6) لأنه لا يمكن للالكترونات أن تنتقل من ذرة إلى أخرى .

إن مدى المسارات التي تسير فيها إلكترونات العازل يعتمد على شدة المجال الكهربائي فإذا قمنا بزيادة هذا المجال بواسطة زيادة فرق الجهد بين الصفائح سنصل إلى قيمة معينة عندها ستتمزق هذه المسارات مسببه انهيار لمادة العازل ، وعندها يصبح هذا العازل موصلاً وبذلك تكون الصفيحتين دائرة قصيرة (Short Circuit) تتحمل بعض العوازل شدة مجال الكهرباء أكثر من البعض الاخر . ان كثافة المجال الكهربائي المطلوبة لانهيار العازل تسمى قوة او مقدرة العازل (Dielectric Strength) والجدول (5-1)يوضح القيم لبعض العوازل الشائعة :

الجدول (5-1)

المادة	معدل قوة العزل كيلوفولت/ مليميتر
الهواء	3
سيراميك	3
بوسلاين	8
بلاستيك	16
ورق	20
مطاط	28
زجاج	120
ميكا	200

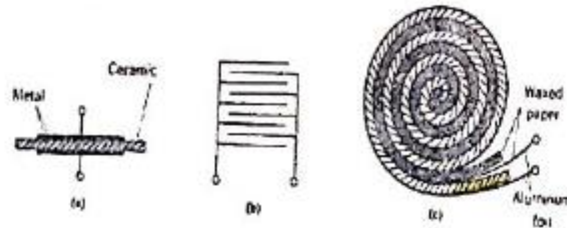
وبعد تعريض العازل إلى شدة مجال كهربائي عالية في الشكل (7-5)عند إزالة المصدر وفي نفس اللحظة ربط صفيحتين متوازيتين مع العازل لتسمح لهذه الشحنات ان تعود لحالتها الابتدائية ، لأن الضغط على المسارات التي تدور فيها الالكترونات قد زال ولذلك فهي ستعود إلى مواصفاتها الطبيعية وبعد إزالة التوصيل عن الصفائح بعد (التفريغ) سنجد أن فرق الجهد قليل يبقى بين الصفائح وهذا يدل على أن مدار الإلكترون في العازل لم يعد مباشرة إلى مكانة الأصلي . لذلك إذا ربطنا الصفيحتين مع بعض نجد أن بعض مدارات الالكترونات قد تحركت في العازل تحمل شحنات محتثه في الصفيحتين وبنفس السلوك للشحنات المحتثه في الموصل كما في الشكل (6-5) ويسمى هذا التأثير بامتصاص **العازل** (Dielectric absorption)

5-5 السعة: The Capacitance

لقد عرفنا ماذا يحصل في الفراغ العازل بين زوج من الصائح المشحونة المتوازية.وهذا التأثير للأنواع المختلفة يكون مهماً لكافة انواع الصمامات الالكترونية. إن الاهتمام الحالي هو سلوك الدوائر الكهربائية لذا يجب معرفة التأثير لعنصر يتكون

من زوج من الصفائح الموصلة بينها مادة عازلة. يمكن تركيب المتسعه من الصفائح متوازية وذالك يدعم صفيحتين معدنيتين معزولتين ينفصل الهواء بينهما بطلا كلا الجانبين الاسطوانة سراميكية بموصل كما هو موضح في الشكل (5-8a) بعض المتسعات تتكون من صفائح متوازية مجزئة ويكون العازل فيها اما الهواء أو المايكا كما في الشكل (5-8b) وبعضها يبقى مكونا قطاعين من رقائق الألمنيوم الملفوفة مع قطاعين من مادة عازلة من الورق الشمعي كما في الشكل (5-8c) على الرغم من إن المشعات الصناعية هي بحجم جالون واحد من علب الزيت. العديد من المشعات المستخدمة في الدوائر الالكترونية تكون صغيرة الحجم .

للحصول على قيمة عالية ومعقولة للسعة باستخدام تقنيات التركيب في الشكل (5-8) يتوجب علينا جعل المتسعة كبيرة الى حد ما فيزياوياً لتشكيل المتسعة من الضروري جدا تقليل سمك المادة العازلة وهذا يؤدي ال تقليل جهد الانهيار العكسي للمتسعة



الشكل(5-8)

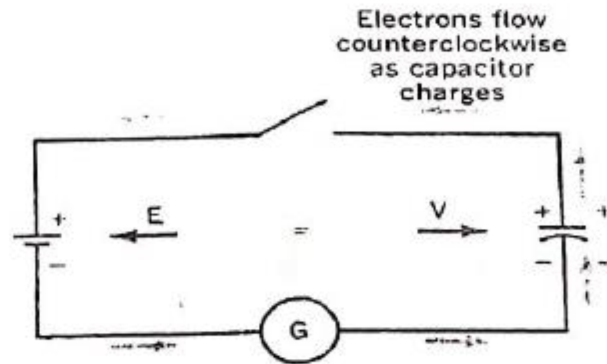
التطوير يعني الحصول على متسعة كبيرة بشكل مقبول في الحجم باستخدام التأثير الالكتروليتي الذي هو العائق في تصميم البطاريات الكيميائية.

ان تطور أجهزة أشباه الموصلات أدخلت نوعا ملائم من المتسعة التي تستخدم بشكل عملي في تصنيع النماذج الرقيقة ان الوصلة المنحازة عكسيا تعمل كعازل عند هذه الشروط تكون المتطلبات الرئيسية للمتسعة جسمين موصلين معزولين بطبقة الاستنزاف بينهما . وبوجود الانحياز العكسي فان الوصلة p-n يمكن استخدامها كمتسعة. يمكن تغير تأثير سمك المادة العازلة يتغير قيمته جهد الانحياز العكسي وبذلك نحصل على مكثف متغير السعة غالبا يسمى فاركتر (Varacter) الذي يمثل

القلب لمعظم دوائر التحكم بالـتردد الاتوماتيكيـة في مسـتقبل الراديـو والتلفزيـون اذا كانت القطبية لفرق الجهد بين طرفي متسعة أشباه المواصـلات معكوسـة فإنـها تصبـح دائرة قصيرة (Short Circuit).

وعند الاخذ بنظر الاعتبار سلوك المتسعة كجزء مـن الدائـرة الكهربائيـة . تمثـل المتسعة برمز قياسي الذي يشابه بعض الشيء الصفحتين المتوازيتين للمتسعة الفيزيائية، هناك نمطين لرمز المتسعة ، شكل الصفائح المتوازية منفصل عالميا لكـن قبـل عشـرين سنة الماضية تطبق أمريكا الشمالية قام بتحويلـه إلى النمـط الآخـر مـع رسـم منحنـى الأخرى الصفائح كما في الشكل (5-9) سوف تعتبر هذا الرمز ثابت لهذا الكتاب .

عند توصيل زوج الصفائح المتوازية لمصدر جهد في الشكل (5-2) لاتظهر الشـاحنات على الصفائح لحظيا. الالكترونات تتدفـق مـن البطاريـة باتجـاه الصفيحـة اليمنـى لإعطائـها شحنة سالبة وبشكل مماثل عدد من الالكترونات تتدفق الى البطارية مـن الصفيحـة اليسـرى لإعطائها شحنة موجبة. لان التيار متساوي في كل مكونات دائرةالتوالي حتـى غلـق المفتـاح في الدائرة في شكل (5-9) لايوجد شحن لاي صفيحه للمتسعة .



الشكل(5-9)

على الرغم من أن أحدى الصفائح مربوطة إلى الطرف السالب للبطارية . إذا لم تكون اي شحنة على الألواح فهذا يعني عدم وجـود مجـال كـهربائي بينـهما وبمـا أن $E=\frac{V}{S}$ لذلك لا يوجد فرق جهد بين الألواح .

حتى خلال الصفيحة السفلى الموصلة بشكل دائم بالطرف (−) للبطارية إذا لم تمتلك أي من الصفيحتين أي شحنه ، لذلك لايوجد مجال كهربائي بينهما وحيث $E = \frac{V}{S}$ ، لايوجد فرق جهد بين الصفيحتين .

عند غلق المفتاح في الشكل (5-9) فـأن الكلفانومتر يسجل السريان المفاجئ لتدفق الالكترونات المعاكس لعقارب الساعة حول الدائرة .

بما أن الألكترونات لا تتوقف خلال المساحة العازلة بين الصفائح . ستتكون شحنه سالبة على الصفيحة السفلى وشحنة موجبة على الصفيحة العليا عند تكون الشحنات تزداد كثافة المجال الكهربائي ويزداد فرق الجهد بين الصفائح طبقاً لقانون كيرشوف للجهد. ويتوقف فرق الجهد بين الصفائح عندما يتساوى مع فرق الجهد للمصدر . وبذلك فان قراءة الجلفانومتر صفر بعد أكتمال تدفق الشحن الأبتدائي .

بعد أكتمال تدفق الشحن في الشكل (5-9) نضاعف فجأة الجهد المسلط . هناك تدفق آخر مشابه عندما تشحن صفائح المتسعة بشكل كافي لترفع فرق الجهد بينهما لتتساوى مع الجهد الجديد . نجد أن هناك نسبة ثابتة بين فرق الجهد بين أي زوج من الصفائح المعزولة الموصلة والشحنة المطلوبة للحصول على فرق الجهد المطلوب لأي زوج من الموصلات المعزولة فان :

$$\frac{Q}{V} = \text{constant} \quad \ldots\ldots(5\text{-}6)$$

إذاً الآن فتحنا المفتاح في الشكل (5-9) لايوجد أي توصيل كهربائي بين الصفيحتين ولايوجد مسار للألكترونات الفائضة في الصفيحة السفلى لتصل للذرات في الصفيحة العليا (والتي هي الكترونات ضعيفة) لتعادل الشحنات . كنتيجة فأن زوج الصفائح المتوازية يخزن الشحنة عند تسليط فرق جهد بين الصفائح وحيث $\frac{Q}{V} = \text{constant}$ طالما بقيت الشحنات على الصفائح يوجد فرق جهد بينهما .لذلك يمكن القول :

(ان المتسعة عبارة عن عنصر من الدائرة الكهربائيــة لخـزن الشـحنة الكهربائيـة بسبب فرق الجهد بين طرفيها) .

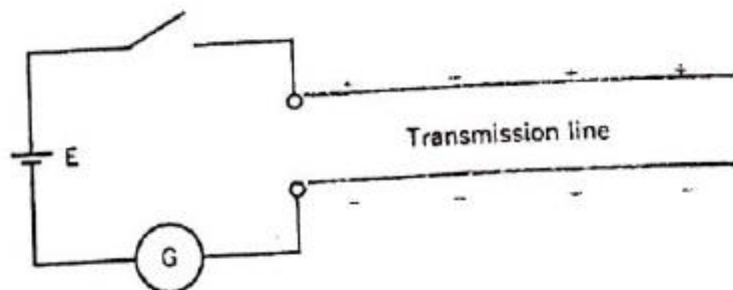
ولمجرد تحديد ماهي الكمية مـن الشـحنات الـتي تخزنـها المتسـعة عنـد توصيلـها بمصدر جهد معلوم ، يجب أن نحدد العوامل التي تتحكم في القيمة العدديـة للثـابت في المعادلة (5-6) هذا الثـابت العـددي الـذي يمثـل قـدرة المتسـعة علـى خـزن الشـحنة الكهربائية يسمى بالسعة . ويرمز للمتسعة بالحرف C.

وان الفاراد هو وحدة السعة في النظام SI ورمزه F.

الدائرة الكهربائية ذات سعة فاراد واحد تحتـاج لشـحنة كولـوم واحـد مطلوبـة لرفع فرق الجهد بمقدار فولت واحد.

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{.................................(5-7)}$$

حيث C السعة بالفاراد ، Q الشحنة بالكولوم ، Vفرق الجهد بالفولت .لتحقيـق المواصفات لوحدات SI ، يجب تعريف الوحدة الاساسية للسـعة بدلالـةواحد كولـوم وواحد فولت.لكن الفاراد يمثل سعه كبيرة عن تلك في الدوائر العملية. عمليـا حجـم الوحدة الكبيرة المستخدم لتمثيل السعة هـو الميكروفـاراد($1\mu F10^{-6}F=$) في حـالات عديدة إذا كان الميكروفاراد صغيرا جدا لذلك نستخدم البيكوفـاراد ($1PF= F10^{-12}$) على الرغم من وضعها لCفي المعادلات ، لابد ان نتذكر ان هذه المعادلات تكون ممثله بالمصطلحات للوحدة الاساسية للسعة، الفاراد.



الشكل(5-10)

لاحظ عند تعريف الفاراد اننا نتكلم في مصطلحات عامة لسعة الدائرة .

لذلك نتوقع ان السعة تظهر فقط في الدائرة عند ربطنا للمتسعة في الدائـرة لجـد بالتاكيد نفس الحالات موجوده في الدائرة في الشكل (5-10) عند ربطنا مصـدر جـهد بين زوج من الموصلات والتي تمثل دائرة مفتوحة بخط النقل لذلك فـان السـعة عبـارة عن دائرة كهربائية تمتلـك الخاصيـة بـأي زوج مـن الموصـلات المعزولـه عـن بعضـها البعض.

ان أحد الخصائص المتسعة هو قدرتها على خزن الشحنة الكهربائية لكن نرغب للحصول على تعريف للسعة يتماشى مع تعريفنا للمقاومة

حيث لاحظنا أن المتسعة لاتشحن لحظياً . وتـاخذ وقـت ولـو حتـى جـزء مـن الثانية للوصول للشحن الكلي وهكذا فأن فرق الجهد على المتسعة لا يظـهر في لحظـة اغلاق المفتاح ، فأنه يأخذ وقت حتى أن فرق الجهد يصعد على المتسعة . وعند فتحنـا للمفتاح فأن فرق الجهد على المتسعة لا يمكن ان يظهر (يبقى) ولو طبقنا مسار توصيل الألكترونات للتدفق من الصفيحة ذات الشـحنة السـالبة إلى الصفيحـة ذات الشـحنة الموجبة . لذلك حتى وقـت الصفـر يدخـل في أي شـحنة لفـرق الجـهد بـين صفـائح المتسعة، يجب أن نفكر بسعة الدائرة الكهربائية بعكس أي شحنة في فرق الجـهد بينـها (ليس نفس حالة المقاومة) ولذلك يمكن القول

أن السعة هي تلك الخاصية للدائرة الكهربائية المعاكسة لأي تغير في الجهد عـبر تلك الدائرة .

المقاومة هي تلك الخاصية للدائرة الكهربائية التي تعاكس مرور التيار الكهربائي خلالها

5-6 عوامل التحكم بالسعة: Factor Governing Capacitance

عند وضع المعادلات لكثافة المجال الكهربائي والفيـض الكـهربائي نعتـبر فقـط حالة الفيض الكهربائي المنتظم بين الصفيحتين المتوازيتين وذلك نحسـن فقـط عوامـل تحكـم السـعة للصفـائح المتوازيـة . نعتـبر جميـع المتسـعات الموضحـة بالشـكل (5-8) متسعات ذات صفائح متوازيه ، المعادلة (5-7) $C = \frac{Q}{V}$ تعبير كهربائي يعـرف القيمـة

للفاراد . ولتحديد العوامل الفيزيائية المتحكمة بالسعة للدائرة نحل لهذه العوامل المتحكمة بقيمة المجال الكهربائي حيث يتناسب الفيض الكهربائي تناسباً طردياً مع الشحنات على الصفائح {معادلة (5-4)} والمجال الكهربائي يتناسب طردياً مع فرق الجهد بين الصفائح {معادلة (5-3)} .

إذا ضاعفنا مساحة الصفائح نحصل على حيز مضاعف كلما كانت خطوط القدرة الكهربائية مماثلة لفرق الجهد خلالها . وتتضاعف الشحنة التي تحملها المتسعة عند فرق الجهد المعطى وحيث أن $C = \frac{Q}{V}$ وبذلك تتضاعف السعة لذلك :

(سعة الصفائح المتوازية تتناسب تناسب طردياً مع مساحتها).

ولمساعدتنا بتوضيح تأثير الفراغ بين الصفائح وسعتها نعود مرة أخرى إلى الشكل (6-5) . فعند وضع موصل معزول بين الصفيحتين ، الصفيحة موجبة الشحنة تجذب الألكترونات في الموصل نحو النهاية للقريبة للصفيحة موجبة الشحنة والصفيحة سالبة الشحنة تصد بعض الألكترونات من نهاية الموصل القريبة من صفيحة الشحنة السالبة . كلا الصفيحتين المتوازيتين للمتسعة لها نفس التأثير لبعضها البعض الصفيحة موجبة الشحنة تساعد في جذب أكبر عدد من الألكترونات الفائضة من الطرف (−) لمصدر الجهد إلى الصفيحة سالبة الشحنة للمتسعة ، الصفيحة سالبة الشحنة بالمقابل تساعد على التحكم بعدد كبير من الألكترونات الخارجة من الصفيحة موجبة الشحنة إلى الطرف (+) للمصدر . فكلما كانت الصفائح قريبة من بعضها فأن قوى الجذب والتنافر تزيد وتصبح المتسعة قادرة على خزن شحنة كبيرة عند توصيلها إلى مصدر الجهد المعطى لذلك :

(سعة الصفائح المتوازية تتناسب عكسياً مع الفراغ بينهما) .

نلاحظ التشابة بين أبعاد عوامل التحكم التوصيلية للموصل الكهربائي وتلك للتحكم بسعة المتسعة $G \propto A/L$

$$C \propto A/S \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}8)$$

حيث c السعة (فاراد) ، A مساحة الصفائح المتوازية (متر مربـع) ، S الفـ اغ بين الصفيحتين (متر) .

كذلك نلاحظ ان الموصلية والمقاومة للموصلات المعدنية تعتمد على نوع مـادة الموصل . وبنفس الطريقة اذا وضعت صفيحة من الزجاج او الميكا بين صفائح المتسعة في الشكل (9-6) بعدأنقطاع تيار الشحن . ان الجلفانومتر سيعرض تغيرا مفاجـأ لتيـار الشحن ، حيث ان الشحنة Q زادت لكن فرق الجهد V لم يتغير ، نضع الهواء كمـادة عازلة وكلا الزجاج او الميكا كمادة عازلة ستزيد سعة المتسعة لذلك للتعبير عـن تـاثر الانواع المختلفة للمواد الموصلة ، نعرف التوصيلة للمواد مثل التوصيلية بـين الاوجـه المتوازية لمتر مكعب واحد من المادة . بنفس الطريقة نعبر عـن السـعة للمـواد العازلـة المختلفة بقياس السعة بن الصفيحتين المتوازيتين لمتر مربع واحد من المساحة والمبتعدة متر واحد . وحيث ان السعة تتناسب طرديا مع الشحنة التي يمكن ان تخزن عنـد فـرق الجهد المعطى معادله (5-7) . ان السعة تتناسب طرديا مع قدرة المادة العازلـة للسـماح بضبط خطوط القوى الكهربائية لذلك:

(السعة بين وجهين متعاكسين لوحدة الطول والمقطع العرضي للمـادة العازلـة تسـمى بسماحية المادة العازلة) .

ونرمز للسماحية بالحرف اللاتيني ؟ .

مثل :

$$R = \rho \frac{1}{A}$$

$$G = \sigma \frac{A}{I}$$ و

يتضح من تعريف السماحية ان :

$$C = \in \frac{A}{S} \quad \text{..................} \quad (5\text{-}9)$$

حيث C السعة بالفاراد ، $\in$ السماحية المطلقة بوحدات MKS ، A المساحة لكل صفيحة بالمتر المربع ، S المسافة بين الصفائح بالمتر.

ولايجاد وحدة السماحية نبدل وضع المعدلة (5-9)

$$\in = C\frac{S}{A} = \text{Farad}\frac{\text{meter}}{\text{meter}^2} = \text{Farad} * \text{meter}$$

بالتعويض عن C في المعادلة أعلاه من معادلة (5-7) التعريف للسعة :

$$\in = \frac{Q}{V} * \frac{S}{A} = \frac{Q}{A} * \frac{S}{V}$$

في المعادلات (5-5),(5-4) للصفائح المتوازية :

$$\frac{Q}{A} = D \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}10)$$

$$E = \frac{V}{S} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}3)$$

و من المعادلة(5-3) للصفائح المتوازية: بايجاد هذه التعويضات ، ممكن ان نعبر عن السماحية بمصطلح كثافة الفيض الكهربائي وشدة المجال الكهربائي توضع المادة العازلة بين صفائح المتسعة .

$$\in = \frac{D}{E} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}11)$$

حيث ؟ السماحية المطلقة للمادة العازلة بوحدة الفاراد لكل متر ،D كثافة الفيض الكهربائي بالكولوم لكل متر مربع و E شدة المجال الكهربائي بوحة فولت لكل متر .

اذا وضعنا صفيحتين متوازيتين في الفراغ ،فان المجال الكهربائي سيتولد بينهما عند تسليط جهدبين الصفائح .

نسبة كثافة الفيض الكهربائي الى شدة المجال الكهربائي هي :

$$\frac{D}{E} = 8.85 * 10^{-12} = \in \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}12)$$

حيث $\in$ تسمى السماحية للفراغ بالفاراد لكل متر .

عندما نجعل مكان للمادة العازله بين صفائح المتسعة فان الإلكترون يدورحول الذرات يجذب نحو المركز كما موضح في الشكل (5-7)وكنتيجة فأنا الشحنه السالبة

للكل ذرة للمادة العازلة تكون قريبة إلى الصفيحة السالبة . هذا هو نفس التاثير علـى السعة عند تحريك الصفائح قريبا من بعضها . لذلك السماحية المطلقـة لمعظـم المـواد العازلة الصلبة والسائلة أكبر بكثير عن تلك للفضاء الحر . وبسبب كثافتـها الواطئـة ، السماحية المطلقة للهواء والغازات الأخرى قريبة جـدا مـن تلـك للفضـاء الحـر . إذا وضعنا المعادلة (5-12) في المعادلة (5-9)السعه للمتسعة ذات الصفائح المتوازية والعازل الهواء ستكون :

$$C = \frac{8.85A}{10^{12}S} ....(5-13)$$

5-7ثابت العزل: Dielectric Constant

بدلا من ذكر النفاذية المطلقة لعـوازل للسـوائل والعـوازل الصلبـة أصبـح مـن المألوف ذكر الجدول يبين النسبة بين النفاذية المطلقة للعازل المعطى إلى اللنفاذيه المطلقة للفراغ ، هذه النسبة تعرف بالنفاية النسبية أو بثابت العزل لتلك المادة .

$$K = \frac{\in r}{\in v} ....(5-14)$$

حيث k: ثابت العزل ، $\in r$ النفاذية المطلقـة للعـازل المعطـى ، $\in v$ النفاذيـة المطلقة في الفراغ .

لذالك فمعادلة السعة لأي صفيحتين متوازيتين تصبح

$$C = \frac{8.85kA}{10^{12}S} ....(5-15)$$

حيث أن C سعة المكثف وتقاس بالفارد .

Kثابت العزل، Aمساحة كل صفيحة وتقاس بالمتر المربع ، S المسافة الفاصلة بين الصفيحتين وتقاس بالمتر .

ثابت العزل للنوع المعطى يمكـن أن يتغـير إلى حـد كبـير كنتيجـة للاختلـف في التصنيع الجدول (5-2) يعطي قيم المتوسط المثـالي لثـابت العـزل لتلـك المـادة العازلـة المدرجة في الجدول (5-1) . لمقارنة الجدول (5-1) و الجـدول (5-2)نلاحـظ أن ليـس

هناك ارتباط بين متانة العازل وثابت العـزل في تصنيـع المكثـف لاجـل استخدامة في دوائر الفولتيه العالية . في أغلب الأحيان لا نتمكن من اختيار العازل مع ثـابت عـزل عالي لأن متانة العازل واطئة جدا .

الماء المقطر له ثابت العزل 80لكن متانة العازل منخفضه جدا بحيث أنها ليسـت عملية لصنع مكثفات الماء العازلة

جدول (5-2)

المادة العازلة	معدل ثابت العزل
الهواء	1.0006
السيراميك	7500
الخزف	6
الزيت	4
البلاستيك	7
الورق	2.5
المطاط	3
التيفلون	2
الزجاج	6
الميكا	5

بعض أنواع السيراميك مثل تيتانات (البـار يـوم - سـترونتيوم) لـه جزيئـات تستقطب بسهولة عندما يكون مكشوف إلى المجال الكـهربائي ، وكنتيجـة فـهي تمتلـك ثوابت عزل عالية جدا بمقارنة بالعوازل المتوسطة . ان تطوير هذا السيراميك أثناء ربع القرن الماضي جعل من الممكن صناعة المكثفات أكثر مضغوطة بنسبة للمكثف المعطى والفولتيه المقدرة بنسبة للمكثفات المعزولة بلماكا الـورق الشـمعي ، هـذا السـيراميك يطلق علية عازل (ferroelectric)وهي مادة متبلورة ذات استقطاب كهربائي عضوي.

لغرابة التعبير(ferroelectric) لايدل على إي محتوى حديدي في مثل هذه المواد .

ينتج من مقارنته مع المركبات الحديدية ذات سلوك مماثل في الدوائر المغناطيسية. كما يسمح الحديد بكثافة فيض مغناطيسي أكبر بكثير للقوة المغناطيسية معطاة من مواد لا حديدية .

مثال 5-1:

مكثف يتكون من قرص تيفانات (البار يوم -الترنتينيوم) قطرة 1cm وسمك العازل 0.20mm ، مطلي بالفضة على كل جوانبه ،أستخدم القيمة المتوسطة في ثابت العزل وثابت المتانة المعطاة في الجداول (5-1) و (5-2) أحسب :

1-سعة المكثف .

2-أعلى فولتية ممكن تسليطها .

الحل :-

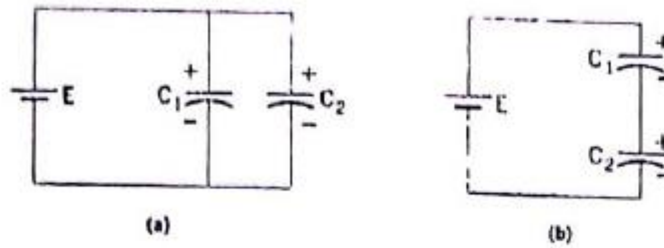
$$1\text{- } C = \frac{8.85kA}{10^{12}S} = \frac{8.85 * 7500 * \pi * (0.5cm)^2}{10^{12} * 0.2cm} = 2.6 * 10^{-8} F = 0.026\mu F$$

$$2\text{- } Vm = \frac{3kV}{mm} * 0.2mm = 600V$$

5-3 المتسعات على التوازي: Capacitances In Parallel

الرموز التخطيطية في الشكل (5-11) يقترح ربط المكثفات بالتوازي يشبة زيادة مساحة الصفائح في مكثف وحيد ، ولذالك فان المجموع الكلي لسعة للمتسعات اكبر من سعة لإحداهما يكون كلا المتسعات يجب ان تشحن من نفس البطارية ، مجموع الشحنات التي سحبت من البطارية هي :

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad \text{......................(5-16)}$$



الشكل (5-11)

من الشكل (5-11) لدائرة التوازي البسيطة بما أن

$$E = V_1 = V_2$$

إذا

$$\frac{Q_T}{E} = \frac{Q_1}{V_1} + \frac{Q_2}{V_1}$$

$$C_T = C_1 + C_2$$

ولذالك عندما نربط مكثفات على التوازي فان السعة الكلية تساوي مجموع السعات كمايلي

$$C_T = C_1 + C_2 + \dots\dots\dots\dots + etc$$

مثال 2-5:

من شكل الدائرة (5-11a) C1 و C2 مكثفات قيمت كل واحد منهما 0.01µ F و0.05 µ F على التوالي، أوجد السعة الوحيدة التي يمكن أن تستعمل بدلا من C1 و C2 ؟

الحل : -

$$C_T = C_1 + C_2 = 0.01\mu F + 0.05\mu F = 0.06\mu F$$

5-9 ربط المتسعات على التوالي Capacitances in series

عندما نوصل المتسعات على التوالي فان عمل الشحنة سيكون مشابه للدالك الموضح في شكل (5-8) الصفيحة السفلى في C1 في الشكل (5-11b) والصفيحة العليا في C2 متشحنتان بالحث الكهروستاتيكي ، بينما الرسم التخطيط يوضح التأثير تقريبا نفس الشيء كالزيادة المسافة بين الصفائح في مكثف منفرد .

إن السعة الكلية أقل من سعة كل متسعة . ان المجموعة لها قدرة على تحمل مجموع فرق الجهد العالي أكثر من كل واحد على حده حيث ان الشكل (5-11b) يوضح شكل مبسط لدوائر التوالي

$$E = V_1 + V_2$$

ولذلك فان التيار نفسه في كل أجزاء دوائر التوالي

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

إذا $\dfrac{E}{Q_T} = \dfrac{V_1}{Q_1} + \dfrac{V_2}{Q_2}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

ولذلك فان السعة المكافئة لمكثفات التوالي:

$$C_{eq} = \frac{1}{1/C1 + 1/C2 + ...etc} \quad ....(5-18)$$

مثال 5-3:

في الدائرة في الشكل (5-11b) C1 و C2 سعتهما 0.01µ F و 0.05 µ F على التوالي ، اوجد السعة الوحيدة التي يمكن ان تستعمل بدلا منهما

الحل :-

$$C_{eq} = \frac{1}{1/0.01\mu F + 1/.05\mu F} = 0.00833\mu F$$

المرونة (Elastance) يعارض لبدأ خطوط القوى الكهربائية في عازل كـهربائي .
إن الرمز الحرفي للمرونة هو S .

من التعريف :

$$S=1/C \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}19)$$

حيث S المرونة بالفاراد ، C السعة بالفـاراد عندمـا نسـتبدل في المعادلـة (5-18) للمكثفات على التوالي

$$St = S1 + S2 + S3 + etc \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}20)$$

$Q1 = C1V1$ و $Q2 = C2V2$

وحيث أن $Q1 = Q2$ في دائرة التوالي ومنه :

$$V1/V2 = C2/C1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}21)$$

عندما تكون المكثفات مربوطة علىء التوالي فأن النسبة بين أي فرق في الجهد هي عكس نسبة المتسعات .

مثال 4-5:

مكثف 0.01μF ومكثف آخر 0.04 μF وصلا بالتوازي ثـم بـالتوالي إلى مصـدر جهد 500V (في كل حالة تفرغ المتسعات قبل الربط) .

1-أوجد السعةالكلية في كل حالة.

2- أوجد الشحنة الكلية في كل حالة.

3- أوجد الشحنة في كل مكثف وفرق الجهد عبر كل مكثف في كل حالة.

الحل :-

1-السعة الكلية

أولا : الربط بالتوازي

$$C_T = C_1 + C_2 = 0.01\mu F + 0.04\mu F = 0.05\mu F$$

ثانيا : الربط بالتوالي

$$Ceq = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{0.01 + 0.04}{0.01 * 0.04} = 0.008\mu F$$

2- الشحنة الكلية

أولا : الربط بالتوازي

$$Q_T = C_T * V_T = 0.05 * 500 = 25\mu C$$

ثانيا : الربط بالتوالي

$$Q_T = C_{eq} * V_T = 0.008 * 500 = 4\mu C$$

1- الشحنة في كل مكثف وفرق الجهد عبر كل مكثف

أولا : الربط بالتوازي

$$Q_1=C_1*V_1=0.01*500=5\ \mu C$$

$$Q_2=C_2*V_2=0.04*500=20\ \mu C$$

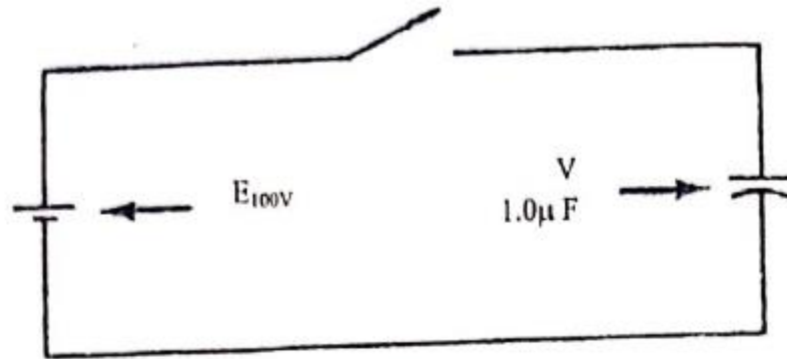
ثانيا : الربط بالتوالي

$$V_1=Q_1/C_1=4/0.01=400V$$

$$V_2 = Q_2 / C_2=4/0.04=100V$$

السعة في دوائر التيار المستمر: Capacitance in DC Circuit

الآن نعرف شيء ماء عن السعة كخاصية أساسية من خواص الدايرة الكهربائية ،اختبرنا تصرف السعة على شكل متسعه في الدائرة ،أو تركيب دائرة ذات شكل خاص مثل دائرة انحياز عكسي لدايود أوفي حالة أخرى تمثل السعة بالرمز القياسي في الشكل (5-13)



الشكل (5-13)

5-10 شحن المتسعه : charging a Capacitor

للحديث بصراحة عن شحن المتسعه يجب أن نتحدث عن الشحنة التي تخزن فيه بالكولوم.ولكن Q=cv،وللمكثف المعطيC ثابتة، تستند على عوامل فيزيائية ثابتة الألواح المعدنية من نوع واحد ومساحتها ثابتة والمسافة بين الألواح ثابتة ونوع العازل.ولكن الشحنة تتناسب طردياً مع فرق الجهد بين اللوحين ،وان الفولتومتر يقرأ فرق الجهد مباشرة. عليه المناسب الحديث عن شحنة المتسعه بدلالة فرق الجهد المتكون بين الألواح.

هذه النقطة لوجهه النظر ثابتة مع كل تعريفاتنا للسعة.عند لحظة غلق المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (5-13).عند هذه اللحظة لايوجد فرق جهد بين أطراف المتسعه. بينما يأخذ وقت لمرور الالكترونات من اللوح السفلي والواصل إلى اللوح في لوح القمة بالترتيب لتكوين فرق الجهد بين اللوحين.ومن قانون كيرشوف للفولتية يجب أن يكون هبوط الجهد مساوياً للجهد المسلط على الدائرة عندما يكون مفتاح الدائرة مغلقة.بينما لاتوجد مقاومة مبينة.

ولكن على افتراض أن مقاومة الأسلاك والمقاومة الداخلية للمصدر تساوي 5ohm. بينما لا يوجد فرق جهد(PD) عبر المتسعه،يجب أن يكون هبوط الجهد IR في الدائرة يساوي الجهد المسلط . لتوليد هذا الهبوط بالجهد وعليه فان قيمة التيار المار عند لحظة غلق المفتاح

Initial $I = \frac{E}{R} = \frac{100}{0.5} = 200A$

حيث أن التيار هو معدل مرور الالكترونات داخل الدائرة، التيار200A سوف يشحن الواح المتسعه بسرعة كبيرة. وفرق الجهد يستغرق زمن قليل(أجزاء الثانية)ms (ليصعد إلى100 v . عندما يساوي الفرق في الجهد عبر المتسعه الجهد المسلط يتوقف مرور التيار. وعملياًاذا تم شحن المتسعه مباشرة من مصدر الفولتية ستكون هناك دورة تشغيل قصيرة من التيار العالي . وعملياً يتم شحن المتسعه من خلال مقاومة والتي تقوم تحديد قيمة قمة التيار البدائي المندفع.

تعتمد المقاومة في الدائرة الكهربائية على عوامل فيزيائية مثل ، الطول ،مساحة المقطع ، ونوع المعدات . و أيضا تعتمد السعة على عوامل فيزيائية هي مساحة السطوح الموصلة، المسافة بين السطوح ونوع العازل الألواح الموصلة القيمة العددية لعوامل الدائرة تعتمد أساسا على الزمن. بينما تمثل القيم اللحظية بأحرف لكل من التيار والفولتية ، لاحظ انه دائما يمثل الزمن كما هو في كل الحالات حرف صغير(t) .

إذا رموز الأحرف الصغيرة تستخدم لتمثيل القيم اللحظية التي تعتمد على لحظة مضبوطة بمرور الزمن من اجل قيمتها العددية. طالما كان المفتاح في الدائرة الموضحة في الشكل (14-5) مغلقا ، فإن المجموع لكل من فرق الجهد عبر المتسعه وهبوط الجهد IR عبر المقاومة يجب أن يكون مساويا للجهد المسلط ، حيث

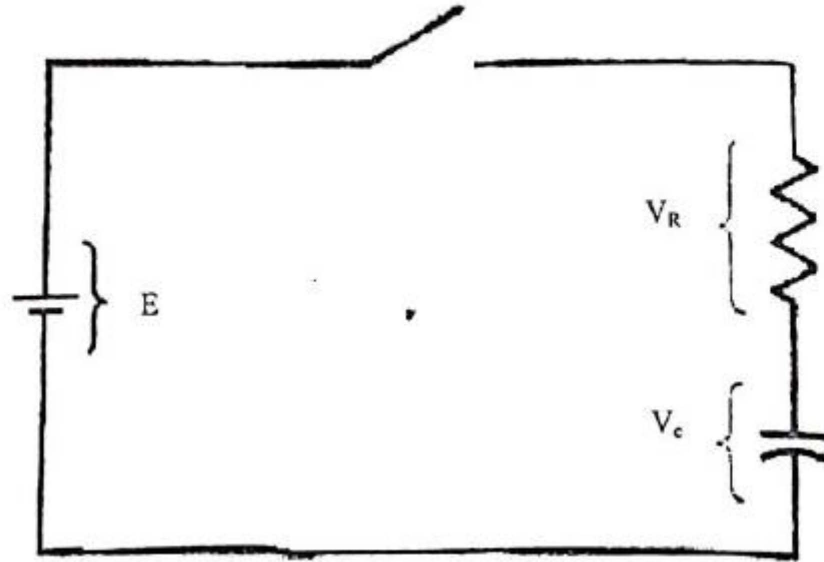
$$E = v + iR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}22)$$

عند لحظة غلق المفتاح لا يكون هناك فرق جهد عبر المتسعه ، لذلك فإن التيار البدائي يجب أن يحقق هبوط الجهد IR في الدائرة يساوي الجهد المسلط . حيث :

Initial $I = \frac{E}{R}$

التيار البدائي في الدائرة الشكل (5-14) هو فقطA 50Ω . هذا التيار يبدأ فورا بشحن المتسعه ويتولد فرق الجهد عبر المتسعه . ولتحقيق قانون كيرشوف للجهد يجب

ان يقل هبوط الجهد IR عبر المقاومة ، وكذالك يجب أن يكون التيار اللحظي قليل . ونتيجة لذلك فان الجهد عبر المتسعه يجب أن يزداد ببطئ. يعتمد معدل الزيادة لفرق الجهد اللحظي عبر المتسعه على قيمه التيار اللحظي ، والذي يعتمد على كيفيه ظهور هبوط الجهد IR على المقاومه في ا لدائره والذي يعتمد على فرق الجهد اللحظي على المتسعه والذي بدوره يعتمد على الفتره الزمنيه لغلق مفتاح الدائرة قبل ترتيب هذه الاعتمادات ، يجب الأخذ بنظر الاعتبار كيفيه حدوث التغيير في معدل الصعود .

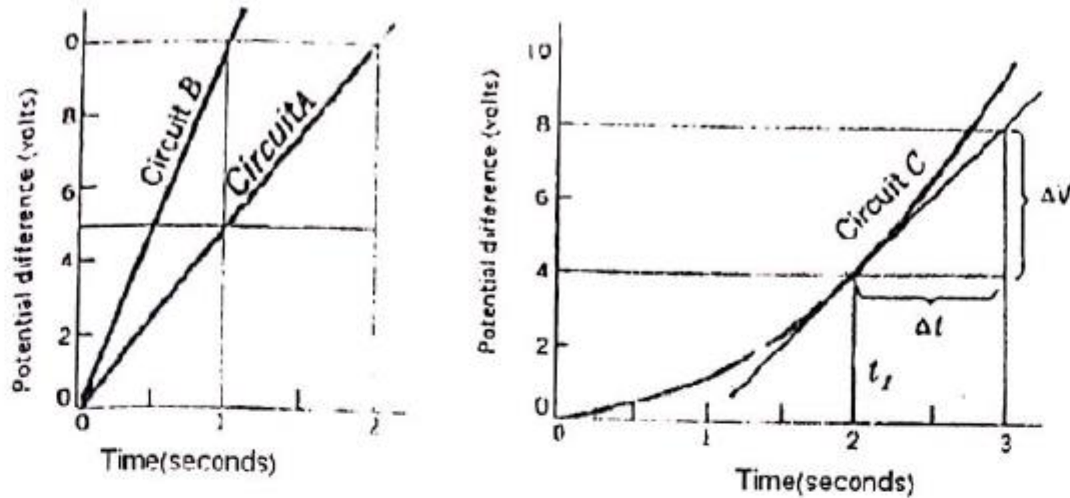


الشكل (5-14)

5-11 معدل تغير الفولتية: Rate Of Change Of Voltage

نستطيع أن نفرض وجود الدوائر الخاصه والتي تمثل فرق الجهد بين نقطتين في تلك الدوائر بواسطة الرسم البياني الموضح في الشكل (5-15) .

عندما نغلق المفتاح في الدائرة الممثله بالرسم البياني في الشكل (5-15a) يزداد فرق الجهد بشكل خطي كداله للزمن (مثل التمثيل لدائراه مقاومه بسيطة). نستطيع من هذه الرسوم البيانية معرفه التغير في الفولتية مباشره بحساب معدل زيادة الفولتية



الشكل (5-15)

في الثانية الواحدة . لدائره A تصد الفولتية مـن صفـر إلى 5V في الثانيـة الأولى وفي الثانية الثانية تزداد من 5V إلى 10V، اي أن معدل تغير الفولتية هو خمسه فولـت لكل ثانيه (5V/ sec) ، وباختصار فان معدل التغير في الفولتيـة لدائـرة B هـو10V لكل ثانيه . نلاحظ أن ميل الرسم البياني لدائره B اكبر من ميــل الشـكل لدائـره A بمرتين . وبالتالي فان معدل التغير في الفولتية يمكن تمثيله بواسطة ميــل الرسـم البيـاني الذي يمثل الفولتية كداله للزمن .

الدائرة C تمثل دائرة كهربائية والتي فيها قيمه فرق الجهد بين نقطتين معينتين هي داله لمربع الزمن المستغرق. حيث أن الرسم البياني ليس خطاً مستقيماً ، ومعدل التغير في الفولتية ليس نفسه في كل الفترات الزمنية .

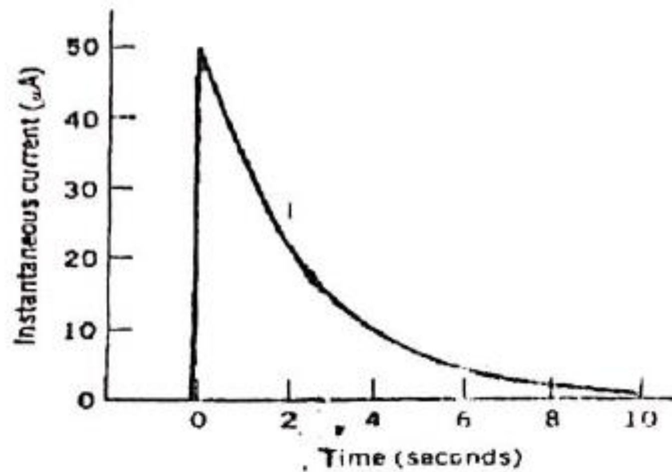
وعليه يجب اختبار زمن محدد عنــد t التي نريـد معرفـه المعـدل الزمـني لتغـير الفولتية. وبواسطة رسم المماس للرسم البياني عند الزمــن tl في الشـكل (5-15b). نستطيع ندرك تغير في الفولتية v؟ المتوافـق مـع التغـير في الزمـن ، وحيـث أن معـدل التغير في الفولتية عند الزمن tl هو(t ؟ /v ؟) أي فولت لكل ثانية.

الرمز لتغير الفولتية هو volt/sec d v/dt.

عند غلق المفتاح في الدائرة في الشكل (5-14) يجب أن يمر التيـار اللحظـي عنـد قيمة الابتدائية ومن ثم تقل قيمته تدريجياً كما ازداد فرق الجهد عبر المتسعه ، كما مبين

في الشكل (5-16) ، وبما أن المقاومة هي ثابت فيزياوي فان الهبوط بالجهد اللحظي عبر يجب ان يتناسب مع التيار اللحظي خلالها .

إذا الفولتية الهابطة (حسب قانون اوم) فيها يجب دائما أن تتناسب تناسبا طرديا نع التيار المار فيها(قانون اوم). ولذلك فان الرسم البياني لهبوط الجهد عبر المقاومة IR يكون مشابه لرسم البياني لتيار اللحظي في الشكل (5-16).



الشكل (5-16)

وبما أن التيار البدائي في دائرة RC في الشكل (14-9) هو 50ma، سوف ياخذ وقتا لشحن المتسعه ، أي أن لكي يصل فرق الجهد عبر المتسعه إلى قيمة الجهد المسلط. وبمعرفة التيار البدائي نستطيع أن نحسب المعدل الابتدائي لتغير الجهد عبر المتسعه حيث:-

$Q = CV$ and $Q = I$

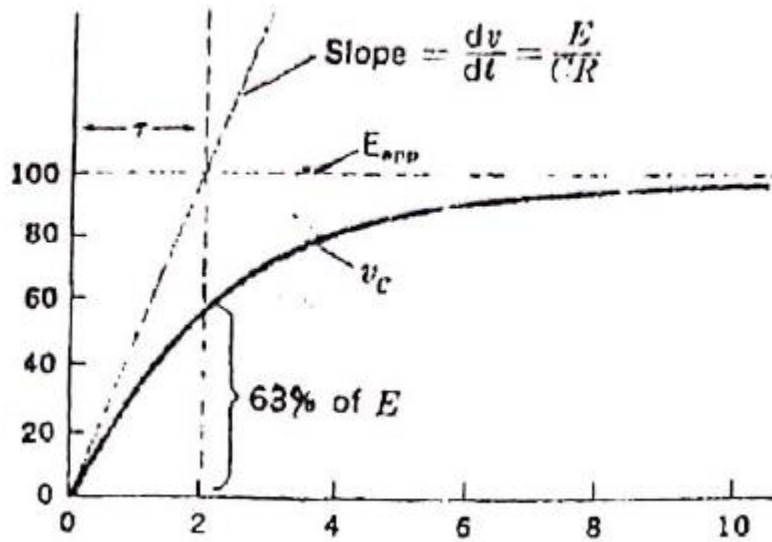
وكذلك Initial I=E/R

$CV = E/R \times t$

Initial du/dt=E/CR.......................(5-23)

بما أن المعادلة (5-23) تحتوي على كل المتغيرات الغير معتمدة في الدائرة . يجب أن يبدأ الرسم البياني لفرق الجهد اللحظي الفعلي عبر المتسعه بنفس الميل وعند نفس

اللحظة الزمنية للخط المقطع الذي يمثل معدل تغير جهد المتسعة الابتدائي في الشكل(5-17) .



الشكل(5-17)

مثال 5-5:

ما فرق معدل التغير في فرق الجهد عبر المتسعه في الشكل (5-14) ؟

ما الفتره الزمنية التي تستغرقها المتسعه لتشحن 100v ؟

الحل : -

$$\frac{dv}{dt} = \frac{E}{CR} = \frac{100}{1\mu F \times 2M\Omega} = 50 V/S \text{ Initial}$$

$$\tau = CR = 1\mu F \times 2M\Omega = 2S$$

حيث : $100v = E = \text{Full charge}$

$$\therefore t = 5\tau = 5 \times 2S = 10S$$

5-12 ثابت الزمن: Time Constant

إذا افترضنا للحظة التي يستطيع أن يزداد فيها فرق الجهد عبر المتسعه بمعدل مستقر يساوي المعدل البدائي حتى يساوي الجهد المسلط ، نستطيع أن نشتق المعادلة الزمن شحن المتسعة ، هذه الفترة الزمنية تسمى ثابت الزمن لدائرة RC . وعلى هذا الأساس يمكن تعريف ثابت الزمن كما يلي :

ثابت الزمن لدائرة RC هو الزمن الذي يستغرقه فرق الجهد عبر المتسعه للوصول إلى نفس قيمة الجهد المسلط، ، إذا استمر في الصعود عند معدل تغيره الابتدائي لكل الفترة الزمنية .

رمز ثابت في اللغة اليابانية حرف ((تاو)) τ من الشكل (5-17) إذا كان بقى معدل التغير ثابت فان فرق الجهد النهائي عبر المتسعة يصبح : $V=\tau*\text{Initial } du/dt$

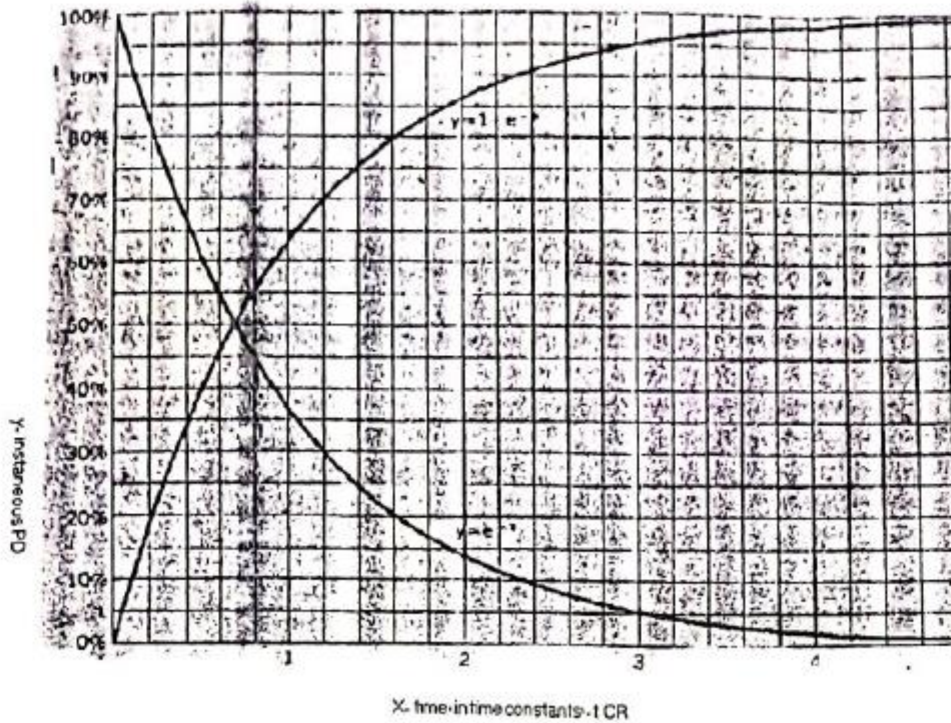
$$V=E \text{ and Initial } du/dt = E/CR \qquad (5\text{-}24)$$

ومنها نجد $\tau=RC$ Seconds

5-13 الحل البياني لفرق الجهد اللحظي

Graphical Solution for Instantaneous Potential Difference

بسبب العلاقة الثابتة بين ثابت الزمن والزمن الفعلي اللازم لزيادة فرق الجهد عبر المتسعه إلى أن يساوي الفولتية المسلطة نستطيع أن نستخدم الرسم البياني في الشكل (5-17) لإيجاد فرق الجهد بيانيا لأي دائرة RC في أي لحظة زمنية . لعمل لذالك نعيد رسم المنحنى الاسي بعناية .في الشكل (5-17) يتم تدريج المحور الأفقي بدلالة ثابت الزمن والمحور العمودي (فرق الجهد اللحظي) كنسبة مؤدية للفولتية المسلطة . كما مبين في الشكل (5-18).



الشكل (5-18)

مثال 5-6:

a- ماهو فرق الجهد اللحظي عبر المتسعه في الدائرة المبينة في الشكل (5-14) بعد ثلاثة ثواني من غلق المفتاح ؟

b- ما الفترة الزمنية التي يستغرقها فرق الجهد على المتسعه ليصعد من 0v إلى 55v؟

الحل :-

$\tau = CR = 1\mu f \times 2M\,\Omega = 2\delta$ -a

3sتمثل .... $3s/2s = 1.5\tau$

من الشكل (5-19a) و (5-18) عندما $t = 1.5\tau$

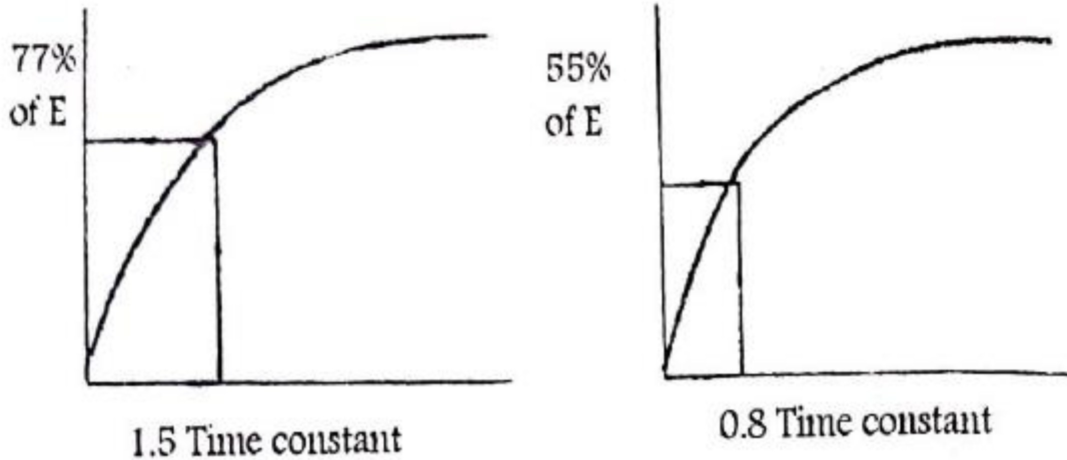
فان

$Vc = 77\% \times 100v = 77v$

55v تمثل 55v /100v × 100 % =55 % Of E -b

من الشكل (5-19b) والشكل (5-18) عندما vc= 55% of E

t =0.8 Time constants = 0.8 × 2s = 1.6s

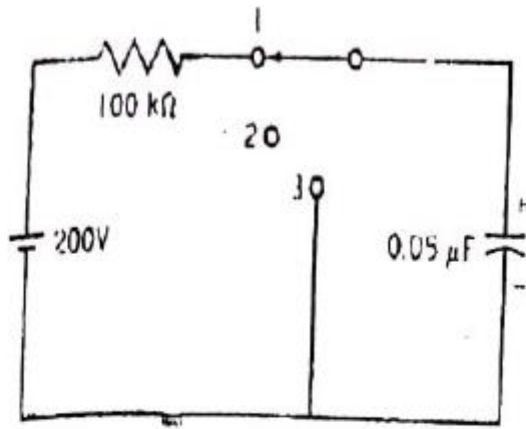


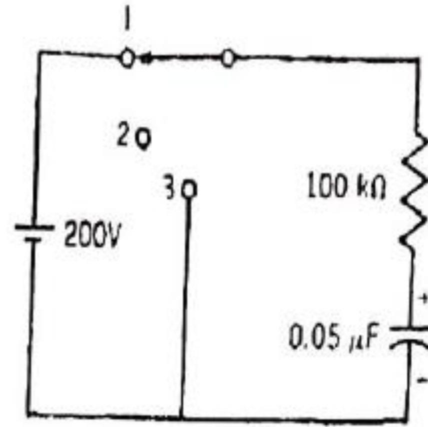
الشكل: (5-19)

5-14 تفريغ المتسعة:Discharging a Capacitor

إذا افترضنا أن المفتاح في الدائرة(5-20a) في الموضع 1 لفترة زمنية على الأفق خمسة أمثال الثابت الزمني انه فرق الجهد عبرا لمتسعة يساوي الفولتية المسلطة 200V،إذا وضعنا المفتاح في الدائرة المفتوحة (الوضع 2) فان فرق الجهد عبر المتسعه يبقى عند 200V لبعض الوقت بسبب عدم وجود مسار موصل بين الألواح ماعدا التسرب القليل عبر العازل.

اللحظة التي فيها نحول المفتاح على الموضع 3 سوف يبقى فرق الجهد 200V لأن الالكترونات الفائضة تأخذ وقت للمرور من أسفل اللوح إلى الأعلى الألواح المتسعة . لتحقيق قانون كيرشوف للجهد فان التيار يكون بحيث يتولد 200V هبوط بالجهد IR عبر مقاومة الموصلات التي اللوحين سوية ولذلك يكون الابتدائي عالي جدا وتفريغ المتسعة بسرعة كبيرة .





الشكل (5-20)

إذا أردت تقليل القيمة الابتدائية لتيار التفريغ يمكننا تغيير الدائرة في الشكل 5-(20b) بحيث في الوضع 3 تكون مربوطة عبر المتسعة المشحونة وسوف يتم تحديد التيار الابتدائي إلى

$$\text{Iinitial} = \frac{\text{Vinit}}{\text{R}} = \frac{200\text{v}}{100\text{k}\Omega} = 2\text{mA}$$

لان الشحنة المخزونة في المتسعة تنطلق بمعدل ابطى $i = dq/dt$ وسوف تأخذ وقتا أطول لتفريغ الشحنة بالكامل .

ويكون فرق الجهد عبر المتسعة في قيمته العظمى عند وضع المفتاح عند الوضع 3 . وعليه فإن التيار الابتدائي يكون في قيمته القصوى لحظة حصول تيار التفريغ ، و كنتيجة فإن فرق الجهد عبر المتسعة سيبدأ بالنقصان بسرعة ولكن عندما تقل الشحنة يجب أن يقل فرق الجهد عبر المتسعة وتبعا لقانون كريشوف للجهد فإن هبوط الجهد IR ليساوي فرق الجهد على المتسعة . وبذلك يجب أن يقل التيار، وينتج عن ذلك التفريغ البطء ، هذه الإعتمادات البينية (كل يعتمد على الأخر) بين فرق الجهد، وهبوط الجهد IR والتيار ومعدل النقصان لفرق الجهد يعطى التفريغ أوسي في الشكل (5 – 20a) . يمر التيار في المقاومة بإتجاه معاكس عندما تتفرغ المتسعة في الوضع 3

حيث أن وضع الشحنة يكون في الموضع 1 ، الشكل (5- 20b) ، وهكذا تنعكس القطبية لهبوط الجهد علي المقاومة IR عند تفريغ المتسعة .

هذا الانعكاس موضح في الرسم البياني للتيار اللحظي وهبوط الجهد IR في الشكل (5-20b) باستخدام المحور العمودي السالب لرسم التيار اللحظي أو الفولتية اللحظية عبر المقاومة، وبذلك فان معدل التغير الابتدائي لفرق الجهد عبر المتسعة عندما تبدأ بالتفريغ يصبح :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-V_{init}}{CR} \quad \text{.........} \quad \text{..........} \quad \text{.........} \quad (5\text{-}24)$$

مثال 5-7:

بعد غلق المفتاح على الوضع 1الفترة من الزمن

a) ماهو معدل التغير الابتدائي في الجهد عبر المتسعة في الدائرة (5- 19b) عنما يحول المفتاح على الوضع 3 ؟

b) ماهو فرق الجهد عبر المتسعة بعد مرور 7 ms من وضع المفتاح على الوضع 3 ؟

c) كم ثانية يستغرقها بعد وضع المفتاح عند الوضع قبل وصول هبوط الجهد اللحظي عبر المقاومه 100kΩ الى 110V؟

الحل:-

$$\text{Initial } \frac{dv}{dt} = \frac{-V_{init}}{CR} \text{ Initial}$$

$$= \frac{-200}{0.05\mu f \times 100k\Omega} = -40 \, {}^{kv}\!/_{s}$$

$$\tau = CR = 0.05\mu f \times 100k\Omega = 5ms$$

$$\therefore 7ms \xrightarrow{\text{تمثل}} \frac{7ms}{5ms} = 1.4\tau$$

من الشكل (5-18) و (5-21 a) عندما يكون $t = 1.4\,T$

$V_c = 25\%\ \text{of}\ V_{init} = .25 \times 200V = 50V$

عندما يكون المفتاح في الوضع 3 المقاومة مباشرة توصل الى المكثف من قانون كيرشوف للفولتيه

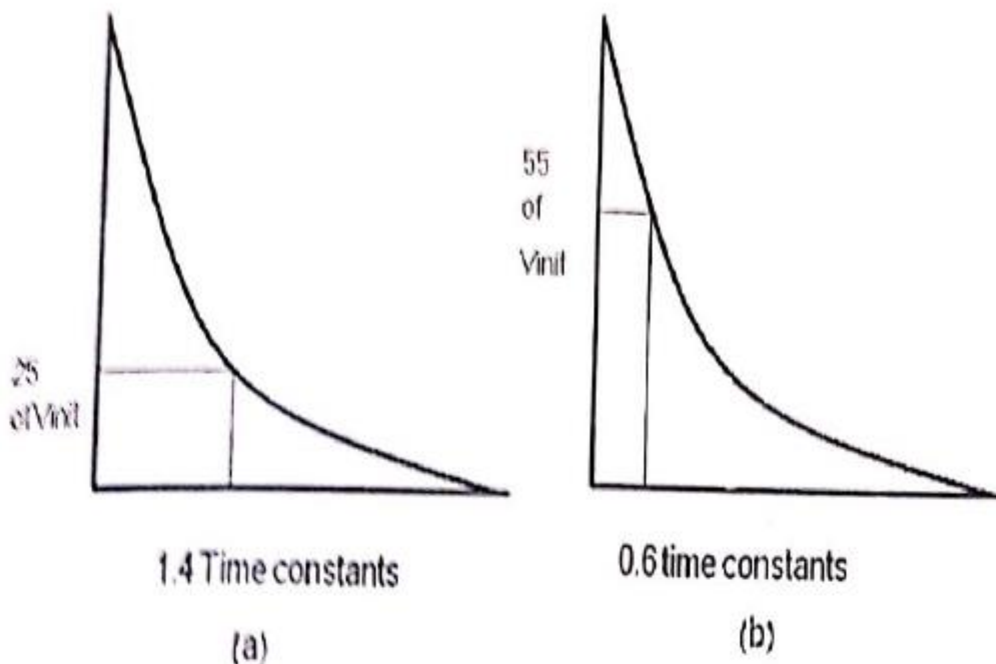
$V_c + V_r = 0$

$V_r = -V_c$

$110 \xrightarrow{\text{تقابل}} 110/200 = 55\%\ \text{of}\ V_{init}$

من الشكل (5-18) و (5-21) عندما $V_c = 55\%\ \text{of}\ V_{init}$

$t = 0.6\,\tau = 0.6 \times 5\ \text{ms} = 3\text{ms}$



الشكل (5-21)

أسئلة المراجعة

١ [illegible]

٢ [illegible]

٣ [illegible]

٤ [illegible]

٥ [illegible]

٦ [illegible]

٧ [illegible]

٨ ماذا نعني بـ (انحدار الجهد) [illegible] (المجال الكهربائي) ؟

٩ ما علاقة شدة المجال الكهربائي وانحدار الجهد في حالة الصفائح المتوازية ؟

١٠ ما هي العوامل التي [illegible] المجال الكهربائي بين الصفائح المتوازية ؟

١١ ارسم رسماً يوضح السطوح متساوية الجهد في المجال الكهربائي [illegible] ؟

١٢ لماذا يجب أن يكون [illegible] على نهايتي الموصل [illegible] (٥-٥) ؟

14-عرف تيار الإزاحة (Displacement Current)؟

15-ماذا نعني بالذرة المستقطبة ؟

16-أي نوع من الذرات يمكن إن تكون المستقطبة ؟

17-لماذا يفضل التعبير عن قوة العازل بمفهوم انحدار الجهد لمجال الكهربائي على فرق الجهد الكلي ؟

18-عرف امتصاص العازل (تبديد الطاقة) ؟

19-لماذا تكون النسبة بين الشحنة لزوج من الموصلات المعزولة وفرق الجهد بينهما ثابتا ؟

20-عرف السعة بدلالة Q وV ؟

21-عرف المتسعة (المكثف) بدلالة Q وV ؟

22-لماذا نعرف السعة كخاصية للدائرة الكهربائية التي تعارض أي تغير في الجهد عبر هذه الدائرة ؟

23-يؤثر الفراغ بين الصفيحتين المتوازيتين على سعة المتسعة ، وضح ذالك ؟

24-لا يؤثر الجهد المسلط على اللوحين المتوازين على سعتها ، وضح ذالك ؟

25-من الممكن الحصول على متسعة بين صفيحتين متوازيتين عندما يكون الفراغ بينهما، وضح ذالك ؟

26- ما العوامل التي تحدد التيار الابتدائي لشحن المتسعة ؟

27- ما العوامل التي تحدد معدل تغير فرق الجهد بين ألواح المتسعة؟

28- عند توصيل متسعة غير مشحونة إلى مصدر جهد ، يتغير التيار لحظيا من صفر إلى E/R، لماذا لا يتغير فرق الجهد عبر المتسعة لحظيا؟

29- لماذا يجب أن يتلاشى التغير للفولتية عبر المتسعة بزيادة الشحنة على ألواح المتسعة ؟

الفصل السادس

المحـاثة

Inductance

الفصل السادس

المحاثـــة

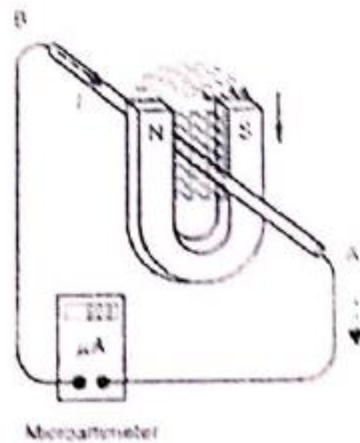
Inductance

6-1 الحث الكهرومغناطيسي: Electromagnetic inductance

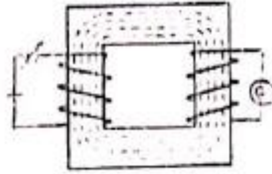
تفاعل المجال المغناطيسي مع الدوائر الكهربائية يعرف في وحدة النظام العالمي (SI units) للفيـض المغناطيسـي بوحـدة الويـبر (اكتشـاف فـارادي في الحـث الكهرومغناطيسي) لذلك وعلى هذا النحو المغناطيس الثابت في شكل لولبي والشكل (6-1) يمثل تنظيم أخر ليثبت إكتشاف فارادي أن الموصل يتحرك خلال خطوط القوى المغناطيسية ومؤشر الكلفانوميتر يتحرك بطريقـة واحـدة مـن المركـز(الصفـر) لذلـك الموصل يتحرك إلى أعلى ومؤشر الكلفانوميتر يدور في عكس الإتجاه . لكـن عنـد ما لاتوجد حركه لا ينحرف المؤشر لكي يتدفق التيار خلال الكلفانوميتر يجـب أن تتولـد الفولتيه في الحلقة الـتي تكـون الكلفانوميـتر والموصـل في المجـال المغناطيسـي ولذلـك التجربة الثانية توضح أن الفولتية تظهر فقـط عندمـا يقطـع الموصـل خطـوط القـوى المغناطيسية .إن حركة الموصل بالتوازي مـع خطـوط القـوى المغناطيسـية لا تنتـج أي إنحراف في مؤشر الكلفانوميـتر في الشـكل (6-1) الموصـل يتحـرك بينمـا يبقـى المجـال المغناطيسي ثابت(أو ساكن) لذلك في الشكل (6-1) المجال المغناطيسي يتحرك بينما الموصل الكهربائي يبقى ثابت

(أو ساكن) في كلا الحالتين عند قطع خطوط القوى المغناطيسية بـأي موصـل كهربائي تتولد الفولتية في الموصـل وتوليـد الفولتيـة عنـد قطـع أي موصـل كـهربائي لخطـــوط القـــوى المغناطيســـية يدعـــى بـــالحث الكهرومغناطيســـي

والفولتية الناتجة تدعى فولتية (Electromagnetic inducting induced voltage) الحث الطريقة الأخرى التي تبرهن أو تثبت اتجاه الحث الكهرومغناطيسي موضحة في الشكل(6-2) وفي هذا المثال علاقة الحركة بين خطوط القوى المغناطيسية والموصل الكهربائي تتحقق بدون حركة ميكانيكية بين المغناطيس أو الموصل الكهربائي لذلك نقلل مقاومة الريوستات والتيار في الجانب الأيسر (primary) للملفات الابتدائية وهذا يسبب زيادة في عدد خطوط القوى المغناطيسية التي تتولد في القلب الحديدي في الجانب الأيمن للملفات الثانوية(secondary) تظهر في نفس القلب و تزداد عدد خطوط القوى التي تمر خلال اللفات وانحراف مؤشر الكلفانومتر يؤشر على ان الفولتية بدأت تحدث في الملفات الثانوية لذلك معظم خطوط القوى المغناطيسية تكون محدودة(أو مقصورة) على القلب الحديدي والاعتقاد الأكثر اعتياديا في خطوط الفيض يكون في الملفات الثانوية ولذلك اي قطع في لفات الملف الثانوي عند زيادة مقاومة الريوستات يصبح التيار اصغر وعدد خطوط القوى المغناطيسية في الحلقات الثانوية يصبح اقل وفي نفس الوقت مؤشر الكلفانومتر يتحرك بعكس الاتجاه ومؤشر الفولتية يكون عكس القطبية ، لكن على طول ذلك يكون التيار في الملف الابتدائي مستقر ولا يوجد اي انحراف في مؤشر الكلفانومتر ويكون توليد الفولتية في لفات الملف الثانوي بواسطة تغير التيار في الملفات الابتدائية وهذا يسمى بالحث المتبادل . (Mutual induction)



الشكل (6-1)



الشكل(2-6)

6-2 قانون فاراداي:Faradays Law

احد الملاحظات التي نلاحظها في برهنة الحث المتبادل في الشكل (2-6)إن الفيض يكون أسرع في القلب الحديدي وأعلى انحراف في مؤشر الكلفانومتر وعندما نعتبر هذا السبب نأتي إلى هذا الاستنتاج الذي ينص على إن الفولتية المحتثة في دائرة

كهربائية تتناسب طرديا مع معدل التغيير الزمني للفيض المغناطيسي المحتث للدائرة لذلك نستخدم قانون فاراداي في وحدة النظام العالمي لكي تعبر عن الفيض المغناطيسي بالويبر ولكي نعبر حسابيا عن معدل التغير في الفيض يجب مبدئيا أن نشتق اشتقاقاً مناسباً لذلك من تعريف الويبر

الفولتية / لفة =نسبة معدل التغير في الفيض إلى معدل التغير في الزمن وحدتها ويبر/ ثانية

$$V=\frac{d\phi}{dt}\ (wb/s)$$

إذا كانت اللفات الثانوية في الشكل (2-6) أكثر من لفة فان نفس التغير في خطوط الفيض لكل اللفات وبذلك يسبب مبدئيا فولتية في كل لفة لذلك الفولتيات لكل لفة تكون متوالية ، الفولتية المحتثة الكلية تكون N من المرات الفولتية لكل لفة لذلك يمكن أن نعبر عن قانون فاراداي بالشكل التالي

$$e_T = N\frac{d\phi}{dt}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 6-1$$

حيث e_T هي القيمة الآنية للفولتية المحتثة بين أطراف اللفات بالفولت و $\frac{d\phi}{dt}$ هي معدل التغير في الفيض المغناطيسي بالويبر لكل ثانية ويمكن كتابة المعادلة (6-1)كما يلي

$$\phi = \frac{Fm}{Rm} = \frac{NI}{Rm}$$

تكون عدد اللفات في الملف الإبتدائي ثابتة وإذا إحتفضنا بكثافة الفيض المغناطيسي أسفل نقطة الإشباع في القلب الحديدي و معاوقة الدائرة المغناطيسية تكون اعتيادية وثابتة .

لذلك فإن معدل التغير في الفيض يتناسب طردياً مع معدل التغير في التيار عندما نتعامل مع الحث الكهرومغناطيسي نتيجة التغير في التيار علاوة على الحركة الميكانيكية نحصل على الصيغة الجديدة لقانون فارادي

((قيمة الفولتية المحتثة تتناسب تناسبا طرديا مع معدل التغير في التيار))

6-3 قانون لينز: Lenz's Law

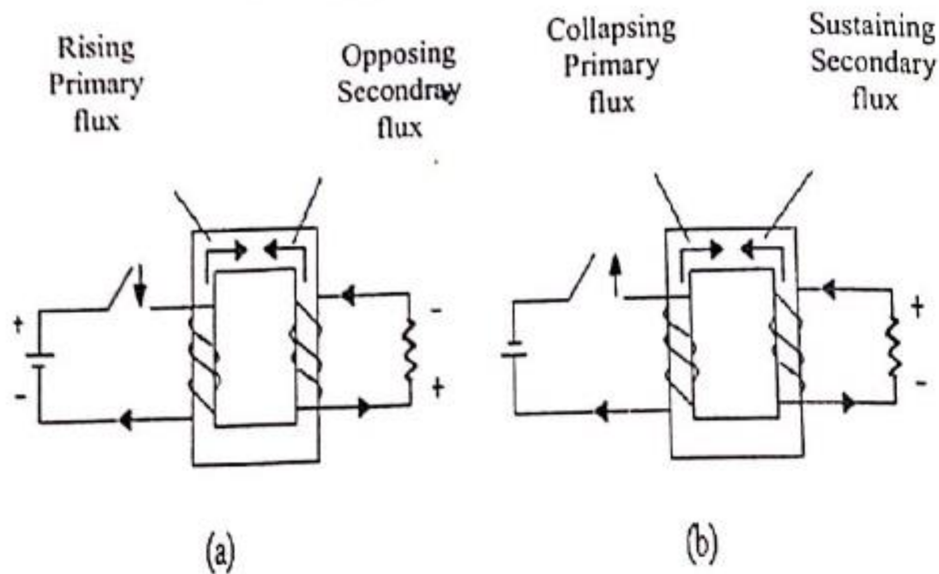
نلاحظ أن قطبية الفولتية المحتثة تعتمد على اتجاه حركة الموصل عبر خطوط القوى المغناطيسية في الشكل(6-1) ولذلك فأن التيار في الملف الابتدائي يزداد أو ينقص كما في الشكل(6-2) . لذلك نطبق قانون هنري لينز لحساب القطبية التامة للفولتية المحتثة لينز يفسر العملية الحثية التي يجب أن تقارن بمعرفة أساسيات الفيزياء ، التأثير يساوي و يضاد الحركة على عدة طرق لحالات قانون لينز نستخدم الصيغة التالية:

قانون لينز ((القطبية للفولتية المحتثة المتولدة لاي تيار ناتج منها وتنتج تغير في الفيض المغناطيسي معاكساً لأي تغير في الفيض الأصلي))

أولا: عندما نغلق المفتاح (لبرهنة أو إثبات الحث المتبادل) في الشكل (6-4a) نلاحظ ن الفيض في الملف الابتدائي سوف يزداد من الصفر لذلك تربط المقاومة عبر الملف الثانوي من الدائرة المكتملة(المغلقة) و سوف يتدفق التيار في الملفات

الثانوية عندما تبدأ الفولتية تحتث بزيادة الفيض في الملف الابتدائي ووفقاً لقانون لينز فان الفيض ينتج من مرور التيار في الملف الثانوي والذي يحاول ان يزداد وبعكس الفيض في اللف الابتدائي وبتطبيق قاعدة اليد اليمنى على الملف الابتدائي نجد الفيض في الملف الابتدائي الذي سوف يكون في اتجاه عقارب الساعة. وأي انعكاس في الفيض في الملف الابتدائي في اتجاه عقارب الساعة نلاحظ أن الفيض ينتج في القلب الثانوي عندما يكون التيار في عكس اتجاه الساعة(Counterclockwise)

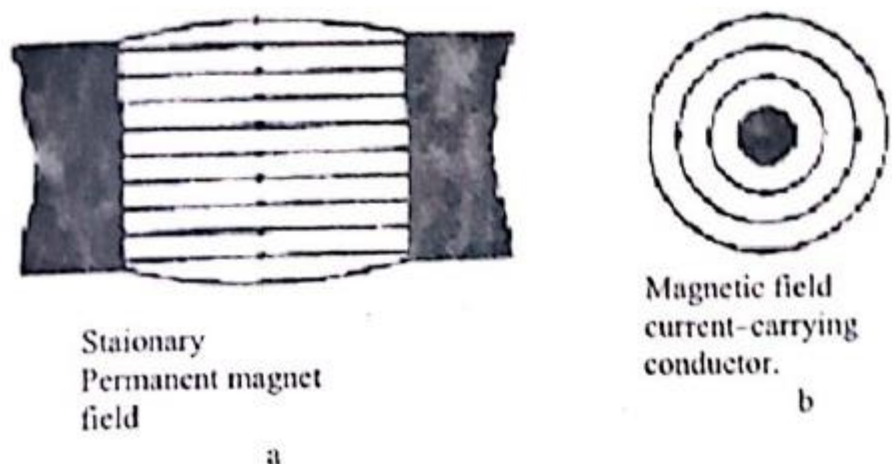
ومرة أخرى عند تطبيق قاعدة اليد اليمنى في نفس الوقت على الملفات الثانوية فان اتجاه التيار في الملف الثانوي يجب أن يتدفق خلال المقاومة وبذالك نجد القطبية للفولتية المحتثة في مصطلح القطبية عند تدفق الفولتية المقاومة.



الشكل(6-3)

عندما نفتح المفتاح في الشكل (6-3b) فان تيار الملف الابتدائي يتوقف عن التدفق ويتلاشى الفيض في الملف الابتدائي وطبقا لقانون فاراداي هذا النقص في الفيض سوف يحث الفولتية في الملف الثانوي وطبقا لقانون لينز فان تيار الملف الثانوي سوف يحاول أن يعكس الانهيار في الفيض للملف الابتدائي لكي يتحمل الفيض في الملف الابتدائي والذي يكون في اتجاه عقارب الساعة في القلب وتيار الملف الثانوي

إذا اعتبرنا مجالين مغناطيسيين معزولين فـان المجـال السـاكن كمـا موضـح في الشـكل (6-4a)



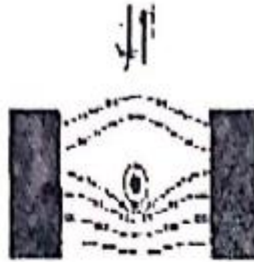
الشكل (6-4)

إذا فرضنا في لحظة أن اتجاه التيار المناسب في حركة الموصل خارج الورقة فـان المجال المغناطيسي حول الموصل يكون كما في الشكل (6-4b).

قبل أن نضع الموصل بين قطبي المغناطيس في رسم المجالين المغناطيسيين يجب ان نتذكر أن خطوط القـوى المغناطيسـية لا تتقـاطع ابـداً لذلـك فـان مكونـات المجـالين المغناطيسيين يجب ان تـتركب مـن نمـوذج مـن الإشـارات في المجـال المغناطيسـي كمـا موضح في الشكل(6-5)

Direction of motion of conductor

Direction of mechnical force opposing motion resuting from induced current



الشكل (5-6)

اعلى الموصل في الشكل(6-4b) يكون اتجاه خطوط القـوى المغناطيسية عكـس المجال المغناطيسي الثابت كما في الشكل (5-6) بالتتابع و بالغاء تأثير الانحنـاء فالنتيجة في المجال المغناطيسي بعيدا عن الموصل كما موضح في الشكل (5-6) أسفل الموصل فان اتجاه المجال المغناطيسي تكون نفس المجال المغناطيسي الثابت ونتيجة لذلـك فـان كثافة الفيض تزداد أسفل الموصل في مكونات نموذج الفيض كما في الشكل (5-6).

ومحصلة تأثير التيار الملائم خارج الورقـة في الموصـل في الشـكل(1-6) وكذلـك الشكل(5-6) تكون ملتوية وينتج المجال المغناطيسي في المغنـاطيس الثـابت لذلـك فـان خطوط القوى المغناطيسية تكون قريبة جدا من التفاف الموصل في أسفل الموصل.

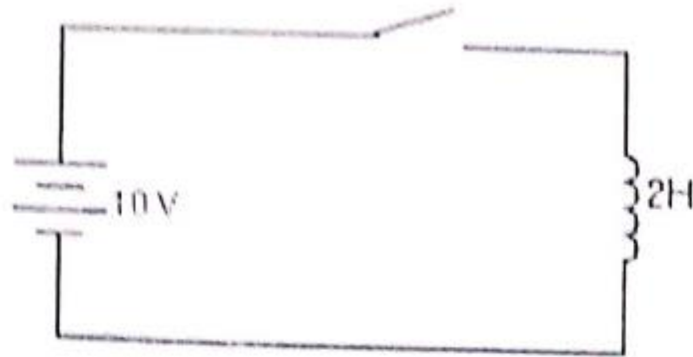
الخواص الأخرى لخطوط القوى المغناطيسية التي تكـون عنـد الطـرف لتصبـح موصله (short) ومن المحتمل أن تميل إلى النموذج في بعضها البعض لذلك فان خطوط القوى المغناطيسية مكونة من المجال المغناطيسي في الشكل (5-6) سوف تحـاول مقاومـة الخروج على نحو مشابه في الفراغ نفسه. وفي استرجاع نموذج الفيض في الشكل (4-6) ولكي نتحقق من هذا فان المجال المغناطيسي سوف يهتم بالقوى في الموصل الذي يحمل التيار ليتحرك إلى أعلى وطبقا للحالات الأساسية لقانون لينز فان هـذه القـوة سـوف تعكس الحركة الفعلية للموصل خلال المجال المغناطيسي الثابت بالتتابع عندما يتحـرك الموصل الكهربائي (موضح في الشكل (1-6)) بإنحدار خلال المجال المغناطيسي الثـابت

والفولتية المحثه في الموصل تمتلك قطبيه بسبب مـرور التيـار في حلقـه مغلقـه في نفس الإتجاة الخارج من الورقة.

6-4 الحث الذاتي: Self –Inductance

ان الفولتيه المحثه بواسطة تغير التيار لا تكون مقيدة بالحث المتبادل بالفولتية في الملف الثانوي بواسطة تغير التيار في الملف الابتدائي .

أولاً عند ما نغلق المفتاح فإننا نسلط الفولتيه على لفتين بسيطتين في الملف كمـا في الشكل (6-6) و أي زيادة في الفيض ينتج بواسطة زيادة التيار في اللفة (A) سـوف يحث الفولتية في اللفة(B) وبشكل مشابه فإن نفـس ارتفـاع التيـار في اللفـة (B)سـوف يحث الفولتية في اللفة(A) وهذه الفولتية تكون على التوالي وطبقا لقانون لينز فإن كلا القطبية تكون عكس الزيادة في الفيض وارتفاع التيار .ومن قانون فـارادي في المعادلة (6-1)فان الفولتيه المحثه الكلية مرة أخرى هي $N\frac{d\phi}{dt}$ وعندما يندفع التيار من مصـدر الفولتية في الشكل(6-6) فـان مصـدر الفولتيـة يثبـت الطاقـة الـتي تبنـى علـى المجـال المغنطيسي حول الملف وارتفاع الحث الكهرومغناطيسي في القوة الدافعـة لكهربائيـة) e.m.f) في لفات لملف . والقـوة الدفعـة الكهربائيـة في اللفـة خـلال عـزل الشـحنات الكهربائية تنتج فرق جهد عبر اللف. في مصطلحات الفنية الحديثة يسمى فرق الجـهد بالجهد المحث(induced voltage) . وعندما نفتح المفتـاح في الشـكل(6-6) فـان المجـال المغناطيسي يتلاشى و تحث القوة الدافعة الكهربائية مرة أخرى في اللفات (A) ، (B) وفي هذه الحالة فان قطبية الحـث الذاتـي (self induced) للفولتيـة سـوف تنعكـس ، لذلك يحاول الملف أن يحافظ على تدفق التيار بواسطة قطبية الفولتيـة الحثيـة . لذلـك عند إضافة مصدر الفولتية على هذا النحو ترتفع الفولتية الكلية لكي تحاول أن تحافظ على دوام سريان التيار في الدائرة .



الشكل (6-6)

6-5 المحاثة الذاتية Self-Inductance

من المناقشة السابقة وجدنا ان هنـاك خاصيـة لمعاكسـة أي تغـير في التيـار كمـا للدائرة في الشكل (6-6) تسـمى هـذه الخاصيـة بـالحث الذاتـي (Self –inductance) الحث الذاتي هو خاصية الدائرة الكهربائية التي تعكس (تضـاد) اي تغـير في التيـار في الدائرة .

ولان تأثير الحث الذاتي أكبر من الحث المتبادل (Mutual inductance) لذلـك من المعتاد التحدث عن المحاثة وهي نعني المحاثة الذاتية للدائرة الكهربائية .إن رمز المحاثة هو L ووحدته الهنري H .

في وحدة النظام العالمي يمكن ان نعرف الأمبير في مصطلـح القـوى المغناطيسـية بين موصلين متوازيين يحملان تيار ومصطلح الويبر في الفولتيـة المحتثـة بواسـطة تغيـير التيار ووحدة المغناطيس تكون بشكل عام متناسـبة مع وحـدة الكـهرباء ويمكـن أن نعرف وحدة المحاثة بأنه التغير في الفيض نتيجة للتغير في التيار أو بعبارة أخـرى تنتـج الفولتية المحتثة نتيجة التغيير في التيار .

وبشكل عام فان تعريف الهنري أساسا في خطـوط الفيـض علـى النحـو التـالي (أي دائرة كهربائية تمتلك محثة بالواحد هنري عندما يتغير التيـار بمقـدار واحـد أمبـير ينتج تغير في التسرب للفيض بمقدار واحد ويبر) نلاحظ أن المجمـوع الكلـي لخطـوط

الفيض لكل لفة في الملف هوNمن المرات . واكبر لفة مفردة تحمل نفس التيار لذلك تعريف المعادلة بالهنري يصبح

$$L= N\frac{d\phi}{di} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6\text{-}2$$

حيث Lتمثل المحاثة للملف بالهنري وN عدد اللفات التي يقطعها الفيض المغناطيسي و ... نسبة التغير في ا لفيض إلى التغير في التيار بالويبر لكل أمبير و بإعادة ترتيب المعادلة$\frac{}{di}$ (6-) نحصل على العلاقة التالية :

$$N = \frac{e_T}{d\phi / dt}$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (6-2)تصبح $N= \frac{L}{d\phi/di}$ و بمساواة المعادلتين ينتج أن

$$\frac{L}{d\phi/di} = \frac{e_T}{d\phi/dt}$$

$$L= e_T \times \frac{d\phi}{di} \times \frac{dt}{d\phi} = e_T \times \frac{d\phi}{di}$$

$$L = \frac{e_L}{di/dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6\text{-}3$$

حيث L هي المحاثة في الدائرة بالهنري e_L الفولتية المحتثة في الدائرة بالفولت على معدل تغير التيار $\frac{di}{dt}$ بالأمبير لكل ثانية على هذا الاساس يمكن أن نعرف قيمة الهنري بشكل عام في الوحدات الكهربائية بدون أن نحسب الفيض المغناطيسي ((في أي دائرة كهربائية تمتلك محاثة مقدارها واحد هنري عندما يتغير التيار بمعدل واحد أمبير لكل ثانية يحث فولتنية مقدارها واحد فولت في الدائرة))

6-6 عوامل التحكم بالمحاثة: Factors Governing Inductance

كل خط (سلك) يمتلك محاثة لذلك زيادة التيار خلال الموصل يولد خطوط القوى المغناطيسية التي تظهر على هيئه حلقات صغيرة جدا في مركز الموصل وتتمدد

للخارج وهذا التمدد الذي يقطع(أو يمر) خلال الموصل النحاسي ينتج فولتية محتثة في الموصل .

هذه الفولتية المحتثة تنتج بواسطة التغير في التيار ويبرهن ذلك وجود المحاثة في الدائرة ولذلك المحاثة على طول السلك تكون صغيرة ويمكن أن نهملها باستثناء الترددات الراديوية العالية .إذا أردنا أن نركب مكونات الدائرة التي يكون فيها تأثير المحاثة واضح جداً يجب أن نوسع الموصل إلى ملف يتكون من عدد N من اللفات وبالتالي ينتج

$$\phi = \frac{Fm}{Rm} = \frac{NI}{Rm}$$

وبقسمة طرفي المعادلة على t نحصل على

$$\frac{\phi}{t} = \frac{N}{Rm} \times \frac{I}{t}$$

وبذالك فان

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{N}{Rm} \times \frac{di}{dt}$$

وبالتعويض في المعادلة (6-2) نحصل على

$$e_T = \frac{N^2}{Rm} \times \frac{di}{dt}$$

وبالتعويض عن قيمة الفولتية المحتثة في المعادلة (6-3) ينتج أن

$$L = \frac{N^2}{Rm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 6\text{-}4$$

لذلك فان محاثة السلك في الملف تعتمد على عدد اللفات وممانعة الدائرة المغناطيسية كما تشير المعادلة (6-4) من الممكن زيادة المحاثة لحث باستخدام قلب حديدي لتقليل الممانعة للدائرة المغناطيسية .

ان مضاعفة عدد اللفات لا يؤدي فقط إلى زيادة الفيض الذي يقطع الملف عند تيار معين ولكن ايضاً يضاعف عدد اللفات التي يوصلها الفيض وبذلك فان الفولتية الحثثة الكلية تتناسب طردياً ع مربع عدد اللفات .

$L=(N^2\mu A)/i$ 6-5

حيث L تكون محاثة الموصل بالهنري وn عدد اللفات في الملف ،μمعامل النفاذية للدائرة المغناطيسية بالهنري لكل متر وA مساحة مقطع الموصل في الدائرة المغناطيسية بالمتر المربع وi طول الدائرة المغناطيسية بالمتر (طول الملف لكل ملفات القلب الهوائي)

بتطبيق المعادلة (6-5) على الموصل العملي يجب أن نحقق أن الأساس على كل وصلات الفيض في كل الملفات.

في هذه الحالة فان ملفات القلب الحديدي تكون على شكل حلقات (triodes). هذه المعادلة تكون دقيقة ومعقولة لكن على طول الملفات ذات القلب الهوائي(أو التجويف الهوائي) يكون هناك تسرب في الفيض ويمكن تطوير الصيغ التجريبية (empirical) للمحاثة ويمكن أن يوجد هذا كهربائياً في كتب الراديو .

مثال 6-1:

2000 لفة من سلك حلقي ملفوف على سبيكة من حلقات الاستيل والتي لها مساحة مقطع مقداره $2.25cm^2$ وطول مقداره (42.4cm) ومعامل النفاذية 7.6×10^{-4} هنري لكل متر جد محاثه الحلقة ؟

الحل:-

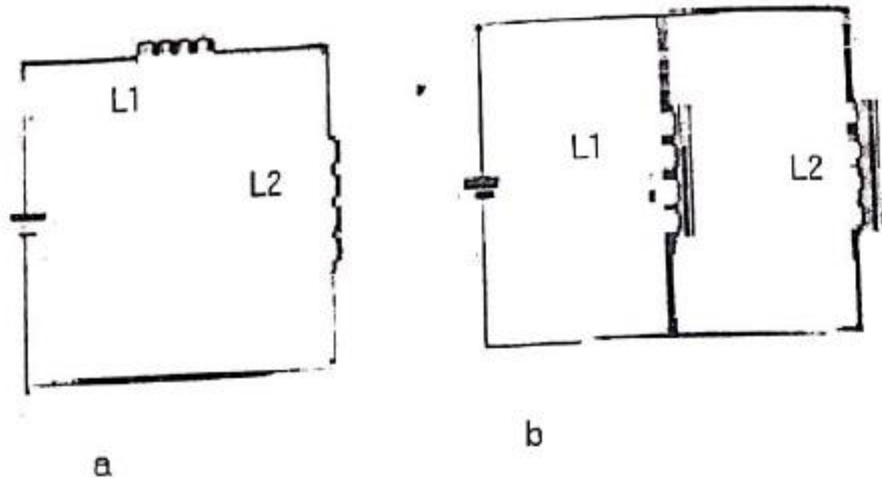
$$L=\frac{N^2\mu A}{L}=\frac{(2000)^2\times7.6\times10^{-4}\times2.25\,cm^2}{42.4\,cm}=1.61H$$

6-7 المحاثات على التوالي: Inductors in series

إذا أردنا أن نربط ملفين على التوالي كمـا في الشـكل (6-7a) فـإن نفـس التيـار يتدفق خلال الملفين ولذلك فإن كلاهما موضوعة على نفس معدل التغير في التيـار في نفس اللحظة .

سوف نفرض أن الملفين مربوطة فيزيائياً لذلك المجال المغناطيسي في أحدهمـا لا يمكن أن يحث الفولتية في الأخر .

لذالك المحاثة تتناسب طردياً مع الفولتية المحته ،لذلـك الحـث المتبـادل يجـب أن يتأخر في ظهور المحاثه الذاتية في الملفات ومقدار التغير في التيـار في الدائـرة في الشـكل (6-7a) سوف يحث الفولتية e_1 في الملف L_1 والفولتية e_2 في الملف L_2



الشكل(6-7)

والفولتية الكلية في الدائرة المربوطة على التوالي تكون $e_T = e_1 + e_2$

ومن التعريف الثاني للهنري نجد أن

$$L_T = \frac{e_T}{(di/dt)} = \frac{e_1 + e_2}{(di/dt)} = \frac{e_1}{(di/dt)} + \frac{e_2}{(di/dt)}$$

$$= L_1 + L_2$$

ولذلك عند عدم وجود تبادل متقارن بين الملفات على التوالي فان المحاثة الكلية هي مجموع المحاثات الفردية

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 6\text{-}6$$

نلاحظ أن معادلة الملفات على التوالي تشابه المجموع الكلي للمقاومات على التوالي.

6-8 المحاثات على التوازي: Inductors in parallel

إذا أردنا أن نربط ملفين على التوازي كما في الشكل (6-7b) فإن فرق الجهد نفسه يتوزع بين الأطراف لذلك الفولتية بواسطة المحاثة الذاتيـة والتيـار في الملـف L_1 يجب أن يتغير بمعدل $\frac{di_1}{dt}$ والتيار في الملف L_2 يجب أن يتغير بمعدل $\frac{di_2}{dt}$ لذلك فان التيار الكلي يجب أن يتغير بمعدل($((di_1 + di_2)/dt$

$$L_{eq} = \frac{e_T}{\frac{(di_1 + di_2)}{dt}}$$

ولتبسيط هذه المعادلة نعكس الجانبين

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{\frac{di_1 + di_2}{dt}}{e_T} = \frac{\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}}{e_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

لذلك المحاثه المكافئة للملفات على التوازي

$$L_{eq} = \frac{1}{1/L_1 + 1/L_2 + 1/L_3 + e + c} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots .\ 6\text{-}7$$

وللملفين فقط على التوازي فإن المحاثة الكلية هي

$$L_{eq} = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 6\text{-}8$$

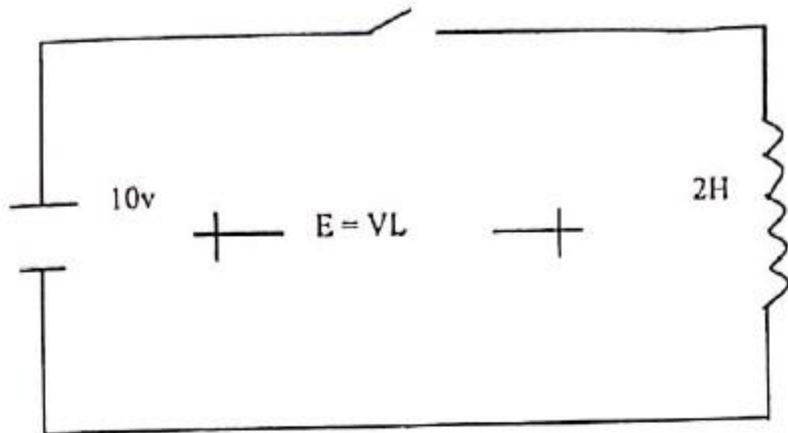
[illegible]

[illegible] التيار في الحث المثالي Current in an Ideal Inductor

لكي نبدأ في البحث عن سلوك الفولتية في دوائر التيار المستمر نفرض أن الملف في الشكل (8-6) ليس له أي مقاومة كما في الحالة الافتراضية [illegible] لا يوجد [illegible] موصل لا تمتلك مقاومة إطلاقاً عند درجة حرارة الغرفة.

وبالرغم من ذلك سيساعدنا في تحديد ما يمكن حدوثه عند غلق المفتاح في الشكل (8-6) لمدة لحظة واحدة يمكننا أن نأخذ بنظر الاعتبار أن المقاومة تساوي صفر وطبقاً لقانون كيرشوف للفولتية [illegible] الوقت الذي يغلق فيه المفتاح [illegible] في الدائرة الكهربائية سيؤدي إلى هبوط في الجهد مساوي تماماً للفولتية المسلطة والتي تظهر عبر الدائرة الخارجية

إذا كانت هذه الدائرة تحتوي على مقاومة فقط سوف تهبط الفولتية وينتج عنها جريان التيار خلال المقاومة ولذلك عندما نغلق المفتاح فإن التيار في دائرة المقاومة سيكون خطي بافتراض أن $\frac{V}{R} = I$ ويساوي $\frac{E}{R}$ لكن إذا لم تكن هناك مقاومة في الدائرة كما في الشكل (8-6) لا يمكن لأي هبوط في الجهد أن يحصل هبوط في (IR) في الجزء (8-4) عرفنا أن الفولتية تنتج القوة الدافعة الكهربائية (e.m.f) في الملف



الشكل(6-8)

بواسطة تغير التيار في الملف وفي المعادلة (6-3) مثلنا الفولتية المحتثة بالرمز e_L وسنستخدم V بدلاً من e لتشير إلى الفولتية الناتجة من القوة الدافعة المحتثة ،وفي حالـة الرمز الصغير e يشير إلى قيمة الفولتية التي تعتمد على معدل التغير في التيار لذلـك لا نعتبر أن الحث كمصدر جهد في الشـكل (6-8) ولذلـك تحتفـظ الفولتيـة بـين أطـراف الملف فقط عندما لا يوجد أي تغير في التيار للملف ،وهذه الفولتية المحتثة تصح هابطة للجهد وباستخدام قانون كيرشوف يمكن أن نكتب المعادلة (6-3)كما يلي

$$V_L = L \times \frac{di}{dt} \qquad 6\text{-}9$$

ويمكن أن نحسب التيار الذي يتدفق عند غلق المفتاح في الشـكل(6-8) بـأ عـاده تنظيم المعادلة (6-9)

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_L}{L}$$

لذلك يجب أن تكون الفولتية المسلطة عبر الملف ثابتة والتي تسمح لتمثيل أعلى حالة لـ V_L ولذلك تعتمد المحاثة على عـدد اللفـات و مقاوميـة الدائـرة المغناطيسـية وتكون المحاثة للقلب الهوائي أيضاً ثابتة .

ونتيجة لذلك فإن معدل V/L يكون ثابت ولذلك يجب أن يكون معـدل التغـير في التيار ثابت والذي يسمح للمعامل بالانهيار (التلاشي)

ومن ذلك ينتج

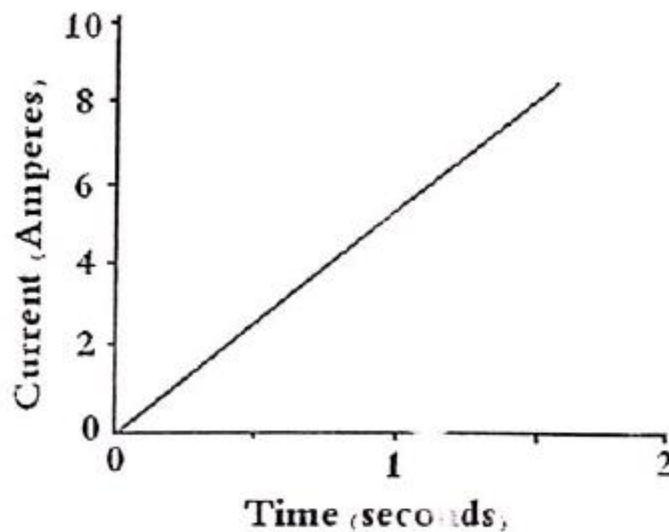
$$\frac{I}{t}=\frac{V}{L}$$

$$I=\frac{V}{L}\times t$$

ومن تحليل القيم في الشكل(8-6) نجد ان

$$I=\frac{10V}{10H}\times t=5t\ \ A$$

ولذلك وبعد نصف ثانيه من غلق المفتاح فإن التيار يصل إلى 2.5 أمبير وبعد ثانيه من غلق المفتاح فإن التيار يصل إلى خمسه أمبير وعند الزمن2S يكون التيار 10 أمبير وهذا موضح في الشكل (9-6) لذلك يجب أن تبقى الفولتية المحتثة في هذه الحالة ثابتة ومعدل التغير في التيار يجب أن يبقى ثابتاً وبذلك فان الرسم البياني الموضح في الشكل (9-6) يكون خط مستقيم والميل في هذا الرسم يمثل المعدل الزمني للتغير في التيار .



الشكل (9-6)

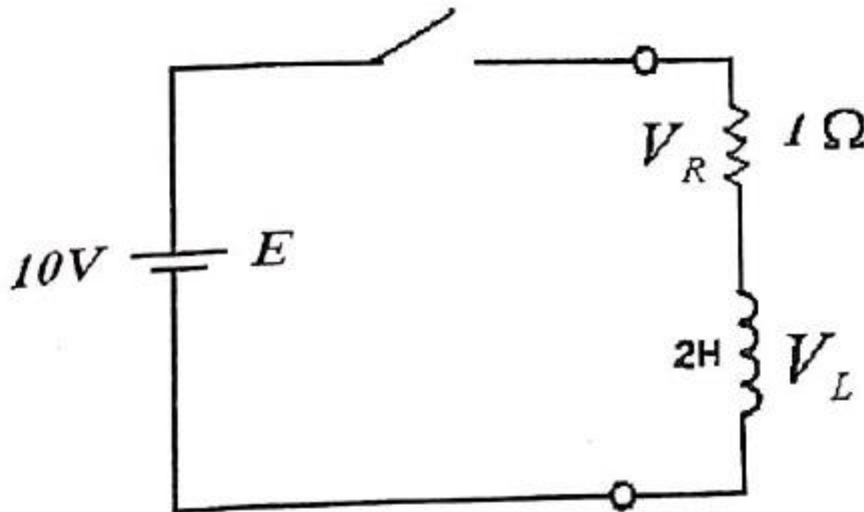
فإذا عملنا على إنقاص المحاثة في الدائرة فان التيار سوف يزداد تقريبا إلى ما لانهاية . والرسم في الشكل (9-6) يوضح ذلك والوجود الملحوظ للمحاثة في الدائرة

يعمل عكس التغير الفجائي في التيار من الصفر إلى قيمة عالية جدا بواسطة جعل التيار يرتفع ببطء ومعدل الاستقرار يتحكم به بواسطة المعدل V/R .

6-10 ارتفاع (سهوله)التيار في المحث العملي

Ease of current in a practical inductance

بسبب أن أي سلك منظم لا يمتلك مقاومة عند درجة حرارة الغرفة و كل الملفات العملية تمتلك بعض المقاومة للمحاثة لذلك يكون هناك ممر واحد لحاملات لشحنة لكي تتدفق خلالها . لذلك يجب أن نعتبر أن الملف العملي يتكون من محاثة ومقاومة على التوالي كما موضح في الشكل (6-12) .



الشكل(6-10)

عندما نغلق المفتاح في الدائرة الموضحة في الشكل (6-10) فان هبوط الفولتية عبر المقاومة مضافاً إلى هبوط الفولتية عبر المحاثة في الملف (تنتج من عداد القوة الدافعة الكهربائية e.m.f المتولدة في الدائرة بسبب ارتفاع التيار) يجب أن يساوي الفولتية المسلطة حسب قانون كيرشوف للفولتية . ولذلك فان

$$E = V_R + V_L$$

ومن قانون اوم

$$V_R = IR$$

ومن معادلة (6-9) فإن

$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

نلاحظ في هذه الحالة إننا نستخدم الرموز الصغيرة للتيار والفولتية بسبب إننا اكتشفناه قريبا هذا التغير مع الزمن الحالي بعد غلق المفتاح .

التعويض عن كل من V_L , V_R في قانون كيرشوف بالمعادلة ينتج أن

$$E = IR + L\frac{di}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6\text{-}10$$

إذا أردنا أن ننظم المعادلة السابقة لايجاد التيار (اللحظي) في الدائرة نستطيع أن لحسب الهبوط بالجهد عبر المقاومة من قانون اوم .

وبطرح V_R من E يعطينا الفولتية الفعالة الهابطة عبر الملف (المحث) .

لذلك حل المعادلة (6-10) التي تتضمن (i) على الأساس الجبري لذلك يجب أن نجعل هذه المعادلة بالنسبة للتيار اللحظي ونلاحظ إذا أقمنا الدائرة من السلوك السابق في بحث ارتفاع التيار في الدائرة المبينة في الشكل(6-8) .

المحاثة في الملف العملي و الفولتية المسلطة في الشكل (6-10) تكون نفس الملفات العملية في الشكل (6-8) ولذلك لا يرتفع التيار أكثر من معدل النموذج الموضح في الرسم البياني في الشكل (6-9) ومرة أخرى ستكون الفولتية المحتثة للمحاثة اكبر من الفولتية المسلطة لذلك لا توجد مقاومة في الدائرة للشكل(6-8).

لذلك لا توجد قيمة نهائية للتيار اللحظي . لكن هذه الحالة في الملفات العملية ليس من المحتمل أن يزداد التيار إلى القيمة التي تكون فيها(IR) اكبر من الفولتية المسلطة.

و باستخدام قانون كيرشوف مرة أخرى ..

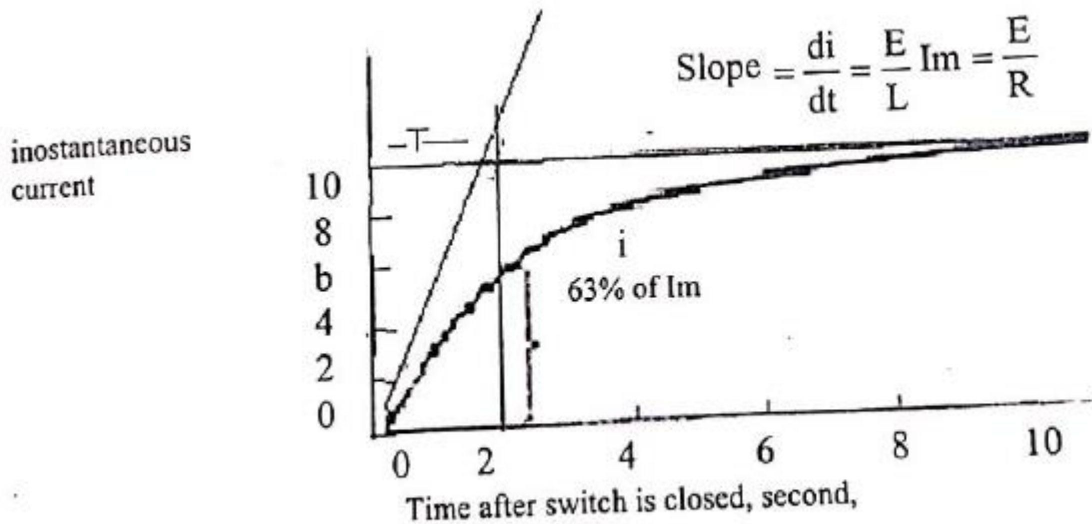
القيمة الكبرى اللحظية يمكن ان تكون مثل($V_R = E$) وعندما يحدث هـذا فـان $V_L = 0$ و الفولتية عـبر المحاثـة تكـون صفـر و $\frac{di}{dt}$ تسـاوي صفـر والـتي تسـمح لنا باستخدام الرموز من الحروف الكبيرة

$$I_m = \frac{E}{R} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6\text{-}11$$

هذه النهايتين للتيـار في الرسـم البيـاني للملـف العملـي موضحـة في الشـكل (6-11) والمحاثة عكس التغيير في التيار ويوضح ذلك الشـكل (6-9). التيـار لا يرتفـع لحظياً عند غلق المفتاح بل يجب أن يبني مــن الصفـر في هـذه الحالـة غلـق المفتـاح في الشكل (6-10) ويكـون التيـار المـار خـلال المقاومـة صفـر ولا توجـد فولتيـة عبرهـا (المقاومة) ولذلك في هذه الحالة يكون المفتاح مغلق والفولتية الفعالة تساوي الفولتيـة المسلطة والتي يجب أن تظهر عبر المحاثة لذلك فإن

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_L}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6\text{-}12$$



الشكل (6-11)

وهذا هو نفس معدل التغير في التيار المبني في الشكل (6-11) لذلك فإن المقاومة لا توصل أو كأنها غير موجودة إذا لا يوجد تيار خلالها .

لذلك الخط البياني للتيار اللحظي في الشكل (6-11) يبدأ من نفس الميل في الشكل (6-9) .

التيار يزداد و بتنظيم معين ليولد فولتية محتثة عبر المحاثة وهبوط الفولتية خلال المقاومة يجب أن يرتفع نتيجة للفولتية المحتثة Ve+VL=E يجب أن تنقص أو تقل طبقاًلذلك فإن معدل التغير في التيار يجب أن يصبح أصغر .

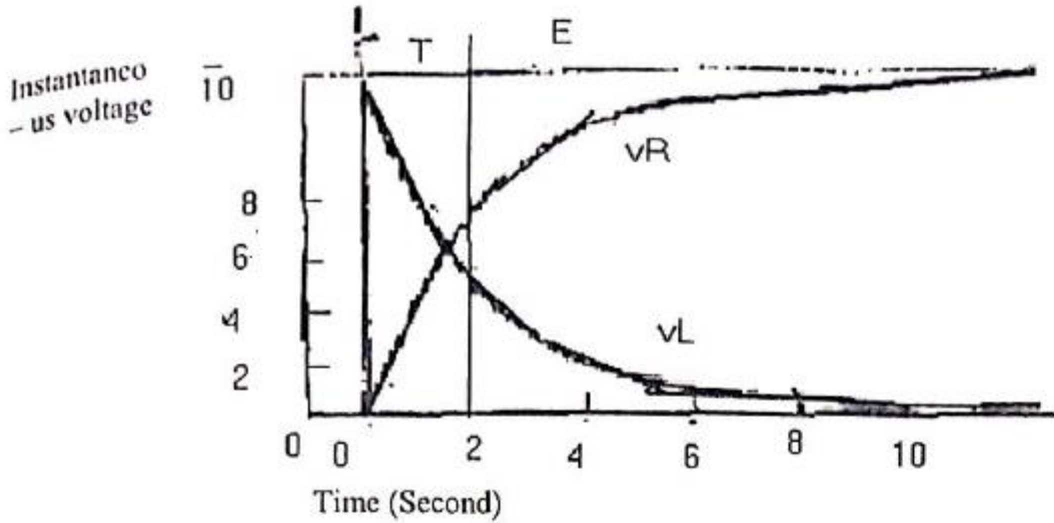
والميل للتيار اللحظي للمنحنى في الشكل (6-11) يصبح أكثر تدريجاً (gradual). لذلك التيار يبدأ يصعد أقل تموجاً ويبقى في الصعود و علية فإن الفولتية الفعالة يجب أن تقل .

لذلك V_L تصبح قليلة ومعدل التغير في التيار يجب أن يصبح صغيراً .

ونتيجة لذلك فإن التيار اللحظي المبني في المنحنى في الشكل (6-11) يستمر ليصبح أو يبقى أكثر تدريجاً بعد فترة زمنية ملحوظة يصل التيار إلى أعلى قيمة والذي ينتج هبوط الفولتية عبر المقاومة تساوي الفولتية المسلطة و علية فإن التيار لا يتغير أطول من ذلك لكن يكون مستقر ليعطي قيمة معطاه بالمعادلة (6-11) ولذلك عندما نغلق المفتاح في دوائر التيار المستمر نربط المقاومة مع المحاثة على التوالي ،والتيار لا أن يمكن يؤخذ لحظياً على القيمة من (E/R) ويكون في هذه الحالة إذا لم توجد محاثة في الدوائر .

وتأثير المحاثة يكون على وصول التيار إلى القيمة حالة الاستقرار على المنحنى في الشكل (6-11) لذلك يصل التيار إلى قيمة حالة الاستقرار و قد لا يظهر تأثير المحاثة في الدائرة لذلك VR=iR والمقاومة تكون ثابتة والرسم البياني لهبوط الفولتية عبر المقاومة في الدائرة يجب أن يكون نفس الرسم البياني للتيار اللحظي كما مبين في الشكل (6-12) ونستطيع أن نحصل على الرسم البياني للفولتية اللحظية عبر المحاثة وذلك بطرحIR اللحظية من الفولتية المسلطة الثابتة إلى الفولتية اللحظية عبر المقاومة و المحاثة

$$V_L = E - V_R$$



الشكل (6-12)

6-11 ثابـت الزمـن: Time Constant

عندما نغلق المفتاح في دوائر التيار المستمر التي تحتوي علـى محاثـة فإنـها تـأخذ زمن حتى يبدأ التيار في الصعـود إلى أن يصـل إلى حالـة الاسـتقرار ،ولاحقـاً سـوف نحسب عنصر الزمن بشـكل مباشـر في معادلـة المنحنـى المظلـل للتيـار اللحظي كما بالشكل (6-11) ونستطيع اشتقاق بطريقة سهلة ومناسبة حساب الفترات الزمنيـة عـن طريق افتراض بأن التيار يستطيع الاستمرار في الصعود بمعدل ثابت مساوياً للمعـدل الابتدائي للصعود حتى يصل إلى حالة الاستقرار كما موضح في الخطوط المظللة في الشكل (6-11) وتسمى هذه الفترات الزمنية بثابت الزمن للدائرة (LR) .

وبناء على الافتراض أعلاه نستطيع تعريف ثابت الزمن. الثابت الزمني لـ (LR) هو عبارة عن الزمن الذي يأخذه التيار كي يصل إلى قيمة حالة الاستقرار إذا استمر في الصعود عند المعدل الابتدائي للتغير على طول الفترة الزمنية كلها .

يرمز لثابت الزمن بالحرف الإغريقي τ. ان معـدل التغـير في التيـار ثابتـاً كما موضح بواسطة الخط المستقيم المظلل

بالشكل (6-11) يمكن التعبير عن تيار حالة الاستقرار ببساطة كالآتي

$$I_m = \tau \times \frac{di}{dt}$$

لكن $Im=E/R$ 6-11

و $di/dt=E/L$ 6-12

ومنة ينتج $\tau=\frac{L}{R}$ 6-15

حيث τ عبارة عن الطول الزمني محسوباً بالثواني ويعـرف بالثابت الزمـني وـL هي المحاثة للدائرة مقاسه بالهنري و R هي المقاومة في الدائرة مقاسه بالاوم .

لاحظ أن الثابت الزمني لدائرة LR (بحث عملي)تتناسب طردياً مع المحاثة .

إذا ضاعفنا المحاثة فإن المعدل الابتدائي لصعود التيار سيكون في نصف القيمة العظمى فقط وسيستغرق ضعف الفترة الزمنية للوصول إلى قيمة حالة الاستقرار .

كذلك انّ ثابت الزمن يتناسب عكسياً مع المقاومة إذا ضاعفنا المقاومة فإن تيـار حاله الاستقرار سيكون فقط نصف القيمة المعتادة لقيمة محاثة معينة ،التيـار (الصـاعد عند نفس المعدل) سوف يأخذ نصف الفترة الزمنية ليصل إلى حالة الاستقرار.

لاحظ أيضا أن الفولتية المسلطة ليس لها تأثير على ثـابت الزمـن . إذا ضاعفنـا الفولتية المسلطة سنضاعف المعدل الابتدائي لصعود التيار (E/L) لكن سنضاعف أيضا تيار حالة الاستقرار E/R . علاوة على ذلك سيأخذ بالضبط نفس الوقت للوصول إلى حالة الاستقرار .

ليس من المهم ما إذا كانت قيم R,L معروفة في الفترة الزمنية التي تعـرف ثـابت الزمن للتيار اللحظي حقيقة يصعد إلى 0.63 أردنا إعادة تعريف ثابت الزمن علـى انـه الزمن الذي يأخذه التيار اللحظي في دائرة RL حتـى يصـل 0.63 مـن قيمـة حالـة الاستقرار . سوف نـأخذ في عـين الاعتبـار انـه في الأغـراض العلميـة ليصـل التيـار اللحظي إلى حالة الاستقرار لـ E/R بعد فترة من الزمن تساوي خمسة اضعاف ثـابت الزمن .

مثال 2-6:

أ) ما هو تيار حالة الاستقرار في الدائرة الموضحة في الشكل(8-6)؟

ب) ما هي الفترة الزمنية التي يستغرقها التيار ليصل إلى هذه القيمة بعد غلق المفتاح؟

الحل:-

$$A)\, I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{1\Omega} = 2s$$

الزمن الذي يستغرقه التيار ليصل إلى حالة الاستقرار هو 5τ والذي يساوي $5\times2s=10s$

12-6 الحل البياني للتيار اللحظي

Graphical solution for instantaneous current

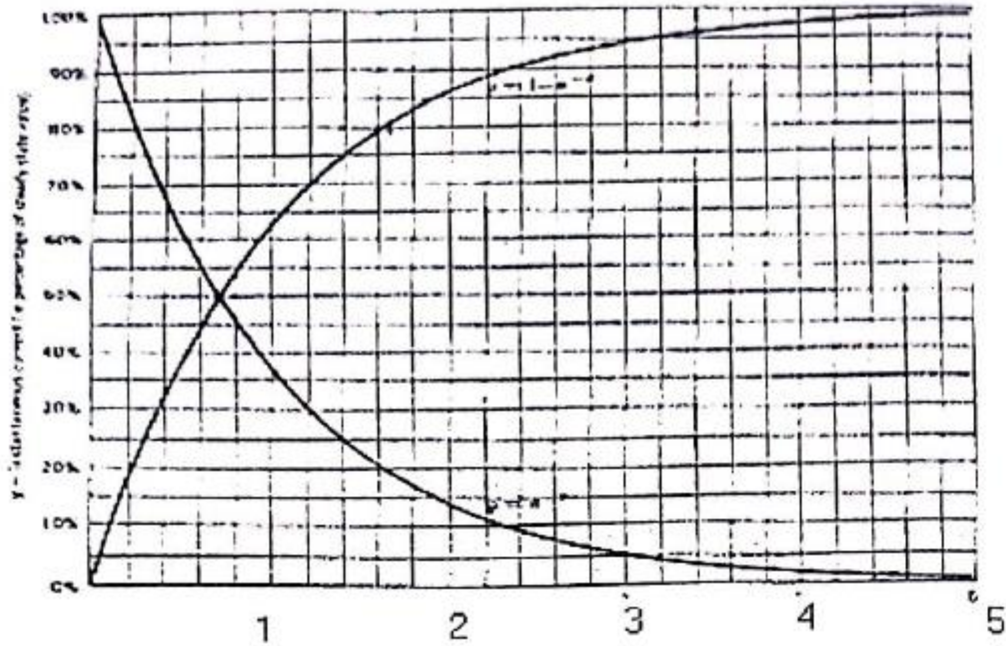
المطلوب أحيانا معرفة القيمة اللحظية للتيار التي ترتفع حاليا في الزمن بعد غلق المفتاح أو كم هي الفترة التي يأخذها التيار ليصل إلى قيمة حالة الاستقرار.

إذا أردنا رسم القيمة اللحظية للتيار في الرسم البياني في الشكل(11-6) ويكون مضبوط بما يكفي ، يمكن أن نحل هذه المسائل بيانياً من المنحنى التجريبي .

بغض النظر نحن حقا نلاحظ القيم التحليلية للفولتية المسلطة والمحاثة والمقاومة والمعدل الابتدائي لمعدل صعود التيار دائما سوف يكون E/L، و ستكون القيمة النهائية لحالة الاستقرار للتيار E/R ، ولكن لكل الأغراض العملية سوف يأخذ الزمن5L/R ليصل إلى قيمة حالة الاستقرار .

وهذا يسمح للمستخدم لرسم أشكال بيانية عديدة في الشكل(13-6) سوف يطبق كل القيم التحليلية لـ R,L,E.

سوف ندرج المحور العمودي (قيم التيار اللحظية) على المحور في الرسم البياني نتيجة القيم النهائية للتيار وتدرج المحور الأفقي للزمن بالثابت الزمني بالثواني.



الشكل (6-13)

مثال 3-6:

أ_ ما هي قيمة التيار اللحظية في الدائرة المبينة في الشكل (12-6) بعد ثانية واحدة بعد غلق المفتاح ؟

ب_ كم هي القيمة الحظية التي سوف يأخذها التيـار ليصعـد مـن الصفـر إلى خمسـة أمبير(5 A) ؟

الحل:-

أ_ نحسب الثابت الزمني في الدائرة كما يلي :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{1\Omega} = 2s$$

لذلك بعد ثانية واحدة ينتقل الزمن إلى 0.5 الثابت الزمني بعـد غلـق المفتـاح الموضح في الشكل (14-6) وقيمة التيار اللحظية تكون

$$i = 39\% \times \frac{E}{R} = 0.39 \times \frac{10V}{1\Omega} = 3.9A$$

ب) عند

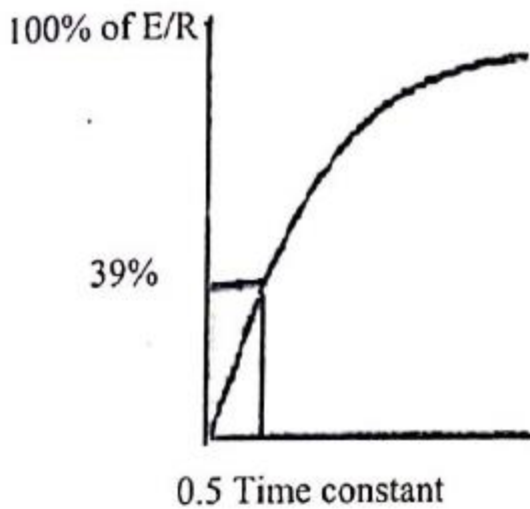
$$I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$$

$$5A = \frac{5}{10} \times I_m = 50\%\ I_m$$

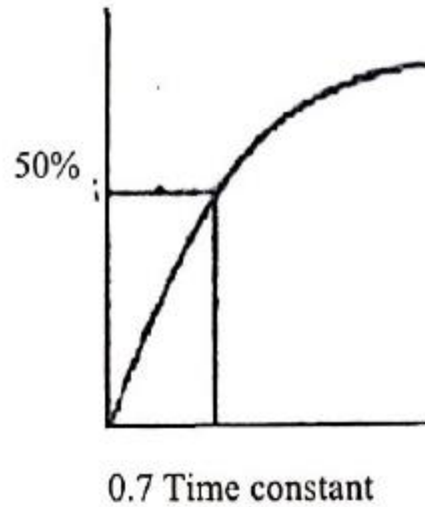
والمنحنيات في الشكل (6-13) تبين أن 0.7 هي قيمة الثابت الزمني .

والشكل (6-14-b) يبين قيمة التيار اللحظية ليصل إلى 50٪ من I_m ولذلك

$$\tau = 0.7\tau = 0.7 \times 2S = 1.4S$$



0.5 Time constant



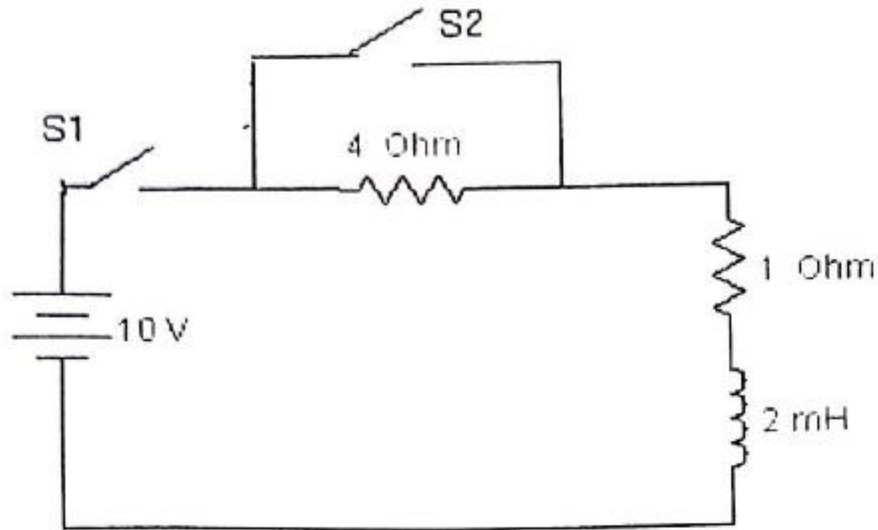
0.7 Time constant

الشكل (6-14)

مثال 6-4:

في الدائرة الموضحة في الشكل (6-15) المفتاح S_2 يكون مغلق لزمن 1S بعد أن المفتاح S_1 يكون مغلق.

ما هي قيمة التيار اللحظية بعد زمن مقداره 1S من غلق المفتاح S_2 ؟



الشكل (6-15)

الحل :-

الخطوة الأولى : عند غلق المفتاح S_1 فان المفتاح S_2 يكون مفتوح والمقاومة الكليـة في الدائرة تكون

$$RT = 4 + 1 = 5\Omega$$

والثابت ا لزمني

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{5\Omega} = 0.45$$

$$1S = \frac{1}{0.4} \times \tau = 2.5S$$

ومن المنحنى المبين في الشكل (6-15) عندما يكون $t=2.5\ \tau$

فإن $\frac{E}{R} = 0.92 \times \frac{10V}{5\Omega} = 1.84A$ و $i=92\%$

الخطوة الثانية: في الطريقة الأولى إذا أعتبرنا أن منحنى التيار اللحظي للدائرة الجديدة التي مقاومتها مقدارها واحد(1Ω) في الدائرة .

فإن حالة الإستقرار النهائية للتيار تصبح $I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$

لكن عند لحظة غلق S_2 فالتيار طبعاً يكون 1.84A لهذا يجب أن نحدد موقع هـذه النقطة على الرسم البياني ودرجه إغلاق الجمع للزمن S_1

من الشكل(6 –16 a) يساوي $\frac{1.84}{10} \times I_m = 18.4\%$ من 1.84A من I_m

ومن المنحنى المبين في الشكل(13- 6) فان التيار هو $i = 18.4\%$ من I_m

$$t = 0.2\tau = 0.2\frac{L}{R} = 0.2 \times \frac{2H}{1\Omega}$$

علاوة على ذلك مع الزمن

أو 1.45في درجة المنحنى في الشكل(6-16a) ولكن بدلالة الثابت الزمني فإن

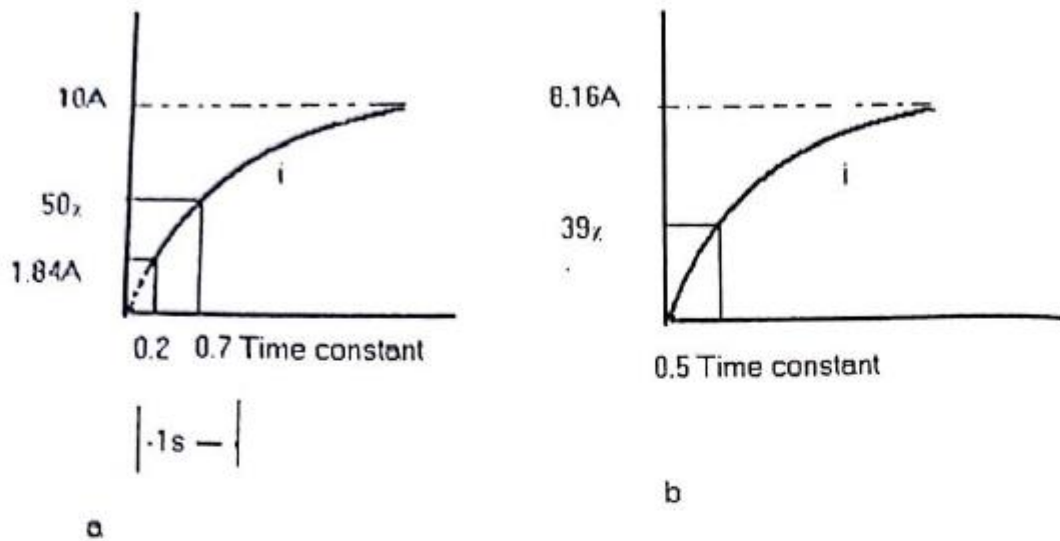
$$1.4s = \frac{1.4}{2} \qquad \tau = 0.7$$

مرة أخرى من الشكل (6-13) عندما $t=0.7\tau$ فإن التيار يساوي

I=50% من Im والذي يساوي $Im = 0.5 \times 10A = 5A$

الخطوة الثالثة: الطريقة المترددة تتطلب فقط قراءة واحدة من الرسم البياني التجريبي المتعدد ويكون أساس جمع الصعود في التيار بعد غلق المفتاح S2 .

لذلك بدأنا في الخطوة الثانية مع 1.84A المتدفق في المحاثة ولذلك فإن $Im = \frac{E}{R}$ ويساوي $\frac{10V}{1\Omega} = 10A$ يكون أعلى ارتفاع لصعود التيار 10-1.84=8.16A والثابت الزمني $\frac{L}{R}$ يساوي 2S $= \frac{2H}{1\Omega}$ ، ولهذا فان فترة انتقال الزمن لـ1S بعد الغلق المفتاحS2 تمثل نصف ثابت الزمن $\frac{1}{2}\tau$ ومن الشكل (6-13) نصف الثابت الزمني فإن القيمة اللحظية للتيار سوف تصعد إلى39% إلى أعلى مجموع التيار Addition (Current) في الشكل (6-16b) I=39% من 8.16A يساوي 3.18A والقيمة الخطية للتيار عند غلق S_1 بعد غلق S_2 سوف يكون 3.18 A أكبر عندما يكون S_2 مغلقاً لذلك $i = 1.84 + 3.18 = 5A$



الشكل(6-16)

6-13 الحلول الحسابية للتيار اللحظي

Calculator solution for instantaneous current

الحل البياني للتيار اللحظي يكون مضبوطا ًوكافياً لمعظم الأغراض وله فوائد تساعدنا تصور سلوك المحاثه في دوائر التيار المستمر

إذا طلب منا أن نحسب التيار اللحظي مع أعلى دقه يجب نحول إلى الأساس الجبري في المعادلة

$$E=Ir+L\frac{di}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6\text{-}10)$$

لذلك فإن المعادلة (6–10) هي معادلة تفاضلية ولكن نحل التيار اللحظي (i) يجب أن نلجأ أكثر من مرة لحساب الإجابة من المعادلة

$$I=\frac{E}{R}(1-e^{-x}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6\text{-}16$$

وحيث أن e=2.718 (الأساس الطبيعي للوغاريتم) $x=\frac{t}{\tau}$ $\tau=\frac{L}{R}$ لذلك

$$x=\frac{tR}{L}=\frac{t}{\tau}$$

ولهذا يمكن أن نعتقد أن X مثل انقضاض الزمن مقاساً بالثابت الزمني.

مثال (3-6):

(1) ما هي القيمة اللحظية للتيار في الدائرة المبينة في الشكل (10-6) بعد ثانية 1s من غلق المفتاح؟

(2) ما الفترة الزمنية التي يأخذها التيار اللحظي في هذه الدائرة ليصل إلى 5A ؟

الحل :-

$$=\frac{t\times 1\Omega}{1H}X=0.5 \qquad (1)$$

$$I=\frac{E}{R}(1-e^{-x})=\frac{10v}{1\Omega}(1-e^{-0.5})=10\times(1-0.6065)=3.93A$$

وحساب سلسلة هذه التراكيب يصبح

$$10\times(1-0.5+1-e^{x})$$

$$I=\frac{E}{R}(1-e^{-x})$$

$$5=\frac{10v}{1\Omega}(1-e^{-x})$$

ومن هذا $e^{-x}=0.5$

$$-x=\ln 0.5=-0.693$$

إذاً $t=x\times\frac{L}{R}=0.693\times\frac{2H}{1\Omega}=1.39S$

مثال (6-4):

في الدائرة الموضحة في الشكل (6-18) المفتاح S2 يكون مغلق بعد 1s بعدها S2 يكون مغلقاً بعد 1s ما قيمة التيار اللحظية بعد 1s من غلق المفتاح S2؟

الحل:

الخطوة الأولى:

1s بعد ثانية واحدة من غلق المفتاح

$$X = t \times \frac{R}{L} = 1s \times \frac{5\Omega}{2H} = 2.5$$

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-x}) = \frac{10V}{5\Omega} \times (1 - e^{-2.5}) = 2 \times (1 - 0.0821) = 1.84A$$

الخطوة الثانية (A):

باستخدام الطريقة الموضحة بالشكل (6-18a).

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-x})$$

$$1.84 = \frac{10V}{1\Omega}(1 - e^{-x})$$

$$e^{-x} = 0.816$$

ومن ذلك $X = 0.203 = t \times (R/L)$

$t = 0.203 \times (2H/1\Omega) = 0.406s$

في الثانية التالية

$t = 1.406s$

وبذلك $X = 1.406s \times (1\Omega/2H) = 0.703$

$$i = \frac{E}{R}(1 - 0.495) = 5.05A$$

$= 10 \times (1 - 0.495) = 5.05A$

الخطوة الثانية (B):

باستخدام الطريقة الموضحة في الشكل (6-16b)

مجموع القيم العظمى للتيار 8.16A=10-1.84=

مجموع القيم الفعالة للتيار بعد 1S من غلق المفتاح S2

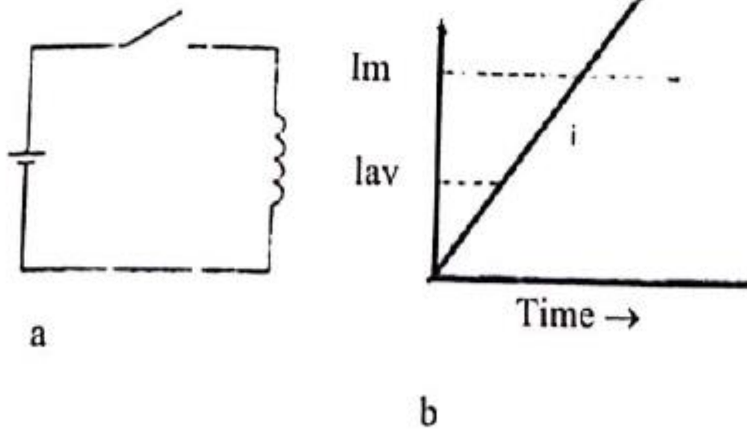
$$i = 8.16 \times (1 - e^{-(1\times1)/2}) = 8.16 \times (1 - 0.6065) = 3.21A$$

ولذلك المجموع الكلي للقيم اللحظية للتيار بعد 1s من غلق المفتاح S2 تساوي

I=1.84+3.21=5.05

6-14 الطاقة المخزونة في الملف:Energy stored by inductor

اذا ربط ملف مثالي الى مصدر فولتية ذو مقاومة داخلية مهملة فان الفولتية المتولدة بواسطة المحث يجب ان تبقي ثابتة وتساوي الفولتية المسلطة . وبذلك يزداد التيار بمعدل ثابت كما مبين في الشكل (6-16b) ان المصدر يجهز طاقة كهربائية الى المحث المثالي بمعدل P=Ei. ولكن المحث لايحول هذه الطاقة الى حرارة اوضوء كما في المقاومه . ان الطاقة التي يجهزها المصدر يتم خزنها في المجال المغناطيسي لان الزيادة في التيار يجبر خطوط المجال المغناطيسي علي التوسع (expand) عكس خصائصها التي تحاول ان تكون اقصر ما يمكن.



الشكل (6-17)

ولحساب الطاقة المخزونة بالملف يجب ان ناخذ بعض القيم النهائية للتيار Im في الشكل(6-19b) ولنجدكم كمية الطاقة الخارجة التي تكون مخزونة عندما يزداد التيار إلى هذه القيمة .

في دوائر المقاومات فقط لايتغير التيار والفولتية مع التغير في الزمن نجد ان

W=Pt=Vit

ورغم ذلك فإن الفولتية تبقى ثابتة في الدائرة المبينــة في الشـكل (6-17) والتيـار يزداد فجأة عندما ينقص الزمن .

عندما يكون معدل التغير في التيار ثابت فــإن القيمـة الفعالـة للتيـار اللحظي ترتفع من الصفر إلى Im كما مبين في الشكل (6-17b) وسوف تكون نصف Im.

لذلك W=V×1/2 Im ×t لكن

$$W = V \times \frac{I_m}{2} \times t$$

$$V = L\frac{di}{dt} \quad \text{.................................6-9}$$

وبما أن معدل التغيير في التيار ثابت فإن

$$V = L \times \frac{\text{Im}}{t}$$

وبالتعويض ينتج

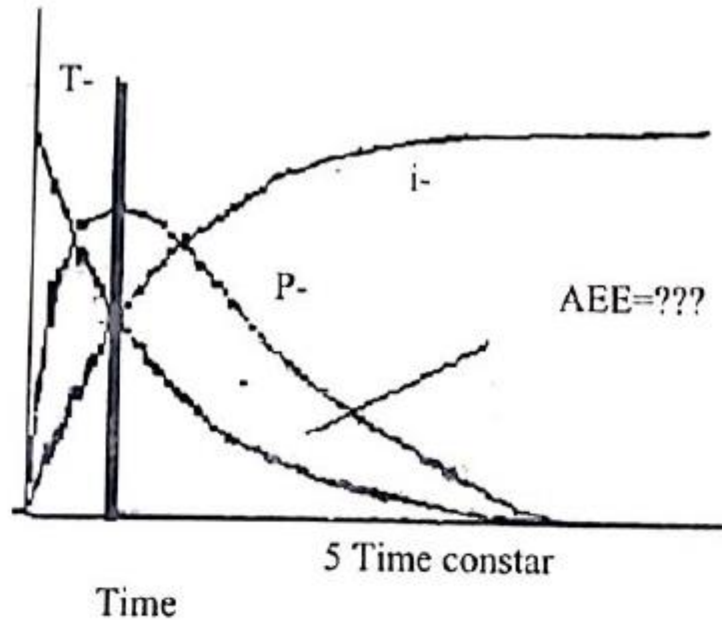
$$W = L \times \frac{I_m}{t} \times \frac{1}{2} I_m \times t$$

$$W = \frac{1}{2} L I_m{}^2 \quad \text{...............................6-17}$$

في هذه الحالة كل مــن الفولتيـة والتيـار اللحظـي يتغـيران في الملفـات العمليـة ومعدل هذا التغيرغير ثابت .

بواسطة الرسم المضبوط اولاً للقيم اللحظية للفولتية والتيار خلال المحاثة على مكان الورق البياني نستطيع أن نرسم الوسم البياني للمعدل اللحظي الذي تكون عنده المحاثة للدائرة تخزن الطاقة من العلاقة P=Vi.

بواسطة حساب القدرة اللحظية على طول الخط الأفقي في الرسم البياني يمكن أن نحصل على القدرة اللحظية في الرسم كما مبين في الشكل (6-18). عندما يصل التيار في الملف العملي إلى قيمة حالة الاستقرار والذي يكون Im = E/R فإن المجال المغناطيسي يتلاشى والفولتية المتولدة بالمحاثة تهبط إلى الصفر لذلك فان القدرة اللحظيةP=Vi تصبح صفر.ولذلك تزداد كمية الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي للملف فقط بينما يرتفع التيار إلى أعلى حتى يصل إلى حالة الاستقرار . وعلى ضوء ذلك يبقى التيار ثابت عند حالة الاستقرار هذه، والكمية الثابتة للطاقة تكون مخزونة في المجال المغناطيسي.



الشكل (6-18)

رغم ذلك لا يوجد مجموع طاقة مخزونة بالمحاثة في الملف العملي عندما تقل I_m والطاقة سوف تكون ثابتة متبددة في مقاومة الملف عند معدل الاستقرار فان $P = I_m^2\ R$ والطاقة تكون مخزونة في الملف في شكل ديناميكي والتيار يجب أن يستمر

لبتسرب إلى المجال المغناطيسي لكي يحافظ عليه يمكن مقارنة الطاقة المخزونة بالملف بالطاقة المخزونة بالمكثف عندما يشحن المكثف ينتهي شحن التيار ،والمجال الكهربائي للمكثف يخزن الطاقة بشكل متوازن .

نلاحظ التشابه بين الشكل والفرق الهام يكون في منحنى الفولتية للرسم البياني الوحيد حيث يصبح منحنى التيار في الجانب الآخر $P = vi$.

والرسم البياني للقوة اللحظية يكون نفسه في كل الرسومات ومرة أخرى المعدل اللحظي للطاقة المخزونة p يصل إلى اعلى قيمة عندما i_l يزداد إلى $\frac{1}{2}I_m$ عند نفس اللحظة في الزمن نفسه تهبط الـ VL إلى $\frac{1}{2}$ E.

مرة أخرى المساحة المكونة للقدرة اللحظية في الرسم البياني في الشكل البياني (6-18) تمثل حاصل ضرب القدرة الفعالة والزمن التي تمثل الطاقة المخزونة في المحاثة وباللجوء إلى أساس التكامل لكي نحسب هذه المساحة والطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي للملف العملي في الشكل (6-18) وزمن وصول التيار إلى حالة الاستقرار تكون

$$W=\frac{1}{2}LI^2 \qquad \text{6-18}$$

حيث W تمثل الطاقة المخزونة بالجول

L تمثل المحاثة بالهنري .

I يمثل التيار المستمر بالأمبير ($I = E/R$)

مثال (6-5):

ما هي الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي في الملف الذي محاثته تكون 5H ومقاومته 2 Ω عندربط بمصدر فولتية مقدارها 24V ؟

الحل : -

$$I = \frac{E}{R} = \frac{24v}{2\Omega} = 12A$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 5H \times (12A)^2 = 360J$$

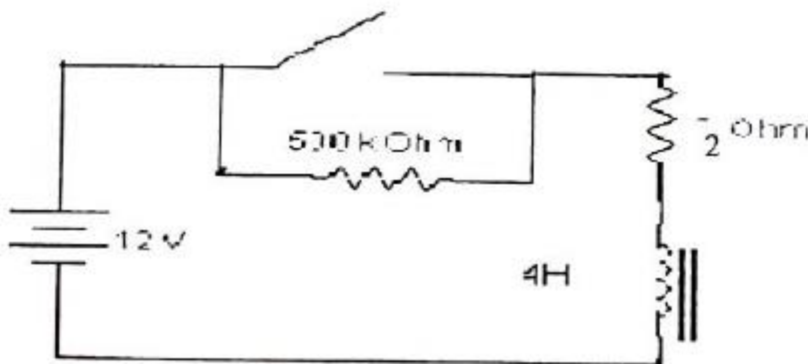
6-15 تلاشي (انحدار) التيار في الدوائر الحثية:

Fall of current in an inductive circuit

إعاقة تدفق التيار في دوائر المحاثة يشبه تحريك أصابعنا بعد لف حزم المطاط للموتور في مودل الطائرة ،لذلك الطاقة المخزونة تتحرر ويمكن أن تعرف المحاثة في الدائرة باحتمالية أنها تميل إلى عكس أي تغيير في التيار ، إذا أخترنا الرسومات البيانية للقيم اللحظية للتيار في هذا الفصل يمكن أن نلاحظ أنه ليس من المحتمل للتيار أن يتغير لحظياً .

لذلك عند هذه اللحظة نفتح المفتاح المبين في الدائرة التي في الشكل (6-19) والتيار الذي في الملف يجب أن يكون نفس التيار قبل فتح المفتاح ولغرض في حساب تأثير إعاقة مرور التيار في محاثة دوائر التيار المستمر يجب أن نعطي قيمة معينة لمقاومة التسرب ($500K\Omega$) عند فتح المفتاح وتيار حالة الإستقرار قبل فتح المفتاح يكون

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12V}{2\Omega} = 6A$$

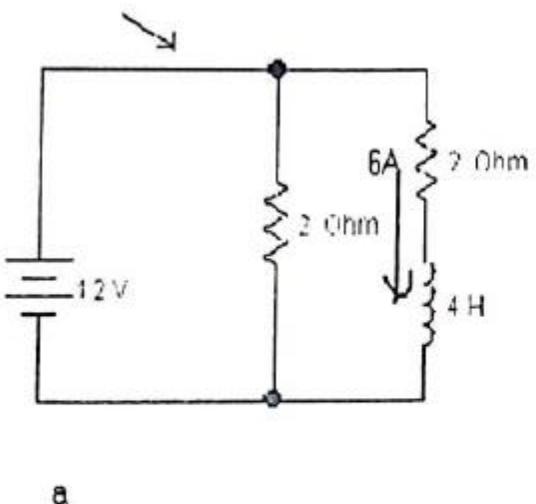


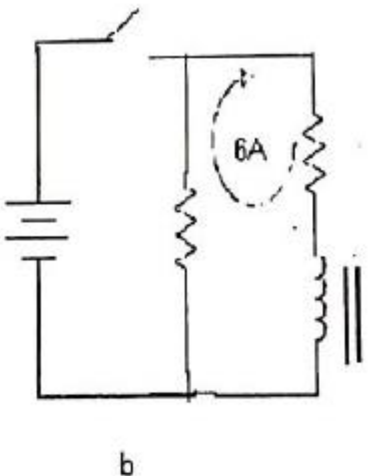
الشكل (6-19)

ليس فقط سوى قدح القوس (arcing) مكونات المفتاح ، لكن عازل الملف سوف يتلف ولذلك يجب أن نصمم دوائر التيار المستمر التي لا تعيق أبداً التيار في الملف .

مثال (6-6):

ما هي الفولتية عبر وصلة المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (6-20) عند لحظة فتح المفتاح ؟





الشكل (6-20)

الحل : -

حالة استقرار التيار خلال الملف تكون

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12v}{2\Omega} = 6A$$

رغم ذلك التيار الذي مقداره واحد أمبير يمر خلال المقاومة 12Ω مع اتجاه تقليدي الموضح في الشكل(6-20A) وهذا واحد أمبير لايتسرب خلال المحاثة في الدائرة عندما يكون المفتاح مفتوحاً ، سوف تعمل المحاثة على توليد المجال المغناطيسي المتلاشي وعبر المولد يكون الحمل الكلي Ω 12 و Ω2 على التوالي .

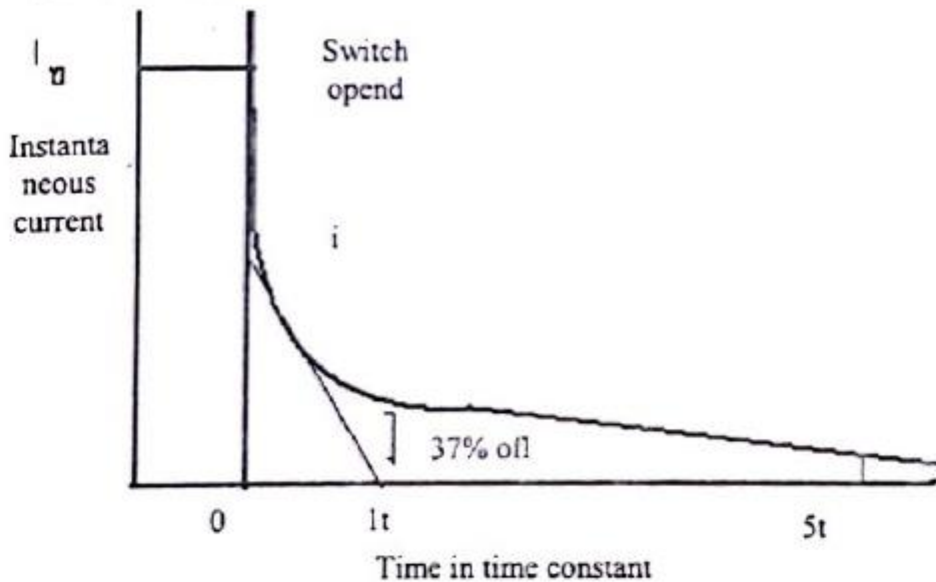
ولذلك فإن التيار خلال الملف لا يتغير لحظياً ، والتيار الذي مقداره 6 A مع الاتجاه الاصطلاحي الموضح في الدائرة(6-23a)سوف يتدفق خلال مقاومة 12 أوم .

وسوف تكون هبوط الفولتية الهابطه عبر المقاومة 12 أوم كالتالي

$$V = iR = 6A \times 12\Omega = 72V$$

ويكون هبوط الجهد تساوي 72 فولت عبر المقاومة 12 أوم وفرق الجهد 12 فولت للبطارية ولذلك تكون الفولتية الكلية عبر وصلات مفتاح عند لحظة فتح المفتاح

$$V = 72 + 12 = 84V$$



الشكل (6-21)

وطبقاً لقانون كيرشوف للفولتية مبدئياً الفولتية المحتثة يجب أن تساوي هبوط الفولتية عبر المقاومة الكلية عند لحظة فتح المفتاح لذلك

$$E_m = I_0 R_T \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6\text{-}19$$

عندما E_m تمثل قيمة الفولتية المحتثة بالمجال المغناطيسي المسلط و I_0 يمثل التيار المار في الملف عند لحظة فتح المفتاح (الذي يجب أن يكون نفسه قبل لحظة فتح المفتاح) R_T المقاومة الكلية للحلقة المغلقة للملف كما في المثال (6-6) $E_m = 6A \times 14\Omega = 84V$
ووفقاً لقانون لينز فإن اتجاه الفولتية المحتثة سوف تكون دائماً عكس اي تغير في التيار.

عندما يزداد التيار فإن اتجاه الفولتية المحتثة يميل لكي تلغي بعض الفولتية الخارجة المسلطة .

عندما يتحرك المصدر فإن المجال المغناطيسي حول الملف يتلاشى وقطبية الفولتية المحتثة بسبب تلاشي المجال تكون عكس الفولتية المتولدة بواسطة ارتفاع المجال ، هذه القطبية العكسية تميل كي تأخذ المكان الأصلي للمصدر كي تحافظ على تدفق التيار في الاتجاه الأصلي خلال الملف والمقاومة 12 أوم في الدائرة المبينة في الشكل (6-20) تسمى مقاومة التفريغ (discharge resistor)

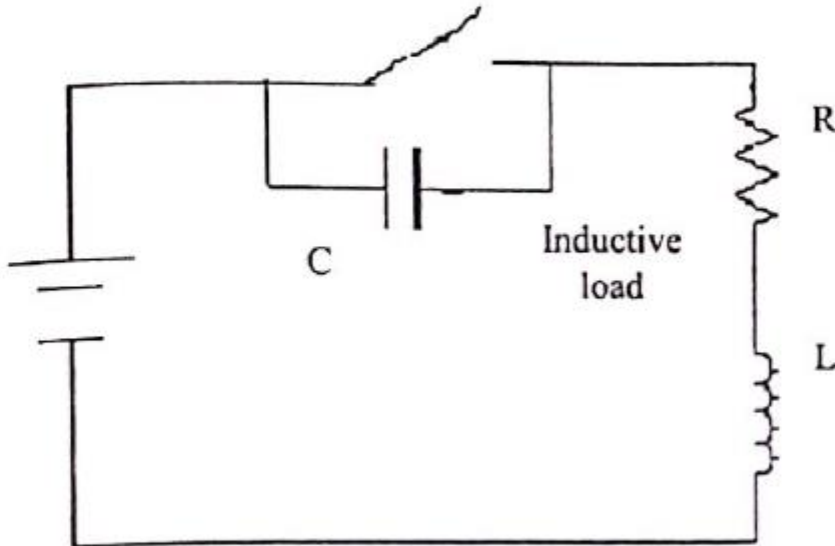
ونتيجة التحليل في المثال(6-6) الذي يوضح وجود مقاومه التفريغ لحماية الدائرة من وصلات المفتاح وعازل الملف من الفولتية العالية الزائدة عن حدها المتولدة في الدائرة .

بعض الاحتياطات أو الإعدادات يجب أن تصنع دائماً مع محاثة دوائر التيار المستمر التي تخزن الطاقة اللحظية مثال ذلك مجال الملفات في دوائر التيار المستمر في الموتور والمولدات والثايروستورات التي تكون ممتازة لهذه الأغراض .

ان الفولتية المحتثة في المثال (6-6) تكون صغيرة جداً عندما لا نستخدم مقاومه التفريغ ولذلك يجب ان يتلاشي المجال المغناطيسي بمعدل أكثر بطيء ولذلك يأخذ فترة زمنيه أطول ليفرغ الطاقة المخزونة عندما تكون مقاومه التفريغ موجودة في الدائرة، ولذلك يتلاشي المجال المغناطيسي وتعتمد قوة المجال المغناطيسي على التيار اللحظي في اللفات ، والتيار يجب أن يبدأ بالتناقص حال فتح المفتاح وفي حساب الزمن بالنسبة للتيار في دوائر المحاثة نستخدم مصطلح الثابت الزمني على أساس يكون معدل تغير التيار ثابت باستخدام نفس التقنية ،يمكن أن نعرف ثابت زمن

التفريغ بانه الزمن الذي يحتاجه التيار لكي يتناقص إلى الصفر إذا أستمر بالهبوط بمعدل مبدئي وبفترات زمنية كافية ،إذا أستمر التيار بالتناقص بمعـدل ثـابت يسـاوي المعـدل المبدئي في الشكل (6-21)

مبدئياً $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}$



الشكل (6-22)

لكن $\frac{di}{dt} = \frac{E_m}{t}$ و

$E_m = I_0 R_T$ 6-10

ومنه

$\tau = \frac{}{R_T}$ 6-20

ولذلك نحسب الثابت الزمني في الدائرة RL بنفس الطريقه بالضبط ، لذلـك لا يـهبط التيار بمعدل ثابت و إن الفولتية المحثة يجب أن تبقى ثابتة ولكن إذا تناقص التيار فـإن هبوط الفولتية عبر المقاومة يجب أن ينقص أيضاً وبسبب أن قانون كيرشـوف للفولتية يتطلب فولتية محثة تسـاوي هبوط الفولتية عـبر المقاومـة عنـد كـل لحظـةمن الزمـن.

الفولتية المحتثة يجب أيضاً أن تنقص وعندما تتناقص الفولتية المحتثة فإن المجال المغناطيسي ينهار بشكل أكثر بطئ وعلى هذا الاساس فإن معدل التغير في التيار يجب ان يصبح أصغر مع مرور الزمن وهذا يكون مشابهاً إلى زيادة التيار عندما يكون المفتاح مغلقاً ،والتفريغ اللحظي في الرسم البياني المبين في الشكل (6-21) له نفس الأساس في الشكل التجريبي .

الشكل (6-13) يتضمن رسماً بيانياً مضبوطاً للحل البياني لاضمحلال التيار في محاثة دوائر التيار المستمر.

مثال (6-7):

مفتاح الدائرة المبين في الشكل (6-20) يغلق عند زمن مقداره 3s ثم يفتح ،ما هي قيمة التيار اللحظي في الملف بعد (1/4)s من فتح المفتاح ؟

الحل: -

الخطوة الأولى:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{4H}{2\Omega} = 2s \quad \text{(الشحن)}$$

نعبر عن 3S بدلاله ثابت الزمن $\tau = 2s$

$$3S = \frac{t}{\tau} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ومن الرسم البياني لصعود التيار في الشكل (6-14) عندما يكون $t=1.5\ \tau$ ثابت زمني و $i=78\%$ من Im

فإن

$$i_t = 0.78 \times \frac{E}{R} = 0.78 \times \frac{12V}{2\Omega} = 4.7A$$

الخطوة الثانية:

$$\tau = \frac{L}{R_T} = \frac{4H}{(12 \times 2)\Omega} = 0.286S \quad \text{(التفريغ)}$$

وبالتعبير عن S(1/4) بدلاله ثابت الزمن $0286s$ = τفإن

ثابت زمني $\frac{1}{4}S = \frac{t}{\tau} = \frac{0.25}{0.286} = 0.875$

وفي الرسم البياني لاضمحلال التيـار في الشـكل (13-6) عندمـا t=0.88 τ و٪ $i_L = 42$ من I_l فإن

$$i_L = 0.42 \times 4.7A = 2A$$

والطريقة الثانية لمنع حدوث شرارة بالمفتـاح أو كسـر الوصـلات عندمـا نفتـح المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (20-6) وتكون موضحة في الشـكل (22-6) وعندمـا نضع المكثف بين وصلتي المفتاح فإن فرق الجهد عبر المكثف يكون صفراً بينمـا يكـون المفتاح مغلق ،ولذلك فان فرق الجهد لا يرتفع لحظياً عندما نفتح المفتاح وهناك وقت كافي لنقل وصلات المفتاح بعيداً بما فيه الكفايه بحيث لا تتولد شـرارة ،بعـض الطاقـة تنتج بسبب تلاشي المجال المغناطيسي للملف وينتج عنه شحن المتسعة .

المتسعة ستفرغ شحنتها جزئياً مكونة بذلــك مجـال مغناطيسـي حـول الملـف في الاتجاه المعاكس .

وتحدث دورات عديدة لاضمحلال الطاقة حتى تبـدد أو تسـتهلك كـل الطاقـة المخزونة في مقاومة الحمل .

6-16 الحلول الحسابية لتيار التفريغ الحظي

Calculator solution for instantaneous discharge Current

عندما نكتب معادلـة قـانون كيرشـوف للفولتيـة الموضحـة في الدائـرة (6-20b) الفولتية المسلطة في الدائرة تساوي صفر

$$0 = iR_T + L\frac{di}{dt}$$

بحل المعادلة للتيار اللحظي

$$i = I_0 e^{-x}$$

حيث I_0 هو التيار الابتدائي عند لحظة فتح المفتاح

$$e=2.718\ x=t(R_T/L)=\frac{t}{\tau}$$

مثال (6-6a):

المفتاح في الدائرة التي في الشكل (6-20) يغلق لمدة ثلاث ثواني ومن ثم يفتح ،ما هو التيار اللحظي في الملف خلال (1/4)s بعد أن يصبح المفتاح مفتوحاً ؟

الحل:-

الخطوة الأولى :

عندما نغلق المفتاح

$$x=t\times\frac{R}{L}=3S\times\frac{2\Omega}{4H}=1.5\tau$$

$$i_L=\frac{E}{R}(1-e^{-x})=\frac{12v}{2\Omega}\times(1-e^{-1.5})$$

$$=6A\times(1-0.223)=4.66A$$

الخطوة الثانية:

عندما يكون المفتاح مفتوحاً

$$X=t\times\frac{R_T}{L}=0.25S\times\frac{14\Omega}{4H}0.875\tau$$

$$i_L=I_0\times e^{-x}=4.66A\times e^{-0.875}=4.66\times0.417=1.94A$$

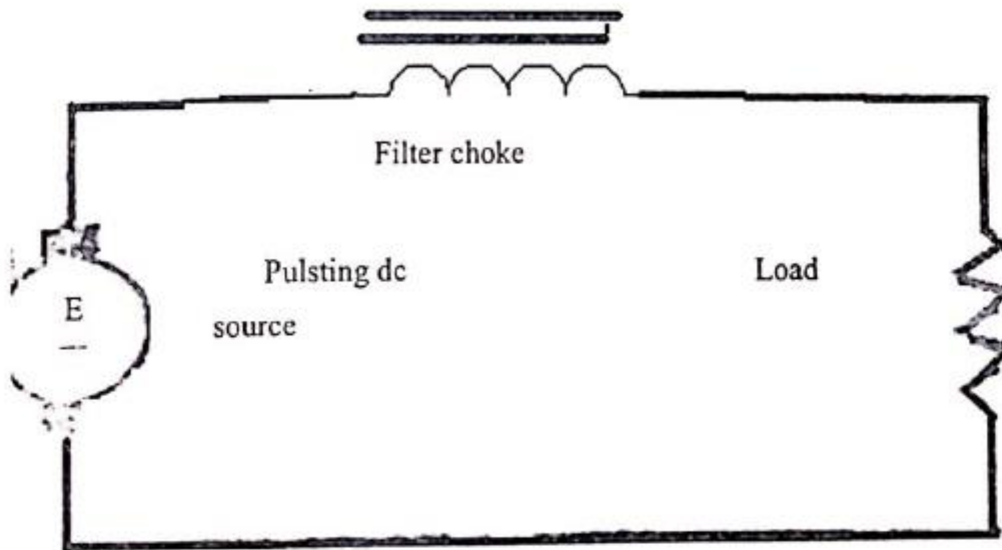
خصائص الدوائر الحثية للتيار المستمر

Characteristics of inductive DC circuits

لتخليص سلوك المحاثة في دوائر التيار المستمر فان اهم خاصية للمحث هي ان المحاث يولد فولتية محتثة التي دائما تحاول معاكسة اي تغير فيالتيار . وكنتيجة لهذة الخصائص فان التيار في الدوائر الحثية لايتغير لحظيا ويحتاج الى فترةزمنية لزيادة

(rise)ان (بين نقطتين لحظية يعتمد هذا الزمن على محثة و مقاومة الدائـرة عنـد غلـق المفتاح في دائرة حثية فانه يحتاج الى زمن للوصول الى مستوى الحالة المستقرة .

ان هذا التاثير يكون احيانا مهما لانها تلغـي التاثـير المفـاجئ (Suddu Surge) لمسحوب من المصدر و لكن عندما يتغير التيار في الدائرة الحثية (Interrupted) تتولـد فولتية محتثة عالية التي يمكن ان تحطم توصيلات المفاتيح (contact) والعوازل مـالم يتـم تجهيزها بدائرة ذات تصميم معين التي تجعله يقل تدريجيـا يمكـن استخدم فكـرة قيـام الحـث لمعاكسـة اي تغـير في التيـار في الترشـيح(fitering) او تغـيرات التنغيـم (Smoothing Variation) في تيار الحمل الذي يحدث عند تغذيـة الحمـل مـن مصـدر مستمر مثل دوائر التوحيـد الـتي تجـهز فولتيـة نبضيـة (Pulsating Voltage) كمـا في الشكل (6-23) كما ازدات فولتية المصدر اعلى من معدل قيمتـها (Average Value) فان زيادة التيار تؤدي قيم المحث بخزن طاقة اضافية في المجـال المغناطيسـي و عنـد نقـل فولتية المصدر تحت المعدل (Avarage) تنطلق (تتحرر الطاقـة المخزونـة لمحافظـة علـى اعلى قدرة ثابتة داخلة الى الحمل



الشكل (6-23)

الفصل السابع

العابرات Transients

المقدمة

7-1 دوائر RC من الدرجة الأولى

- تفريغ المتسعة خلال مقاومة
- شحن المتسعة من مصدر مستمر DC عبر مقاومة

7-2 الطاقة المختزنة للتيار الثابت DC

7-3 دوائر RL

7-4 دوائر RC و RL مع مصادر عامة

حل المعادلة التفاضلية الثابتة

7-5 دوائر الدرجة الثانية

المعادلة التفاضلية

النظير الميكانيكيدوائر C و L على التوازي

الأسئلة

الفصل السابع

العابرات Transients

المقدمة Introduction

في هذا الفصل سندرس الدوائر التي تحتوي على مصادر و مفاتيح و مقاومات ومتسعات.العابرات هي التيارات والفولتيات المتغيرة زمنيا الناتجة من التطبيقات المفاجئة للمصادر.

في التحليل للعابرات سوف نبدأ بكتابة معادلات الدائرة باستخدام المفاهيم المطورة، مثل KVL و KCL وتحليل الفولتية العقدي وتحليل التيار الشبكي لان العلاقة بين التيار والفولتية للمحاثات والمكثفات تتضمن تكاملات واشتقاقات لحصل منها على معادلات تفاضلية، تكاملية، يمكن تحويل هذه المعادلات إلى معادلات تفاضلية صرفه بواسطة اشتقاقها بالنسبة إلى الزمن.لذلك تحتاج دراسة العابرات إلى حل معادلات تفاضلية.

دراسة هذا الفصل تجعلك قادرا على:

1- حل دوائر RC أوRL من الدرجة الأولى.

2- إدراك مفاهيم الاستجابة العابرة واستجابة الحالة المستقرة.

3- علاقة الاستجابة العابرة لدوائر الدرجة الأولى بثابت الزمن.

4- حل دوائر RLC في ظروف الحالة المستقرة ذي الفولتية الثابتة.

5- حل دوائر الدرجة الثانية.

6- علاقة الاستجابة السلمية لنظام من الدرجة الثانية بتردداته الطبيعية ونسبة الإخماد.

7-1 دوائر RC من الدرجة الأولى First order RC circuit

في هذا الفصل سندرس الدوائر التي تحتوي على مصادر ثابتة(DC) مستقلة ومقاومات ومتسعة وحيدة.

تفريغ المتسعة خلال مقاومة Capacitor discharge through resistanse

كمثال أول لنأخذ الدوائر في الشكل (7-1a) عندما $t = 0$ تكون المتسعة مشحونة إلى فولتية بدائية.

يغلق المفتاح ويمر التيار من خلال المقاومة بسبب تفريغ المتسعة.أن معادله التيار عند العقدة العليا للدائرة بعد إغلاق المفتاح ينتج:

$$c\frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{v_c(t)}{R}=0$$

بالضرب في المقاومة R نحصل على:

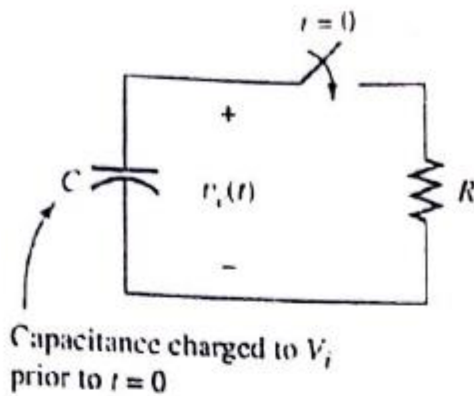
$$RC\frac{dv_c(t)}{dt}+v_c(t)=0 \qquad (7-1)$$

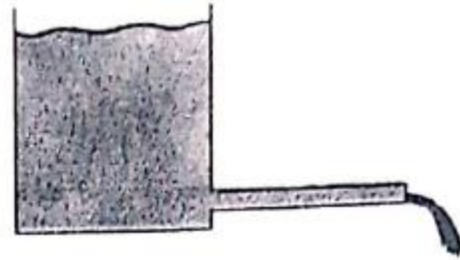
وكما نتوقع حصلنا على معادله تفاضلية.

توضح المعادلة (7-1) إن الحل لـ$v_c(t)$ يجب أن يكون دالة لها نفس شكل الاشتقاق الأول، وطبعا الدالة التي لها نفس هذه الخاصية هي الدالة الأسية. لذالك نتوقع أن الحل يكون بالصيغة التالية:

$$V_c(t)=Ke^{st} \qquad (7-2)$$

حيث K و s ثابتان يجب تحديدهما .





(a) Electrical circuit

(b) Fluid-flow analogy: a filled water tank discharging through a small pipe

الشكل (7-1):متسعة تفرغ خلال مقاومة و تدفق السائل المماثل. المتسعة مشحونة إلى Vi خلال الفترة إلى t=0 (باستخدام دوائر غير موضحة). عندما t=0 يغلق المفتاح وتفرغ المتسعة خلال المقاومة.

باستخدام المعادلة (7-2) للتعويض عن $v_c(t)$ في المعادلة (7-1) نحصل على :

$$RCKse^{st} + Ke^{st} = 0 \qquad (7-3)$$

بالحل للحصول على s نجد أن :

$$s = \frac{-1}{RC} \qquad (7-4)$$

وبالتعويض في المعادلة(7-2) نجد أن الحل هو:

$$v_c(t) = Ke^{-t/RC} \qquad (7-5)$$

بالرجوع إلى الشكل (7-1a) نفترض أن الفولتية عبر المتسعة لا يمكن أن تتغير بشكل آني عند غلق المفتاح وذلك لان التيار خلال المتسعة هو. $i_C(t) = dv_C/dt$ ولكي تتغير الفولتية بشكل آني يجب أن يكون التيار لانهائي.

بما أن الفولتية محددة يجب أن يكون التيار في المقاومة محدد ونستنتج من ذلك أن الفولتية عبر المتسعة يجب أن تكون مستمرة ولذلك تكتب

$$v_c(0+) = v_i \qquad (7-6)$$

بحيث $v_i(0+)$ تمثل الفولتية مباشرة بعد إغلاق المفتاح. وبالتعويض في المعادلة (7-5) نحصل على:

$$v_i(0+) = v_i = Ke^0 = K \qquad (7-7)$$

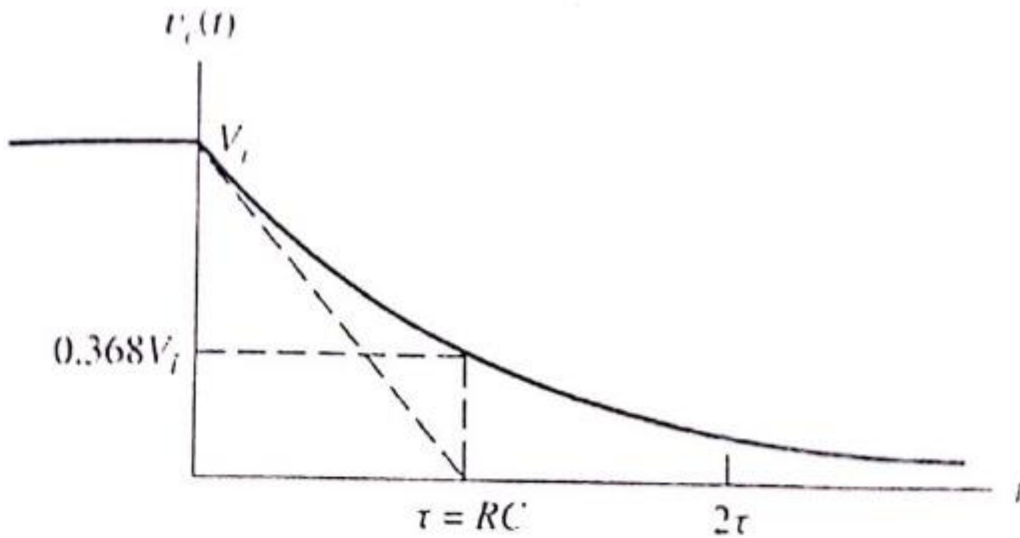
هكذا نستنتج أن الثابت K هو: الفولتية البدائية عبر المتسعة.وأخيرا فإن الحل للفولتية هو:

$$v_i(t) = v_i e^{-t/RC} \qquad (7-8)$$

الشكل (2-7) يوضح رسم بياني للفولتية مع ملاحظة أن الفولتية عبر المتسعة تتلاشى إلى الصفر.

الفاصل الزمني

$$\tau = RC \ (7-9)$$



الشكل (2-7) الفولتية مقابل الزمن للدائرة في الشكل (7-1a)

يسمى ثابت الزمن(time constant) للدائرة. خلال ثابت زمن واحد تتلاشى الفولتية بالعامل $e^{-1} \approx 0.368$ بعد حوالي خمس ثوابت زمنيه تصبح الفولتية المتبقية على المتسعة مهمله بالمقارنة مع الفولتية البدائية.

نظام لتدفق سائل مماثل موضح في الشكل (7-1b) الخزان المتلىء أوليا بالماء مماثل للمتسعة المشحونة، علاوة على ذلك الأنبوب الصغير مماثل للمقاومة.

في بادىء الأمر عندما يكون الخزان ممتلىء يكون التدفق كبير وينخفض مستوى الماء بسرعة وتتناقص سرعة التدفق كلما قل مستوى الماء.

في الماضي استخدم المهندسون بكثرة دوائر RC في التطبيقات الزمنية. على سبيل المثال عند فتح أو غلق باب مراب ميداور ضوء لمدة 30 ثانية. للحصول على ذلك يمكننا أن نصمم دائرة تحتوي على:

(1) متسعة تشحن إلى فولتية أوليه V_i خلال عملية فتح الباب.

(2) مقاومه لتفريغ المتسعة خلالها.

(3) دائرة تحسس تبقي المصباح مضاء طالما الفولتية للمتسعة أكبر من $0.368V_i$. إذا اخترنا ثابت الزمن $RC = \tau$ كي يكون 30 ثانية ستتم العملية المطلوبة.

شحن المتسعة من مصدر مستمر DC عبر مقاومة

للدائرة المبينة في الشكل (3-7) فولتية المصدر Vs ثابتة بمعنى لدينا مصدر آخر مستمر DC. هذا المصدر مربوط إلى دائرة RC خلال مفتاح يغلق عند $t = 0$. لنفترض أن الفولتية الأولية عبر المتسعة قبل غلق المفتاح

هي $v_c(0-) = 0$ يمكن الحصول على الفولتية عبر المتسعة كدالة للزمن كالآتي:

$$C\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t) - v_s}{R} = 0 \qquad (7-10)$$

الحد الأول من الطرف الأيسر من المعادلة يمثل التيار الراجع بالاتجاه الأسفل خلال المتسعة والحد الثاني يمثل التيار باتجاه اليسار خلال المقاومة. يتضمن قانون كيرشوف للتيار KCL إلى أن مجموع التيارات الخارجة من العقدة تساوي صفر. وبإعادة ترتيب المعادلة (7-10) نحصل على:

$$RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v_s \qquad (7-11)$$

كما هو متوقع حصلنا على معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى تحتوي على معاملات ثابتة. وكما في الدائرة السابقة فان الفولتية عبر المتسعة لا يمكن أن تتغير بشكل آني لذلك نحصل على:

$$v_c(0+) = v_c(0-) = 0 \qquad (7-12)$$

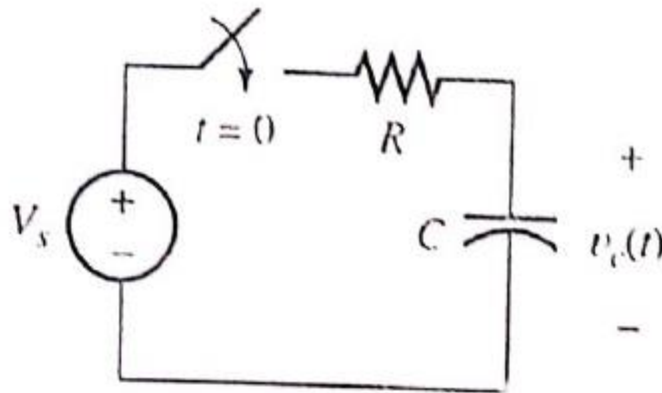
الآن نحتاج إلى أن نجد حلا لـ $v_c(t)$ لذلك:

(1) تحقق المعادلة (7-11).

(2) نطابق الحالات الأولية للدائرة المذكورة في المعادلة (7-12) مع ملاحظة ان المعادلة (7-11) هي نفسها المعادلة (7-1) ماعدا وجود ثابت في الطرف الأيمن.لذلك نتوقع ان الحل هو نفسه للمعادلة (7-1) ماعدا إضافة ثابت آخر.لذلك نحاول أن نجد حلا هو:

$$v_c(t) = K_1 + K_2 e^{st} \qquad (7-13)$$

حيث s, K_1, K_2 ثوابت يجب أن تحدد.



الشكل (3-7):متسعة تشحن خلال مقاومة

إذا استخدمنا المعادلة (7-13) للتعويض عن $v_c(t)$ في المعادلة (7-11) نحصل على:

$$(1 - RCs)K_2 e^{st} + K_1 = v_s \qquad (7-14)$$

لمساواة العامل e^{st} يجب أن يساوي صفر وهذا يؤدي إلى:

$$s = \frac{-1}{RC} \qquad (7-15)$$

ومن المعادلة (7-14) لدينا:

$$K_1 = v_s \qquad (7-16)$$

وبتعويض المعادلتين (7-15) و(7-16) في المعادلة (7-13) نحصل على:

$$v_c(t) = v_s + K_2 e^{-t/RC} \qquad (7-17)$$

حيث K_2 متبقي لكي يحدد.

الآن نستخدم الحالة الأولية وهي المعادلة (7-12) لإيجاد K_2 لدينا:

$$v_c(0+) = v_s + K_2 e^0 = v_s + K_2 \qquad (7-18)$$

ومنها نجد أن $K_2 = -v_s$ وأخيرا بالتعويض في المعادلة (7-17) فإن الحل هو

$$v_c(t) = v_s - v_s e^{-t/RC} \qquad (7-19)$$

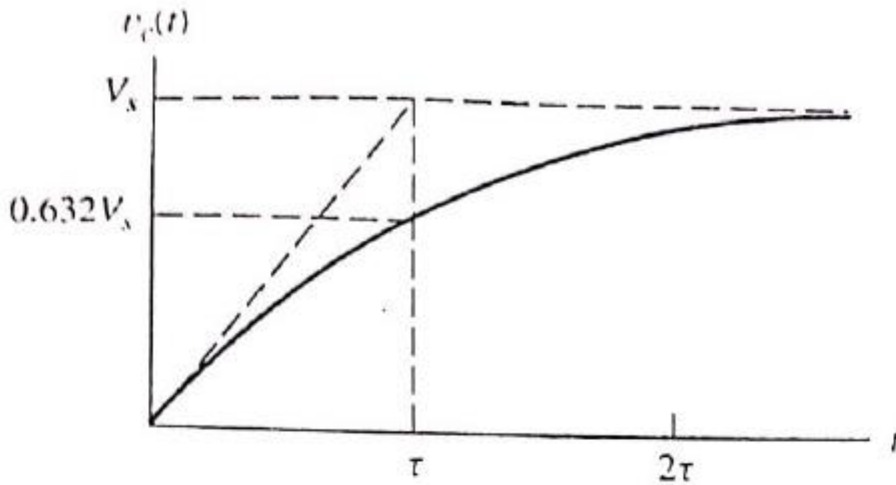
الحد الثاني من الطرف الأيمن يسمى الاستجابة العابرة (transient response) الذي في النهاية يقل إلى قيمة مهمله.والحد الأول من الطرف الأيمن هو استجابة الحالة المستقرة (steady-state response) يسمى ايضا الاستجابة الإجبارية (forced response) الذي يستمر بعد تلاشي العابر .هنا أيضا حاصل ضرب المقاومة بالمتسعة له وحدات زمن بالثواني ويسمى أيضا ثابت الزمن $RC = \tau$ للذلك يمكن كتابة الحل بالصيغة:

$$v_c(t) = v_s - v_s e^{-t/\tau} \qquad (7-20)$$

الشكل (4-7) يوضح رسما بيانيا لـ$v_c(t)$ مع ملاحظه أن $v_c(t)$ تبدأ من الصفر وتقترب من قيمتها النهائية v_s طردياً مع ازديادا .

بعد ثابت زمن واحد تصل قيمة$v_c(t)$ إلى 63.2٪ من قيمتها النهائية للأغراض العملية تصل قيمة $v_c(t)$ إلى قيمتها النهائية بعد خمس ثوابت زمنيه هنا يقال أن الدائرة وصلت إلى حالتها المستقرة.

يمكن أن نرى أنه بامتداد الميل الأول لـv_c يمكن أن يصل إلى القيمة النهائية بعد ثابت زمني واحد كما مبين في الشكل (4-7).



الشكل (4-7):استجابة الشحن العابرة لدائرة RC في الشكل (3-7).

لاحظنا في هذا القسم عدة ثوابت زمنية لازمة لشحن أو تفريغ متسعة وهذا هو التحديد الأساسي لسرعة الكمبيوتر المثالي تمثل المعلومات بفولتيات مفترضه إما5V+ أو 0V اعتمادا على المعلومات المثلة.عندما تتغير المعلومات تتغير بذلك هذه الفولتيات ومن المستحيل بناء دوائر لا تحتوي على متسعات لا تقوم بالشحن أو التفريغ عندما تتغير قيمة الفولتية وكذلك يجب أن تحتوي الدوائر على عنصر مقاومة غير صفري لتحديد التيار المتوفر لشحن أو تفريغ المتسعات.لذلك هناك ثابت زمني غير صفري يرتبط بكل دائرة في الكمبيوتر يحدد سرعته.

مثال 1-7

افترض أن R= 5000 وC =1 في الدائرة في الشكل (7-1a) جد الزمن اللازم لكي تصل الفولتية عبر المتسعة إلى 1٪ من قيمتها النهائية .

الحل:

$$t = -5\ln(0.01)ms \cong 23ms$$

مثال 2-7

اثبت أن امتداد الميل الابتدائي لـ$v_c(t)$ سوف يتقاطع مع القيمة النهائية بعد ثابت زمني واحد كما هو مبين في الشكل (4-7) [معادلة $v_c(t)$ معطاة في المعادلة (20-7)].

2-7 الحالة المستقرة للتيار الثابت DC steady state DC

يتلاشى زمن العبور في تعابير التيارات والفولتيات لدوائر RLC إلى الصفر مع الزمن (باستثناء دوائر LC التي لا تحتوي على مقاومة) لمصادر التيار الثابتDC.إن تيارات و فولتيات الحالة المستقرة أيضا ثابتة.

لنأخذ معادلة التيار المار خلال متسعة:

$$i_c(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

إذا كانت الفولتية $v_c(t)$ ثابتة يكون التيار صفر.أي أن المتسعة تعمل كدائرة مفتوحة لذلك نستنتج أنه للحالة المستقرة مع مصدر ثابت DC تعمل المتسعة كدائرة مفتوحة.

بنفس الطريقة للمحاثة يكون لدينا:

$$v_L = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

عندما يكون التيار ثابت تكون الفولتية صفر.لذلك نستنتج أنه للحالة المستقرة لدوائر RLC مع مصدر ثابت .

أولا نستبدل المتسعة بدائرة مفتوحة والمحاثة بدائرة قصر.وبذلك تصبح الدائرة مكونة من مصادر ثابتة ومقاومات وأخيرا نقوم بحل الدائرة المكافئة لإيجاد تيارات وفولتيات الحالة المستقرة.

مثال 3-7

تحليل التيار الثابت (DC) للحالة المستقرة

أوجد v_x, i_x للدائرة المبينة في الشكل(7-5a) عندما $t = 0$ ؟

الحل:

بعد غلق المفتاح لفترة طويلة نتوقع أن يتلاشى زمن العبور إلى الصفر للدائرة في الحالة المستقرة للتيار الثابت.لنبدأ تحليلنا باستبدال المحاثة بدائرة قصر واستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة.

الدائرة المكافئة مبينة في الشكل (7-5b).

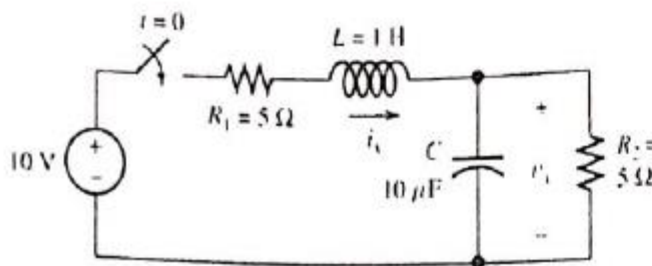
دائرة المقاومات هذه سهلة الحل. المقاومتان $R1$ و $R2$ مربوطتان على التوالي لذلك فان :

$$i_x = \frac{10}{R_1 + R_2} = 1A$$

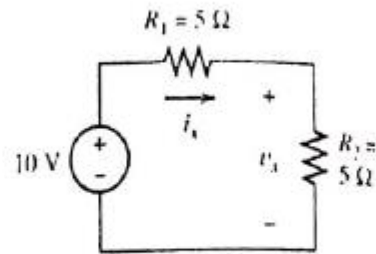
و $v_x = R_2 i_x = 5V$

نهتم أحيانا بعمل الحالة المستقرة للدوائر ذات المصادر الثابتة (DC) على سبيل المثال عند تحليل دوائر الضوء الأساسي لسيارة سوف نهتم أولاً بالحالة المستقرة بينما يجب علينا مراعاة العابرات في تحليل عمل نظام الإيقاد.

في تطبيقات أخرى نهتم بالحالة المستقرة مع مصادر متغيرة (ac) جيبية.وسندرس لاحقا نظرية لحل دوائر حالة مستقرة جيبية مشابهة للنظرية التي قدمت هنا للحالة المستقرة للمصدر الثابت (DC)،عوضا عن دوائر الفتح والقصر سنستبدل المحاثات والمتسعات بمعاوقات كهربائية التي هي مثل المقاومة باستثناء أنها يمكن أن يكون لها قيمة تخيلية.



(a) Original circuit



(b) Equivalent circuit for steady state

الشكل (7-5):الدائرة ودائرة الحالة المستقرة المكافئة للمثال (7-3).

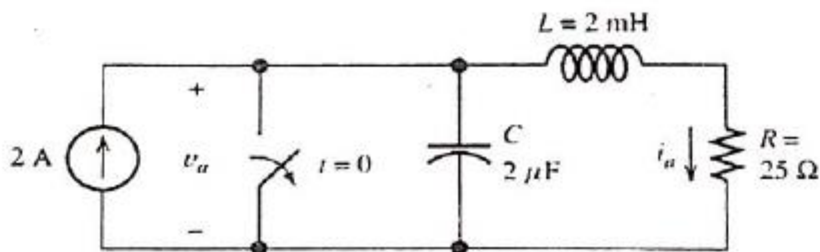
مثال 7-4

أوجد تيار وفولتيات الحالة المستقرة المعنية للدائرة في الشكل (7-6)؟

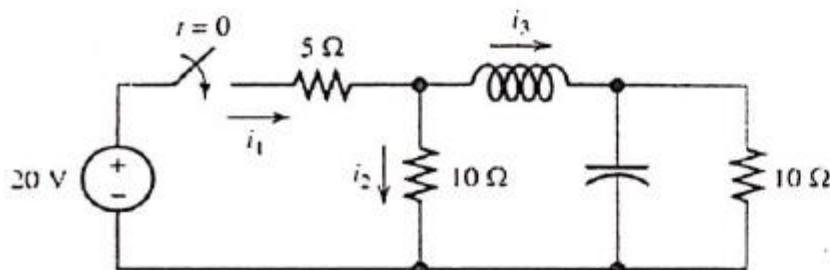
الحل:

a) $v_a = 50V, i_a = 2A$

b) $i_1 = 2A, i_3 = 1A$



(a)



(b)

الشكل (7-6):دائرة المثال (7-4).

7-3 دوائر RC circuit RC

في هذا القسم سنهتم بالدوائر التي تحتوي على مصادر ثابتة (dc) ومقاومات ومحاثه واحدة.إن النظريات والحلول متشابهة جدا لتلك المستخدمة لدوائرRC في القسم (7-1) الخطوات اللازمة لحل دوائر بسيطة مكونة من مصادر ثابتة ومقاومات وعنصر واحد لخزن الطاقة (محاثه أو متسعة) هي :

تطبيق قانون كيرشوف للتيار والفولتية لكتابة معادلة الدائرة إذا كانت الدائرة تحتوي على تكاملات فإننا نفاضل كل تعبير في المعادلة لنحصل على معادلة تفاضلية صرفه. نفرض حلا بالصيغة $K_1 + K_2e^{st}$ نعوض الحل في المعادلة التفاضلية لإيجاد قيم K_1 و s (عوضا عن ذلك يمكننا إيجاد K_1 بحل الدائرة في الحالة المستقرة كما في القسم (7-2). استخدام الحالة الأولية لإيجاد قيمة. K_2 كتابة القيمة النهائية.

مثال 7-5

تحليل العبور لـ RL RL Transient Analysis

أوجد التيار $i(t)$ والفولتية $v(t)$ للدائرة في الشكل (7-7).

الحل:

أولا : نجد التيار $i(t)$ وطبعا عندما $t = 0$ يكون المفتاح مفتوح ويكون التيار صفر .

(7-21) $i(t) = 0$ لكل $t < 0$

بعد غلق المفتاح تزداد قيمة التيار إلى أن يصل في النهاية لقيمة الحالة المستقرة. وبكتابه قانون كيرشوف للفولتية KVL حول الحلقة نجد أن:

$$Ri(t) + L\frac{di}{dt} = V_s \qquad (7-22)$$

هذه المعادلة مشابهة تماما للمعادلة (7-11) لذلك علينا أن نجد نفس صيغة الحل المعطاة للمعادلة (7-13) هكذا يكون حلنا المجرب هو:

$$i(t) = K_1 + K_2e^{st}$$

حيث K_1, K_2, s ثوابت يجب تحديدها.

وبإتباع الإجراءات المتبعة في القسم (1-7) نعوض بالحل المجرب في المعادلة التفاضلية التالية لينتج:

$$RK_1 + (RK_2 + sLK_2)e^{st} = V_s \qquad (7\text{–}24)$$

ومنه نجد أن

$$K_1 = \frac{V_s}{R} = 2 \qquad (7\text{-}25)$$

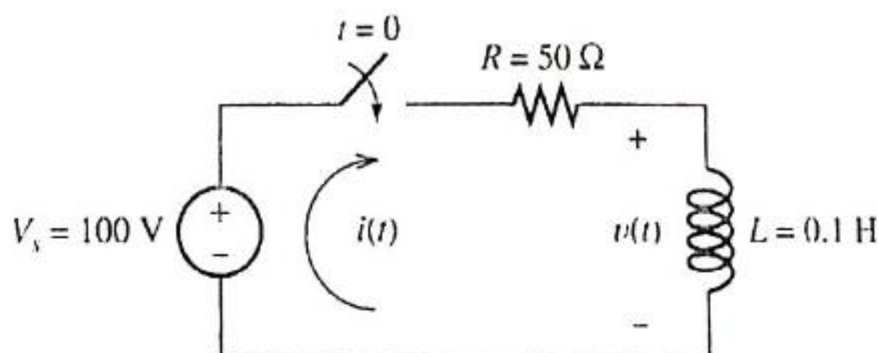
و

$$s = \frac{-R}{L} \qquad (7\text{-}26)$$

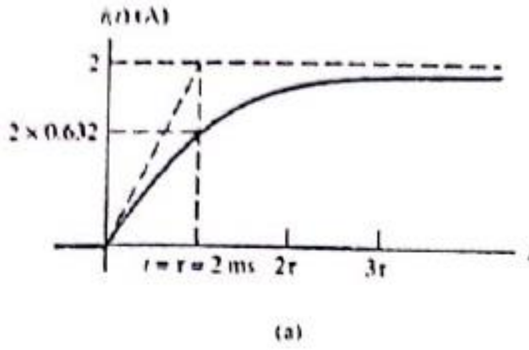
بتعويض هذه القيم في المعادلة (23-7) ينتج:

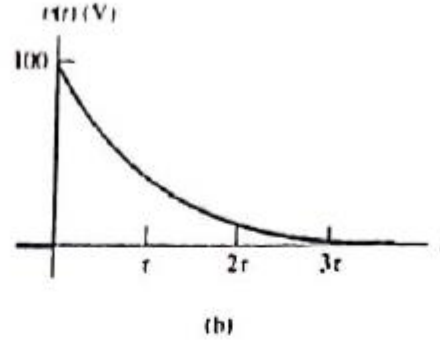
$$i(t) = 2 _ K_2 e^{-tR/L} \qquad (7\text{-}27)$$

بعد ذلك نستخدم الحالة الأولية لإيجاد قيمه K_2. إن التيار في المحاثة يكون صفرا عند $t = 0$ وذلك بسبب أن المفتاح مفتوح.والفولتية المسلطة محدودة وتيار المحاثة يجب أن يكون مستمر (بسبب أن $v_L = L\,di/dt$).



الشكل (7-7): الدائرة المحللة في المثال (5-7).





الشكل (8-7): التيار والفولتية مقابل الزمن للدائرة في الشكل (7-7)

بالحل نجد أن $K_2 = -2$

وبالتعويض في المعادلة (27-7) نجد أن الحل للتيار هو:

$$i(t) = 2 - 2e^{-t/\tau} \qquad (7-29)$$

حيث أن الثابت الزمني يعطى بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (7-30)$$

الشكل (7-8a)يوضح الرسم البياني للتيار مع الزمن مع ملاحظة أن التيار يزداد من الصفر إلى الحالة المستقرة بقيمة 2A.

بعد خمس ثوابت زمنيه يكون التيار ٪44 من قيمته النهائية.وللتأكد من ذلك نتحقق من أن تيار الحالة المستقرة هو 2A (كما لاحظنا في القسم 2-7 يمكن إيجاد هذه القيمة مباشرة باعتبار المحاثة كدائرة قصر).

لنأخذ الآن الفولتية $v(t)$. خلال الفترة $t = 0$ عندما يكون المفتاح مفتوح تكون الفولتية صفر

$$v(t) = 0 \quad \text{لكل} \quad t < 0 \qquad (7-31)$$

بعد $t = 0$ فان $v(t)$ تساوي فولتية المصدر ناقصا الهبوط عبر المقاومة R لذلك فإن:

$$v(t) = 100 - 50i(t) \quad \text{لكل} \quad t > 0 \qquad (7-32)$$

بالتعويض بالتعبير $i(t)$ الذي وجدناه سابقا نحصل على :

$$v(t) = 100e^{-t/\tau} \qquad (7-33)$$

الشكل (7-8b) يبين الرسم البياني لـ $v(t)$ عند $t = 0$ تقفز الفولتية عبر المحاثة من 0 إلى 100V. ومع ازدياد التيار بشكل تدريجي يزداد الهبوط عبر المقاومة وتهبط الفولتية عبر المحاثة. في الحالة المستقرة تكون $v(t) = 0$ لأن المحاثة تعمل كدائرة قصر.

بعد حل عدة دوائر ذات عنصر خزن طاقة واحدة يمكننا أن نستخدم خبرتنا لتجاوز بعض الخطوات المدرجة سابقا في هذا القسم .وسوف نوضح ذلك في المثال التالي.

مثال 6-7

تحليل العبور لدوائر RC   RL Transient Analaysis

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-9) حيث أن V_s مصدر ثابت. الحل:أن الدائرة في فترة الحالة المستقرة إلى $t = 0$ جد تعبير للتيار $i(t)$ والفولتية $v(t)$.

الحل :

في الفترة $t = 0$ تعمل المحاثة كدائرة قصر. لذالك فإن:

$v(t) = 0$ لكل $t < 0$

و

$i(t) = \dfrac{V_s}{R_1}$ لكل $t < 0$

قبل فتح المفتاح يسري التيار باتجاه عقارب الساعة خلال V_s, R_1 والمحاثة، وبعد فتح المفتاح يستمر التيار بالسريان خلال المحاثة لكن طريق العودة يكون من خلال R_2. عندها تتولد فولتية عبر R_2 والمحاثة تسبب تناقصا في التيار وبما أنه ليس هناك مصدر يغذي الدائرة بعد فتح المفتاح يكون حل الحالة المستقرة هو صفر لكل $t > 0$.
هكذا يعطى الحل لـ $i(t)$ بالعلاقة:

$$i(t) = Ke^{-t/\tau} \quad \text{لكل } t > 0 \qquad (7-34)$$

حيث أن ثابت الزمن هو:

$$\tau = \frac{L}{R_1} \qquad (7-35)$$

يجب أن يكون التيار مستمرا ما لم تتولد فولتية لانهائية عبر الحالة. بالرجوع إلى $t = 0$ و $i(t) = V_s/R_1$، بعد فتح المفتاح مباشرة فإن

$$i(0+) = \frac{V_s}{R_1} = Ke^{0} = K$$

بالتعويض عن قيمة K في المعادلة (7-34)يكون التيار:

$$i(t) = \frac{V_s}{R_1}e^{-t/\tau}$$

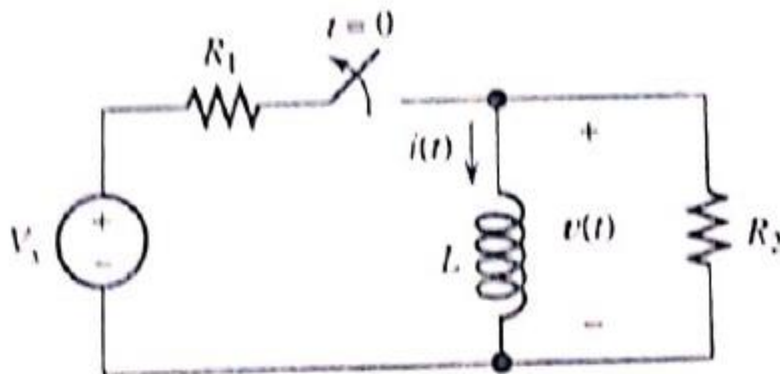
والفولتية تعطى بالعلاقة:

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

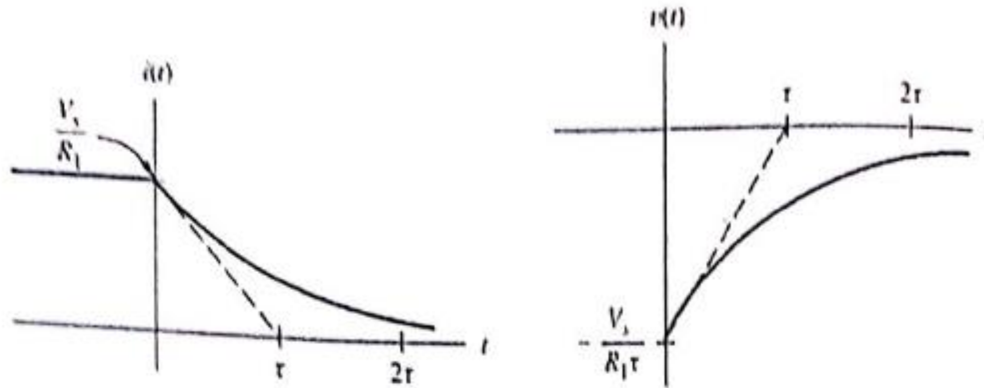
$$= 0 \quad \text{لكل } t < 0$$

$$= -\frac{LV_s}{R_1\tau}e^{-t/\tau} \qquad \text{لكل} \quad t > 0$$

الشكل (7-10) يبين الرسم البياني للفولتية والتيار.



الشكل (7-9) الدائرة المحللة في المثال (7-6).



الشكل(10-7) التيار والفولتية للدائرة في الشكل (9-7)

مثال 7-7

للدائرة في المثال (6-7)(شكل 9-7) افترض أن, $R_1 = 10\Omega$, $V_s = 15V$. $R_2 = 100\Omega$

a) ما قيمة ثابت الزمن (بعد فتح المفتاح) ؟

b) ما هو أعلى مقدار لـ $v(t)$ ؟

c) كيف تقارن أعلى مقدار لـ $v(t)$ مع فولتية المصدر ؟

d) جد الزمن t الذي تكون فيه قيمة $v(t)$ مساوية لنصف قيمتها بعد فتح المفتاح مباشرة ؟

الحل:

a) $\tau = 1ms$

b) $|v(t)|_{max} = 150V$

c) أعلى قيمة لـ $v(t)$ هي 10 أضعاف قيمة V_s

d) $t = \tau \ln(2) = 0.693ms$

مثال 7-8

للدائرة في الشكل (7-11)حيث يفتح المفتاح عند $t = 0$ أوجد تعبير لـ $v(t)$ ، $i_R(t)$ ، $i_L(t)$ عندما $t > 0$ افترض أن $i_L(t)$ هو صفر قبل فتح المفتاح؟

الحل:

$$v(t) = 20e^{-t/0.2} \ , \ i_R(t) = 2e^{-t/0.2} \ , \ i_L(t) = 2 - 2e^{-t/0.2} .$$

مثال 7-9

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-12). افترض أن المفتاح مغلق لفترة طويلة جدا إلى $t = 0$ أوجد تعبير لـ $i(t)$ و $v(t)$ ؟

الحل:

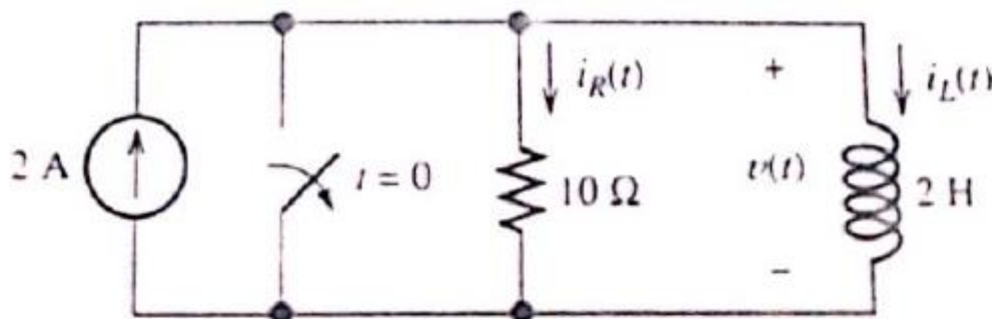
$i(t) = 1.0$ لكل $t < 0$

$= 0.5 + 0.5e^{-t/\tau}$

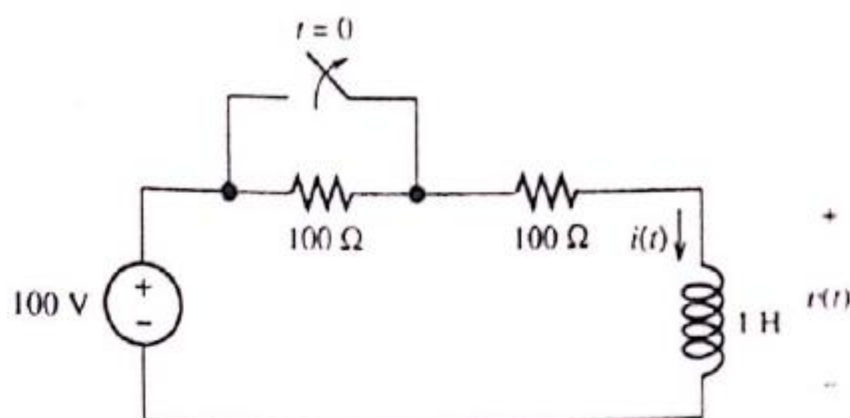
$v(t) = 0$ لكل $t < 0$

$= -100e^{-t/\tau}$

حيث ثابت الزمن $\tau = 5ms$



الشكل(7-11) الدائرة للمثال (7-8).



الشكل (7-12) الدائرة للمثال (7-9).

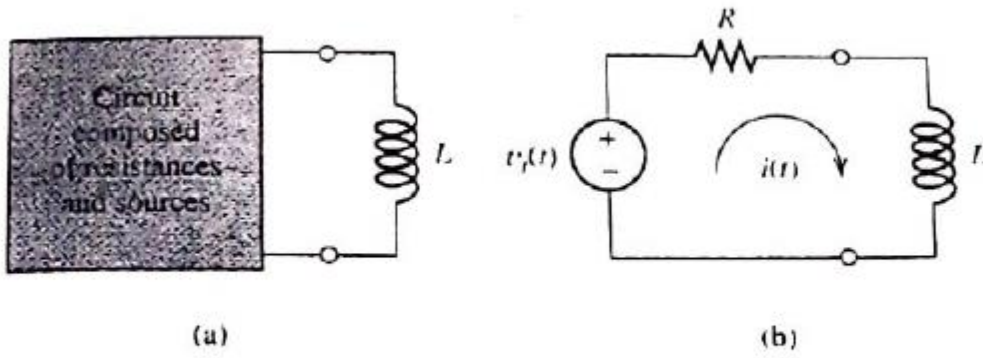
7-4 دوائر RC و RL مع مصادر عامة

RL and RL Crcuits with general sources

الآن بعد أن اكتسبنا بعض الإلمام بدوائر RC و RL سوف نناقش الحلول بصورة عامة. في هذا القسم سوف نتعامل مع الدوائر التي تحتوي على عنصر شحن طاقة واحد سواء محاثة أو متسعة.

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-13a) الدائرة داخل الصندوق قد تكون أي تركيبة من المقاومات والمصادر والمحاثة الوحيدة L تظهر بشكل واضح لنسترجع أنه يمكننا إيجاد مكافئ ثيفنن لدوائر تحتوي على مصادر ومقاومات.

مكافئ ثيفنن هو مصدر فولتية مستقل $v_t(t)$ مربوط بالتوالي مع مقاومه ثيفنن R.هكذا أي دائرة مكونة من مصادر ومقاومات ومحاثات واحدة لها دائرة مكافئة مبينة في الشكل (7-13b)(بالطبع يمكننا أن نختصر أي دائرة مكونة من مصادر ومقاومات ومتسعة وحيدة بنفس الطريقة.



الشكل (13-7)دائرة تحتوي على مصادر ومقاومات ومحاثة لها دائرة مكافئة تحتوي على مصدر فولتية ومقاومة بالتوالي مع محاثة.

بكتابة قانون كيرشوف للفولتية للشكل (13b -7) نحصل على:

$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)=v_t(t) \quad (7\text{–}37)$$

بالقسمة على المقاومة R نحصل على:

$$\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt}+i(t)=\frac{v_t(t)}{R} \quad (7\text{–}38)$$

وبصورة عامة فإن أي معادلة تحتوي على محاثة واحدة أو متسعة واحدة يمكن أن تكتب بالصيغة التالية:

$$\tau\frac{dx(t)}{dt}+x(t)=f(t) \quad (7\text{–}39)$$

وعليه يجب أن نجد حلا للمعادلة (39-7) التي تحتوي على الحالة الأولية (مثل التيار الأولي في المحاثة) الثابت t (ثابت الزمن) هو دالة للمقاومات والمحاثة أو (المتسعة) فقط. وتنتج المصادر التعبير $f(t)$ الذي يسمى دالة القدرة (forcing function). إذا كان لدينا دائرة بدون مصادر (مثل الشكل 1-7) فان دالة القدرة هي صفر. للمصادر الثابتة تكون دالة القدرة ثابتة.

المعادلة (39-7) تسمى معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى لان أعلى رتبة اشتقاق هي من الدرجة الأولى. هذه المعادلة خطية لأنها لا تتضمن أي دوال أخرى

غير خطية لـ $x(t)$ أو أي من اشتقاقاتها. وهكذا لدائرة RC أو RL يجب أن نجد الحل العام لمعادلة تفاضلية خطية من الدرجة الأولى مع معاملاتها الثابتة.

حل المعادلة التفاضلية الثابتة

نتيجة مهمة في حالات المعادلات التفاضلية هي أن الحل العام للمعادلة (39-7) يتكون من جزئين:

الجزء الأول يسمى الحل الخاص (particular solution) وأي تعبير يحقق المعادلة (39-7) هكذا:

$$\tau \frac{dx_p(t)}{dt} + x_p(t) = f(t) \qquad (7-40)$$

الحل الخاص يسمى أيضا استجابة القدرة (forced responce) لأنه يعتمد على القدرة (التي جذورها تعتمد على المصادر المستقلة).

(بالرغم من أن الحل الخاص يحقق المعادلة التفاضلية إلا أنه قد لا يتوقف على الحالات الأولية مثل الفولتية الأولية على المتسعة أو التيار خلال المحاثة.بإضافة تعبير آخر يعرف بالحل المكمل يمكننا أن نحصل على حل عام يحقق كل من المعادلة التفاضلية ويوافق الحالات الأولية).

لدوال القدرة التي سوف ندرسها يمكننا أن نختار صيغه للحل الخاص بالتفتيش.

على سبيل المثال لنأخذ دالة القدرة

$$f(t) = 10\cos(200t)$$

لأن اشتقاقات دوال الجيب وجيب التمام هي أيضا دوال جيب وجيب تمام سوف نجرب الحل الخاص ذو الصيغة

$$v_p(t) = A\cos(200t) + B\sin(200t)$$

A,B ثوابت يجب تحديدهما ويمكننا إيجاد هذه الثوابت بالتعويض بالحل المفتوح في المعادلة التفاضلية. وهذا يقودنا إلى معاملات يمكن أن تحل للحصول على B وA .

الجزء الثاني من الحل العام يدعى الحل المكمـــل (complementary solution) وهو حل المعادلة المتجانسة (homogeneous equation)

$$\tau = \frac{dx_c(t)}{dt} + x_c(t) = 0 \qquad (7-41)$$

نجد المعادلة المتجانسة بمساوات دالــة القــدرة بــالصفر.هكــذا فــإن صيغــة الحــل المكمل لا تعتمد على المصادر. وتسمى أيضا الاستجابة الطبيعية (natural response) لأنها تعتمد على عناصر الدائرة الغير مؤثــرة. ويجــب إضافــة الحــل المكمــل إلى الحــل الخاص لإيجاد الحل العام الذي يوافق القيم الأولية للتيار والفولتية.

يمكننا إعادة ترتيب المعادلة المتجانسة إلى الصيغة:

$$\frac{dx_c(t)/dt}{x_c(t)} = \frac{-1}{\tau} \qquad (7-42)$$

باجراء التكامل لكلا الطرفين للمعادلة (42-7) نحصل على:

$$\ln\left[x_c(t)\right] = \frac{-t}{\tau} + c \qquad (7-43)$$

حيث c هو ثابت التكامل والمعادلة (43-7) مكافئة إلى:

$$x_c(t) = e^{(-t/\tau + c)} = e^c e^{-t/\tau} = Ke^{-t/\tau} \qquad (7-44)$$

حيث $K = e^c$

الحل خطوة بخطوة:

الآن نلخص منهجا لحل الدوائر المحتوية على مصدر ومقاومة ومحاثة (متســعة). نكتب معادلة الدائرة ونختزلها إلى معادلــة تفاضلية مــن الدرجــة الأولى. نوجــد الحــل الخاص. تفاصيل هذه الخطوة تعتمد على صيغة دالة القدرة.وقد وضحنــا عــدة أنــواع من دوال القدرة في الأمثلة والتمارين والمسائل.الحصول علــى الحــل الكــامل بإضافة الحل الخاص إلى الحل المكمل المعطى بالعلاقة(44-7) التي تحتوي على الثابت k المثـال التالي يوضح هذه الإجراءات:

مثال 10-7

تحليل العبور لدائرة RC مع مصدر جيبي.

أوجد حل التيار للدائرة في الشكل (14-7) المكثف مشحون أوليا بحيث $v_c(0+) = 1V$.

الحل:

أولا: نكتب معادلة الفولتية عند $t > 0$ بجمع الفولتيات بالاتجاه مع عقارب الساعة نحصل على:

$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + v_c(0) - 2\sin(200t) = 0$$

تحول هذه إلى معادلة تفاضلية باشتقاق كل تعبير. وبالطبع اشتقاق التكامل هو ببساطة كمية تكاملية. ولأن $v_c(0)$ ثابت فإن اشتقاقه هو صفر وهكذا يكون لدينا:

$$R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 400C\cos(200t) \quad (7-45)$$

بالضرب بـc فان:

$$RC\frac{di(t)}{dt} + i(t) = 400C\cos(200t) \quad (7-46)$$

بالتعويض بقيم R و C فإن :

$$5\times10^{-3}\frac{di(t)}{dt} + i(t) = 40010^{-6}\cos(200t) \quad (7-47)$$

ثانيا: الخطوة الثانية هي إيجاد الحل الخاص $i_p(t)$. غالبا نبدأ بتقدير صيغة $i_p(t)$ التي من المحتمل أن تحتوي على بعض الثوابت الغير معروفة. وبعد ذلك نعوض تقديرنا في المعادلة التفاضلية ونحل للحصول على الثوابت.في هذه الحالة . بما أن اشتقاق $\sin(200t)$ و $\cos(200t)$ هو $200\cos(200t)$ و $200\sin(200t)$ على التوالي.نجرب الحل الخاص بالصيغة:

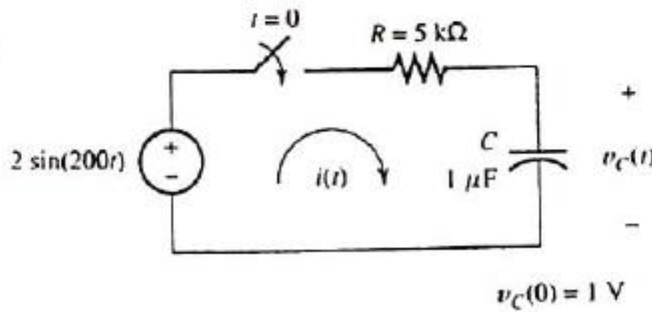
$$i_p = A\cos(200t) + B\sin(200t) \quad (7-48)$$

حيث A,B ثوابت يجب تحديدها . إذا i_p هو في الحقيقة حل للمعادلة (7-47) وبتعويض الحل المقترح في المعادلة (7-47) نحصل على:

$$-A\sin(200t)+B\cos(200t)+A\cos(200t)+B\sin(200t)=400\times10^{-6}\cos(200t)$$

وعلى أية حال الجانب الأيسر من هذه المعادلة يحتاج أن يماثل الجانب الأيمن. بمساواة معاملات دوال الجيب أي أن:

$$-A+B=0 \qquad (7-49)$$



الشكل (14-7)دائرة RC من الدرجة الأولى مع مصدر جيبي. انظر المثال (7-10)

وبمساواة معاملات دوال جيب التمام نحصل:

$$B+A=400\times10^{-6} \qquad (7-50)$$

يمكن حل هذه المعادلات بسهولة للحصول على:

$$A=200\times10^{-6}=200\mu A$$

و

$$B=200\times10^{-6}=200\mu A$$

وبالتعويض عن هذه القيم في المعادلة (7-48) نحصل على الحل الخاص.

$$i_p(t)=200\cos(200t)+200\sin(200t)\mu A \qquad (7-51)$$

ويمكن كتابته بالشكل التالي:

$$i_p(t)=200\sqrt{2}\cos(200t-45^\circ)$$

نحصل على المعادلة المتجانسة بالتعويض عن دالة القدرة بالصفر في المعادلة (46-7) وهكذا فان:

$$RC\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0 \qquad (7-52)$$

والحل المكمل هو

$$i_c(t)=Ke^{-t/RC}=Ke^{-t/\tau} \qquad (7-53)$$

بإضافة الحل الخاص إلى الحل المكمل نحصل على الحل العام:

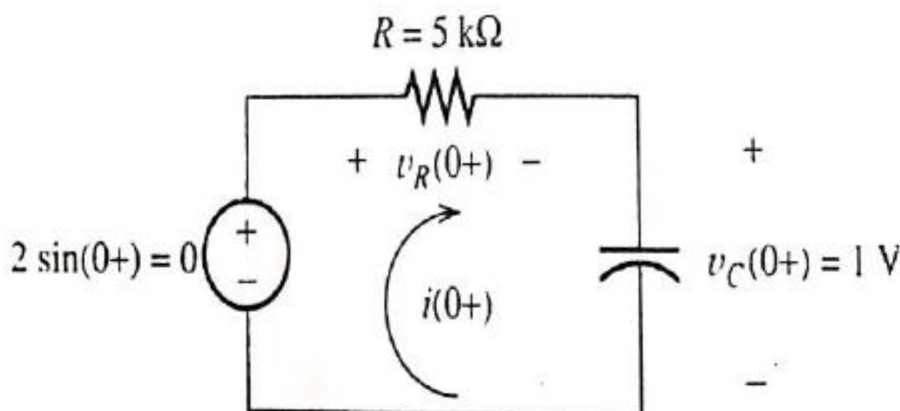
$$i(t)=200\cos(200t)+200\sin(200t)+Ke^{-t/RC}\mu A \qquad (7-54)$$

أخيرا نحدد قيمة الثابت k باستخدام الحالة الأولية. إن الفولتية والتيار بعد إغلاق المفتاح مباشرة مبينة في الشكل (7-15). فولتية المصدر هي 0V والفولتية عبر المتسعة هي $v_c(0+)=1$ ولذلك فإن الفولتية عبر المقاومة يجب أن تكون $v_R(0+)=-1$ وعليه فإن :

$$i(0+)=\frac{v_R(0+)}{R}=\frac{-1}{5000}=200\mu A$$

وبالتعويض عن $t=0$ في المعادلة (7-54) فإن:

$$i(0+)=-200=200+K\mu A \qquad (7-55)$$



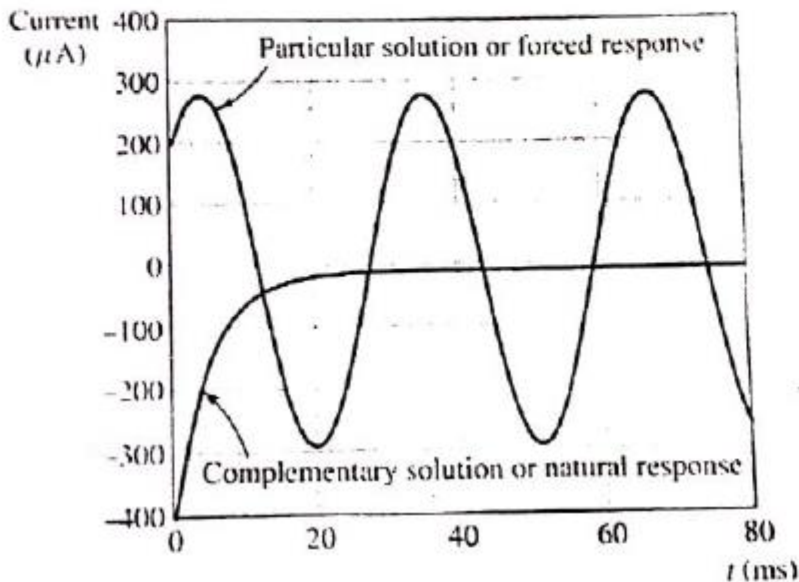
الشكل (15-7) الفولتية والتيار للدائرة في الشكل (7-14) بعد غلق المفتاح مباشرة.

بالحل نجد أن $K=-400\mu A$ وبالتعويض في المعادلة (7-54) نحصل على:

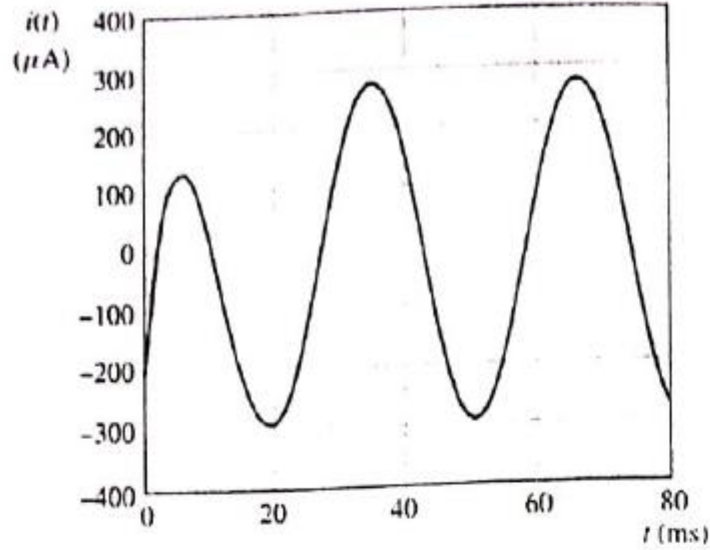
$$i(t) = 200\cos(200t) + 200\sin(200t) - 400e^{-t/RC}\,\mu A \qquad (7-56)$$

الشكل (16-7) يوضح شكلا بيانيا للحل الخاص والحل المكمل. ثابت الزمن لهذه الدائرة هو $\tau = RC = 5ms$ مع ملاحظه أن الاستجابة الطبيعية تتلاشى إلى قيمة مهملة في خلال حوالي 25 ms.

كما هو متوقع الاستجابة الطبيعية تلاشت بمقدار خمس ثوابت زمنية بالإضافة إلى ذلك نلاحظ أنه لدالة قدرة جيبية تكون استجابة القدرة أيضا جيبية وتستمر بعد تلاشي الاستجابة الطبيعية. الشكل (17-7) يوضح رسما بيانيا للحل الكامل



الشكل(16-7) الحل المكمل والحل الخاص للمثال (10-7)



الشكل(7-17) الحل الكامل للمثال(7-10).

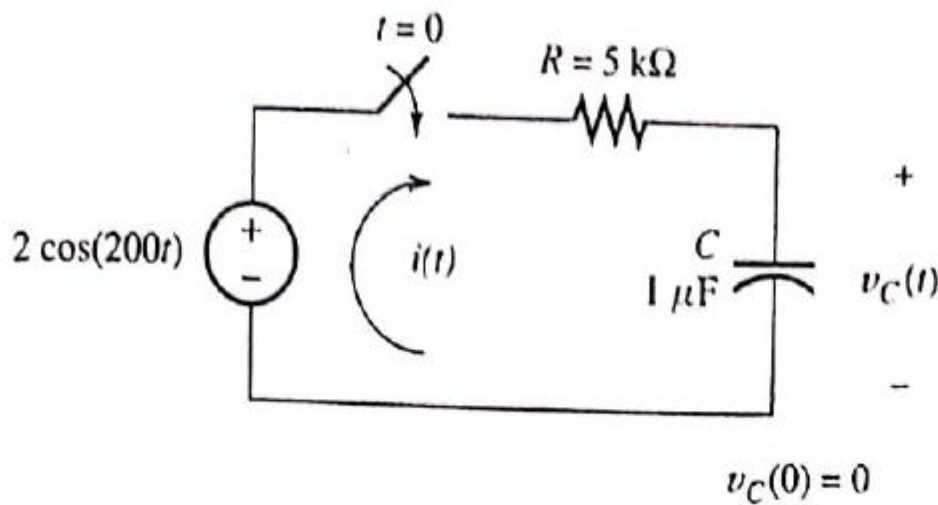
مثال 7-11

أعد المثال (7-10) إذا تغيرت فولتية المصدر إلى $2\cos(200t)$ والفولتية الأولية للمتسعة إلى $v_c(0)=0$ الدائرة مع هذه التغيرات موضحة في الشكل (7-18).

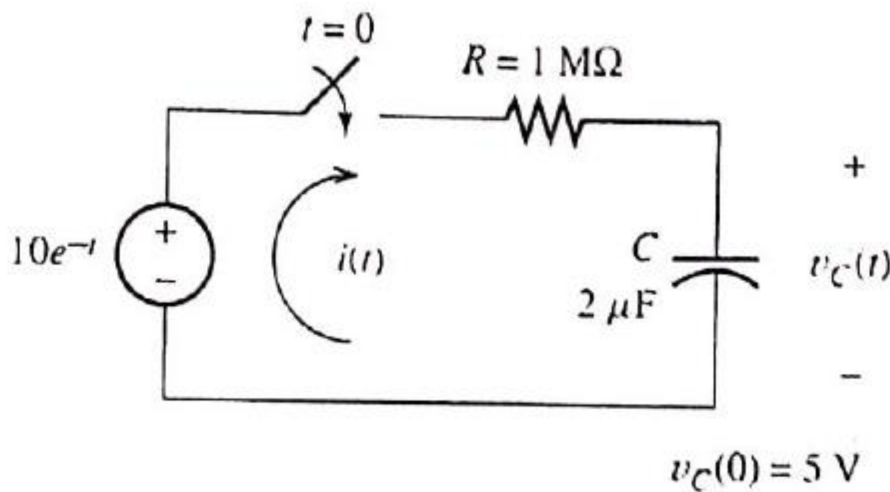
الحل:

$$i(t) = -200\sin(200t) + 200\cos(200t) + 200e^{-t/RC}\,\mu A$$

حيث $\tau = RC = 5ms$



الشكل (18-7): الدائرة للمثال (11-7)



الشكل (19-7): الدائرة للمثال (12-7)

مثال 12-7

أوجد حل التيار للدائرة في الشكل (19-7)بعد غلق المفتاح [تلميح: اختر حل خاص له الصيغة $i_p(t) = Ae^{-t}$]

الحل:

$i(t) = 20e^{-t} - 15e^{-t/2} \mu A$

7-5 دوائر الدرجة الثانية Seconed-Order Circuits

في هذا القسم سنتطرق للدوائر التي تحتوي على عنصري خـزن للطاقـة.بشـكل خاص سندرس الدوائر التي تحتوي على محاثة واحدة ومتسعة واحدة علـى التـوالي أو على التوازي .

المعادلة التفاضليةThe Differential equation

لاشتقاق صيغة عامة للمعادلات التي سنتوصل لها في الدوائر التي تحتـوي علـى عنصري خزن للطاقة نأخذ دائرة التوالي الموضحة في الشكل (7–20a) بكتابـة معادلـة قانون كيرشوف للفولتية KVL فإنه:

$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt+v_c(0)=v_s(t) \qquad (7-57)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد أن:

$$L\frac{d^2i(t)}{dt^2}+R\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{C}i(t)=\frac{dv_s(t)}{dt} \qquad (7-58)$$

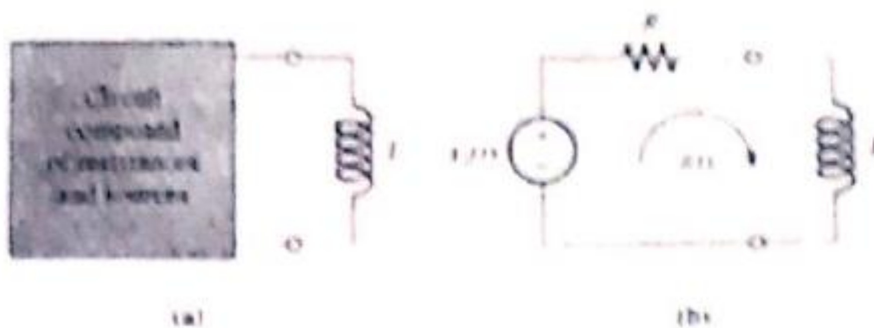
بالقسمة على L نحصل على:

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{LC}i(t)=\frac{1}{L}\frac{dv_s(t)}{dt} \qquad (7-59)$$

الآن نعرف عامل الإخماد (damping coefficient) بالعلاقة:

$$\alpha=\frac{R}{2L} \qquad (7-60)$$

وتردد الرنين غير المخمد (undamped resonant frequency) بالعلاقة:



الشكل (20-7) دائرة RL على التوالي والنظير الميكانيكي لها.

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7-61)$$

دالة القدرة هي:

$$f(t) = \frac{1}{L}\frac{dv_i(t)}{dt} \qquad (7-62)$$

يمكن إعادة كتابه المعادلة (59-7) باستخدام هذه التعريفات كما يلي:

$$f(t) = \frac{1}{L}\frac{dv_i(t)}{dt} \qquad (7-63)$$

وهذه معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ذات معاملات ثابتة. هكذا تكون الدوائر التي تحتوي على عنصري خزن للطاقة دوائر من الدرجة الثانية.[باستثناء إذا امكننا جمع عناصر خزن للطاقة على التوالي أو على التوازي]. على سبيل المثال إذا كان لدينا متسعات على التوالي يمكن جمعهما في متسعة مكافئة واحدة وعندها نحصل على دائرة من الدرجة الأولى.

النظير الميكانيكي Machanical Analog

الشكل (20b-7) يوضح النظير المكافئ الميكانيكي للدائرة .الإزاحة x للكتلة تقابل الشحنة الكهربائية.

والسرعة dx/dt تقابل التيار الكهربائي والقوة تقابل الفولتية.تقوم الكتلة بدور الحاثة ويلعب النابض دور المتسعة بينما يلعب الموهن دور المقاومة. يمكن توضيح معادلة الحركة للنظام الميكانيكي بصيغة المعادلة (63-7) استنادا على الاعتبار الحدسي

(الاستنتاج) للشكل (7-20b) يمكننا أن نتوقع أن للتطبيق المفاجيء للقوة (الفولتية ثابتة) يمكن أن تنتج إزاحة (تيار) التي بدورها تتأرجح حول ظروف الحالة المستقرة قبل أن تستقر على القيمة النهائية للحالة الثابتة.ويعتمد نوع هذا السلوك على قيمه الكتلة وثابت النابض ومعامل الإخماد.

حل معادله الدرجة الثانية:

سنلاحظ أن معادلات الدائرة للتيار والفولتيات في الدوائر التي تحتوي على عنصري خزن للطاقة يمكن دائما أن تأخذ صيغه المعادلة (7-63) هكذا نأخذ حلا لـ :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\alpha\frac{dx(t)}{dt}+\omega_0^2x(t)=f(t) \qquad (7-64)$$

بحيث استخدمنا $x(t)$ للدلالة عن المتغير الذي يمكن أن يمثل التيار أو الفولتية.هنا أيضا الحل العام $x(t)$ لهذه المعادلة يتكون من جزئين حل خاص $x_p(t)$ بالإضافة إلى حل مكمل.

$$x(t)=x_p(t)+x_c(t) \qquad (7-65)$$

الحل الخاص

الحل الخاص هو أي تعبير $x_p(t)$ يحقق المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2x_p(t)}{dt^2}+2\alpha\frac{dx_p(t)}{dt}+\omega_o^2x_p(t)=f(t) \qquad (7-66)$$

الحل الخاص يسمى أيضا باستجابة القدرة والاستجابة الإجبارية (forced response) سوف نهتم مبدئيا بدوال إما ثابتة (dc) أو جيبية (ac) وللمصادر الثابتة يمكننا إيجاد الحل الخاص مباشرة من الدائرة باستبدال المحاثة بدائرة قصر واستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة والحل.

الحل المكمل

نحصل على الحل المكمل بحل المعادلة المتجانسة التي نحصل عليها باستبدال دالة القدرة $f(t)$ بصفر. هكذا فإن المعادلة المتجانسة هي:

$$\frac{d^2x_p(t)}{dt^2}+2\alpha\frac{dx_p(t)}{dt}+\omega_o^2Ke^{st}=f(t) \qquad (7-67)$$

عند حل المعادلة المتجانسة نبدأ باستبدال الحل المقترح $x_c(t)=Ke^{st}$ وهذا يعطينا:

$$s^2Ke^{st}+2\alpha sKe^{st}+\omega_o^2Ke^{st}=0 \qquad (7-68)$$

بالتحليل نحصل على:

$$(s^2+2\alpha s+\omega_o^2)Ke^{st}=0 \qquad (7-69)$$

بما أننا نرغب في إيجاد الحل Ke^{st} الذي لا يساوي الصفر يجب أن يكون:

$$s^2+2\alpha s+\omega_o^2=0 \qquad (7-70)$$

هذه تسمى المعادلة المميزة (characteristics equation)

نسبه الإخماد (damping ratio) تعرف بالعلاقة

$$\xi=\frac{\alpha}{\omega_o} \qquad (7-71)$$

صيغة الحل المكمل تعتمد على قيمة نسبة الإخماد وجذور المعادلة المميزة تعطى بالعلاقة:

$$s_1=-\alpha+\sqrt{\alpha^2-\omega_o^2} \qquad (7-72)$$

و

$$s_2=-\alpha-\sqrt{\alpha^2-\omega_o^2} \qquad (7-73)$$

لدينا ثلاث حالات تعتمد على قيمة نسبة الإخماد ξ بالمقارنة مع الواحد

1- حالة فوق الإخماد ($\xi>1$) إذا $\xi>1$ (أو بشكل مماثل إذا $\alpha>\omega_o$)جذور المعادلة المميزة حقيقية ومتميزة إذ الحل المكمل هو:

$$x_c(t)=K_1e^{s_1t}+K_2e^{s_2t} \qquad (7-74)$$

وفي هذه الحالة نقول أن الدائرة فوق الإخماد (overdamped).

2- حالة الإخماد الحرج ($\xi = 1$) إذا $\xi = 1$ (أو بشكل مماثل إذا $\alpha = \omega_o$) فان جـذور المعادلة حقيقية ومتساوية. إذا الحل المكمل هو:

$$x_c(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 t e^{s_2 t} \qquad (7-75)$$

وفي هذه الحالة نقول أن الدائرة في الإخماد الحرج (critically damped).

3- حالة تحت الإخماد ($\xi < 1$) أخيرا إذا $\xi < 1$ (أو بشكل مماثل إذا $\alpha < \omega_o$) تكون الجذور معقدة . (نقصد بمعقدة أنها تحتوي على العدد التخيلي $\sqrt{-1}$) بمعنى آخـر تكون الجذور بالصيغة:

$$s_1 = -\alpha + j\omega_o$$

و

$$s_2 = -\alpha - j\omega_o$$

حيث $j = \sqrt{-1}$ والتردد الطبيعي (natural frequency) يعطى بالعلاقة:

$$\omega_o = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2} \qquad (7-76)$$

(في الهندسة الكهربائية نستخدم j بدلا من i للدلالة على الرقم التخيلـي $\sqrt{-1}$ لأننا نستخدم i للدلالة على التيار). للجذور المعقدة.يأخذ الحل المكمل الصيغة:

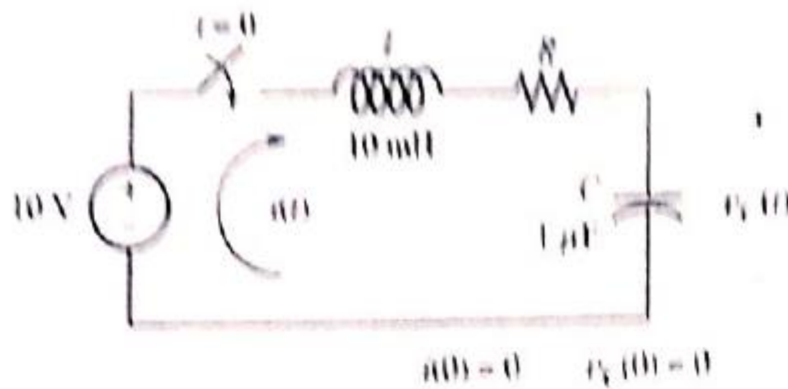
$$x_c(t) = K_1 e^{-\alpha t}\cos(\omega_n t) + K_2 e^{-\alpha t}\sin(\omega_n t) \qquad (7-77)$$

وفي هذه الحالة نقول أن الدائرة تحت الإخماد (underdamped).

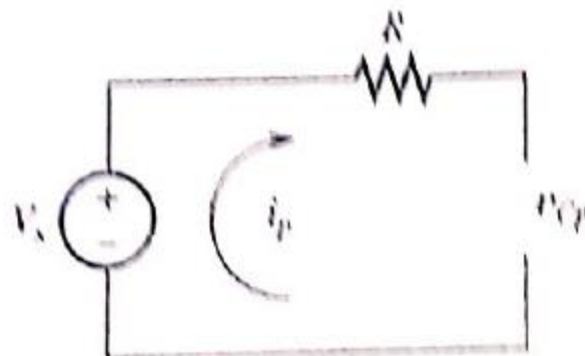
مثال 7-13

تحليل دائرة من الدرجة الثانية مع مصدر ثابت (dc).

مصدر ثابت (dc) مربوط بدائرة RLC على التوالي عـن طريـق مفتـاح يغلـق عندما $t = 0$ كما مبين في الشكل (7-21) الشروط الابتدائية هي $i(0) = 0$ و $v_c(0) = 0$ اكتـب معادلـة $v_c(t)$ التفاضليـة. وحلـها للحصـول علـى $v_c(t)$ إذا كـانت $R = 300, 200 and 100\Omega$.



الشكل (21-7) الدائرة للمثال (13-7)



الشكل (22-7) الدائرة المكافئة للشكل (21-7) تحت شروط الحالة المستقرة.

الحل:

أولا: يمكننا كتابة تعبير عن التيار بدلالة الفولتية عبر المتسعة:

$$i(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt} \qquad (7-78)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف للفولتية KVL للدائرة:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + v_c(t) = V_s \qquad (7-79)$$

وباستخدام المعادلة (78-7) للتعويض عن $i(t)$ نحصل على :

$$LC\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = V_s \qquad (7-80)$$

وبالقسمة على LC نحصل على:

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{1}{LC}v_c(t)=\frac{V_s}{LC} \qquad (7-81)$$

نلاحظ وكما بين ان المعادلة التفاضلية لـ$v_c(t)$ لها نفس صيغة المعادلة (7-48). بعد ذلك نجد الحل الخاص. بما أنه لدينا مصدر ثابت يمكننا إيجاد هذا الجزء من الحل باستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة والحاثة بدائرة قصر.

والشكل (7-22) يوضح ذلك. إذا كان التيار يساوي صفر والفولتية عبر المقاومة أيضا صفر. بينما الفولتية عبر المتسعة (الدائرة المفتوحة) مساوية لفولتية المصدر الثابت لذلك فان الحل الخاص هو:

$$v_{cp}(t)=V_s=10V \qquad (7-82)$$

يمكن التحقق من أن هذا هو الحل الخاص بتعويضه في المعادلة (7-81) مع ملاحظة أنه لهذه الدائرة الحل الخاص لـ $v_c(t)$ هو نفسه لكل قيم المقاومات الثلاثة.

بعد ذلك نقوم بإيجاد الحل المكمل والحل العام لكل قيمة من قيم R. لكل الحالات الثلاث لدينا:

$$\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^4 \qquad (7-83)$$

الحالة (1): $(R=300\Omega)$

في هذه الحالة لدينا:

$$\alpha=\frac{R}{2L}=1.5\times10^4 \qquad (7-84)$$

نسبه الإخماد هي $\xi=\alpha/\omega_o=1.5$ لأن $\xi>1$ تكون هذه حالة فوق الإخماد. جذور هذه المعادلة المميزة تعطى بالعلاقتين (7-72) و (7-73) وبالتعويض بالقيم نحصل على:

$$s_1=-\alpha+\sqrt{\alpha^2-\omega_o^2}$$
$$=-1.5\times10^4-\sqrt{(1.5\times10^4)^2-(10^4)^2}$$

$$= -2.618 \times 10^4$$

و

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

$$= -0.3820 \times 10^4$$

الحل المكمل له نفس صيغة المعادلة (74-7) وبإضافة الحل الخاص المعطى بالعلاقة (82-7) إلى الحل المكمل نحصل على الحل العام:

$$v_C(t) = 10 + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} \qquad (7\text{-}85)$$

الأن يجب علينا إيجاد قيم K_1 و K_2 لكي يطابق الحل شروط الحالة الابتدائية في الدائرة ومن المعطيات نعلم أن الفولتية الابتدائية عبر المتسعة هي صفر

$$v_c(0) = 0$$

بالإضافة إلى ذلك التيار الابتدائي من المعطيات يساوي صفر وبما أن التيار خلال المتسعة يعطى بالعلاقة:

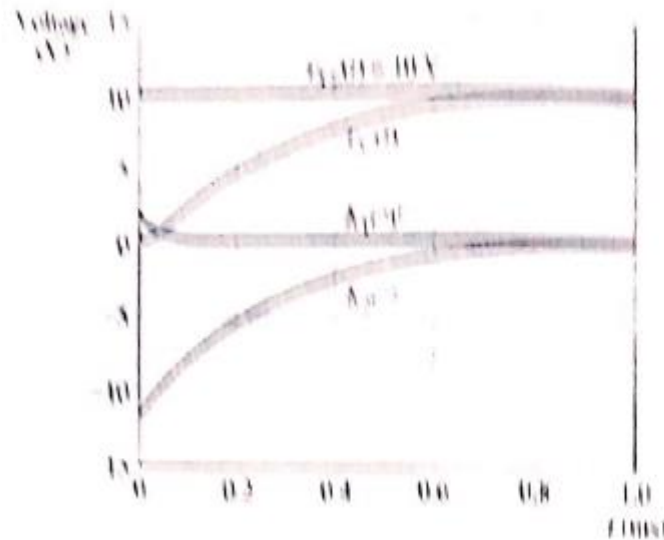
$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

نستنتج أن:

$$\frac{dv_c(0)}{dt} = 0$$

بأخذ اشتقاق المعادلة (85-7) والتعويض عندما $t = 0$ نحصل على:

$$-s_1 K_1 - s_2 K_2 = 0 \qquad (7\text{-}87)$$



الشكل (7-23) الحل عندما $R = 300\Omega$.

الآن نستطيع أن نحل المعادلتين (7-86) و (7-87) لنحصل على قيم K_1 و K_2 والنتيجة هي أن $K_1 = 1.708$ و $K_2 = -11.708$ وبتعويض هذه القيم في المعادلة (7-85) نحصل على الحل:

$$V_c(t) = 10 + 1.708e^{s_1 t} - 11.708e^{s_2 t}$$

الشكل (7-23) يوضح رسما بيانيا لكل تعبير في هذه المعادلة بالإضافة إلى الحل الكامل.

الحالة (2): $(R = 200\Omega)$

في هذه الحالة لدينا:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 10^4 \qquad (7-88)$$

ولأن $\zeta = \alpha/\omega_0 = 1$ تكون هذه حالة الإخماد الحرج، وجذور المعادلة المميزة تعطى بالعلاقتين (7-72) و (7-73) وبتعويض القيم نحصل على :

$$s_1 = s_2 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha = -10^4$$

الحل المكمل له صيغة المعادلة (7-75) وبإضافة الحل الخاص (المعادلة 7-82) إلى الحل المكمل نحصل على:

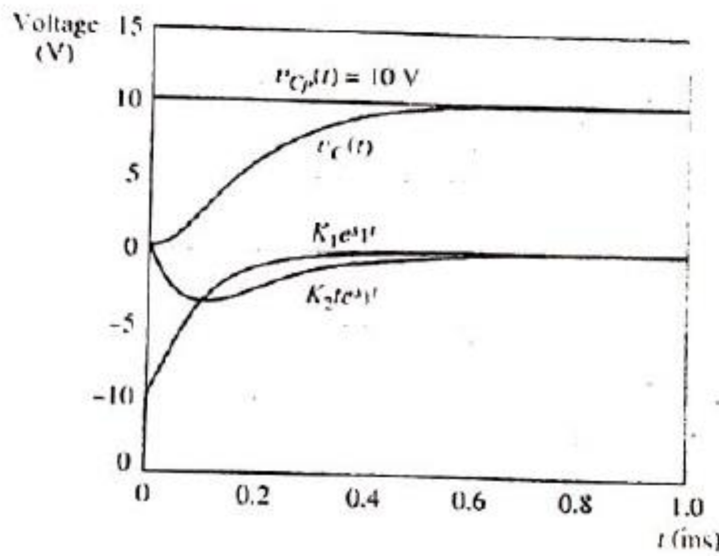
$$v_c(t) = 10 + K_1 e^{s_1 t} + K_2 t e^{s_1 t} \qquad (7-89)$$

كما في الحالة (1) فان الشروط الابتدائية تفترض أن $v_c(0) = 0$ و $dv_c(0)/dt = 0$ وهكذا باستبدال $t = 0$ في المعادلة (7-89) نحصل على:

$$10 + K_1 = 0 \qquad (7-90)$$

باشتقاق المعادلة (7-89) والتعويض $t = 0$ ينتج:

$$s_1 K_1 + K_2 = 0 \qquad (7-91)$$



الشكل (7-24) الحل عندما. $R = 200\Omega$

بحل المعادلتين (7-90) و (7-91) نحصل على $K_1 = -10$ و $K_2 = -10^5$ هكذا يكون الحل هو:

$$v_c(t) = 10 - 10e^{s_1 t} - 10^5 t e^{s_1 t} \qquad (7-92)$$

الشكل (7-24) يوضح رسم بياني لكل تعبير في هذه المعادلة بالإضافة إلى الحل الكامل.

الحالة الثالثة (3): $(R = 100\Omega)$

لقيمة المقاومة هذه لدينا:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 5000 \qquad (7-93)$$

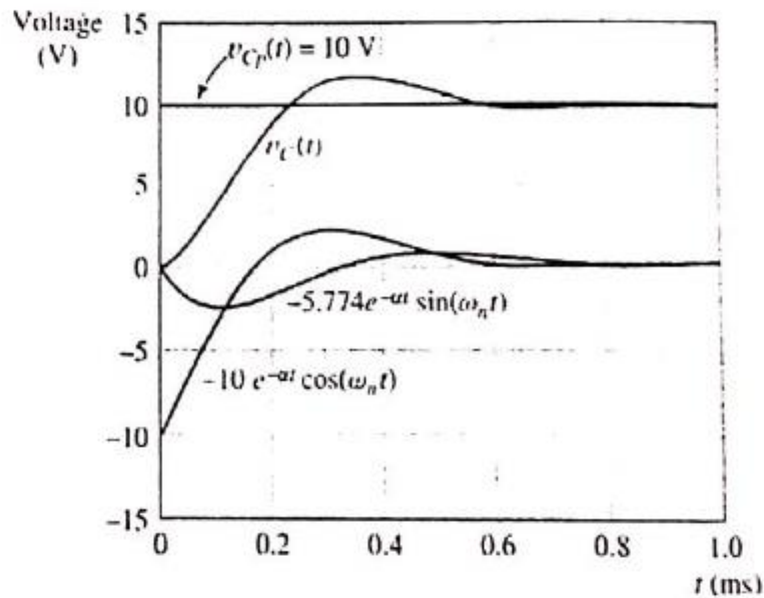
وبسبب أن $\xi = \alpha/\omega_o = 0.5$ تكون هذه حالة تحت الإخماد وباستخدام المعادلة (7-76) نحسب التردد الطبيعي:

$$\omega_n = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2} \qquad (7-94)$$

الحل المكمل له صيغة المعادلة (7-77).وبإضافة الحل الخاص الذي وجدناه سابقا نحصل على الحل العام :

$$v_c(t) = 10 + K_1 e^{-\alpha t}\cos(\omega_n t) + K_2 e^{-\alpha t}\sin(\omega_n t \quad (7-95)$$

كما في الحالة السابقة الشروط الابتدائية هي $v_c(0) = 0$ و $dv_c(0)/dt = 0$ وبالتعويض في المعادلة (7-95) عند $t = 0$ نحصل على:



الشكل (7-25) الحل عندما $R = 100\Omega$.

$$10 + K_1 = 0 \qquad (7-96)$$

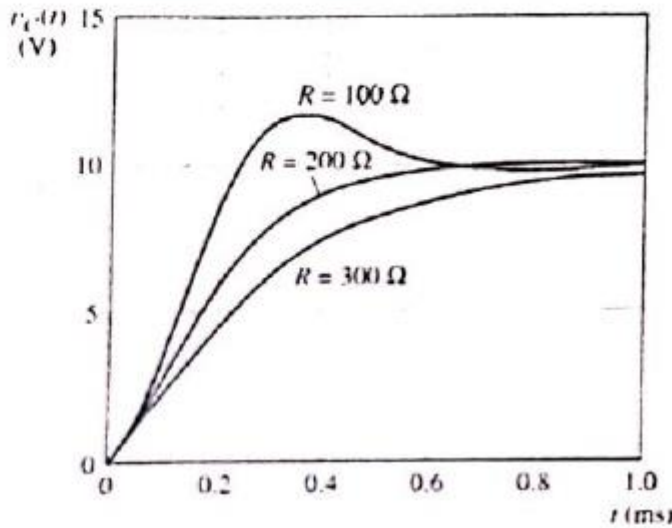
باشتقاق المعادلة (7-95) والتعويض عند $t = 0$ نحصل على:

$$-\alpha K_1 + \omega_n K_2 = 0 \qquad (7-97)$$

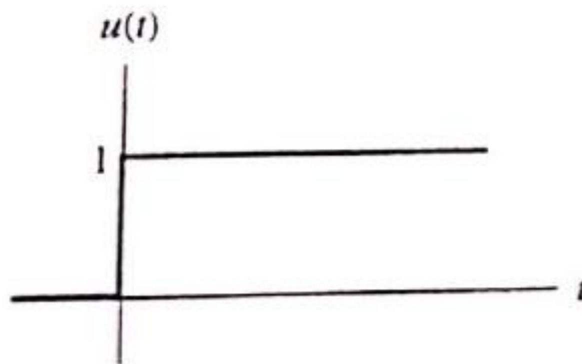
بحل المعادلتين (7-96) و (7-97) نحصل على $K_1 = -10$ و $K_2 = -5.774$
وبذلك يكون الحل الكامل هو:

$$v_c(t) = 10 = 10e^{-\alpha t}\cos(\omega_n t) - 5.774e^{-\alpha t}\sin(\omega_n t) \qquad (7-98)$$

الشكل (7-25) يوضح رسم بياني لكل تعبير في هذه المعادلة بالإضافة إلى الحل الكامل والشكل (7-26) يوضح الاستجابة الكاملة لجميع قيم المقاومات الثلاث.



الشكل (7-26) حلول جميع قيم المقاومات الثلاث.



الشكل (7-27) دالة وحدة سلمية.

الاستجابة السلمية الطبيعية لنظام من الدرجة الثانية

إذا سلطنا فجأة مصدر ثابت على دائرة نقول أن دائرة القدرة هي دالـة سـلمية. دالة الوحدة السلمية يرمز لها $u(t)$ مبينة في الشكل (27-7) بالتعريف لدينا:

$$u(t) = 0 \quad t < 0$$

$$= 1 \quad t \geq 0$$

على سبيل المثال إذا سلطنا فولتية ثابتـة بمقـدار A فولـت علـى دائـرة بـإغلاق المفتاح نكون سلطنا فولتية دالة سلمية

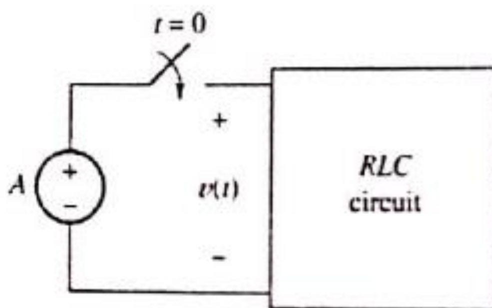
$$v(t) = Au(t)$$

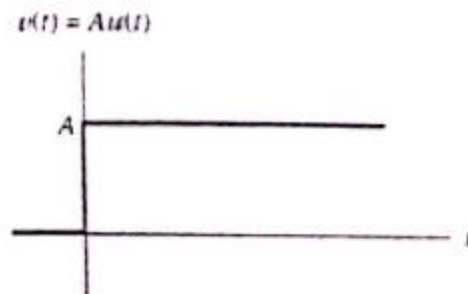
وهذا مبين في الشكل (28-7)

غالبا ما نصادف حالات كما في المثال (5-7) تسلط فيها دالـة قـدرة سـلمية إلى نظام من الدرجة الثانية ممثل بالمعادلة التفاضلية على الصيغة:

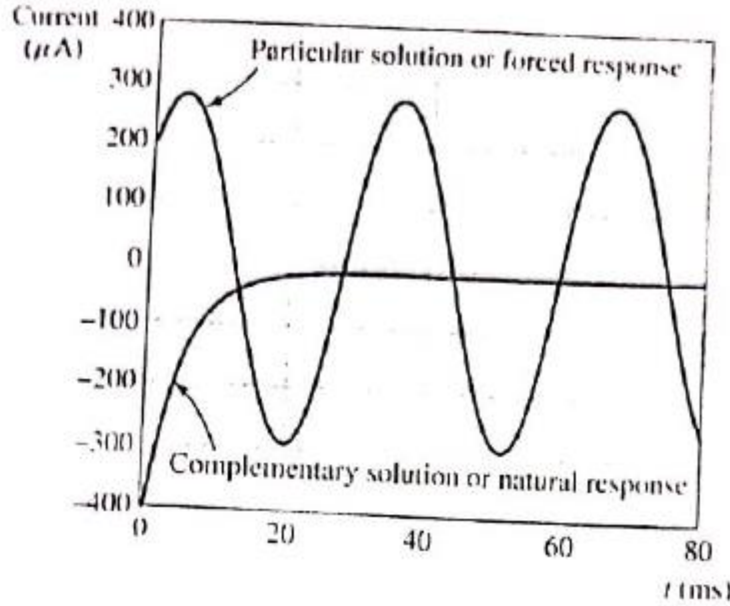
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\alpha\frac{dx(t)}{dt} + \omega_o^2 x(t) = Au(t) \qquad (7-99)$$

المعادلة التفاضلية مميزة بتردد الرنين غير المخمد ω_o ونسبه الإخماد $\xi = \alpha/\omega_o$ [بالطبع حل $x(t)$ يعتمد أيضـا علـى الشـروط الابتدائيـة] الحـل الطبيعـي مبـين في الشكل (29-7) للشروط الابتدائية $x(0) = 0$ و $x'(0) = 0$





الشكل (28-7) تسليط فولتية ثابتة بإغلاق مفتاح ينتج دالة قدرة سلمية.



الشكل (29–7) الاستجابة السلمية الطبيعية لنظام الدرجة الثانية الموضح في المعادلة (7-99).

استجابة النظام لنسبة ضئيلة من قيمة الإخماد ξ تظهر خروج عن المدى وتذبذب قبل الاستقرار على قيمة الطاقة المستقرة.من ناحية أخرى إذا كانت نسبه الإخماد عالية (مقارنه بالواحد) تأخذ الاستجابة وقت أطول نسبيا لكي تقترب مباشرة من القيمة النهائية.

في بعض الأحيان قد نرغب في تصميم نظام من الدرجة الثانية يصل بسرعة إلى حالة الاستقرار.عندها نحاول أن نصمم نظام له نسبه إخماد قريبة من الواحد .على سبيل المثال نظام التحكم لذراع آلي يمكن أن يكون من الدرجة الثانية فعندما تطلب إشارة سلمية من الذراع أن تتحرك فمن الأرجح أننا نرغب في أن تصل الذراع إلى موضعها النهائي في أقل وقت من دون خروج مفرط عن المدى أو أي تذبذب.

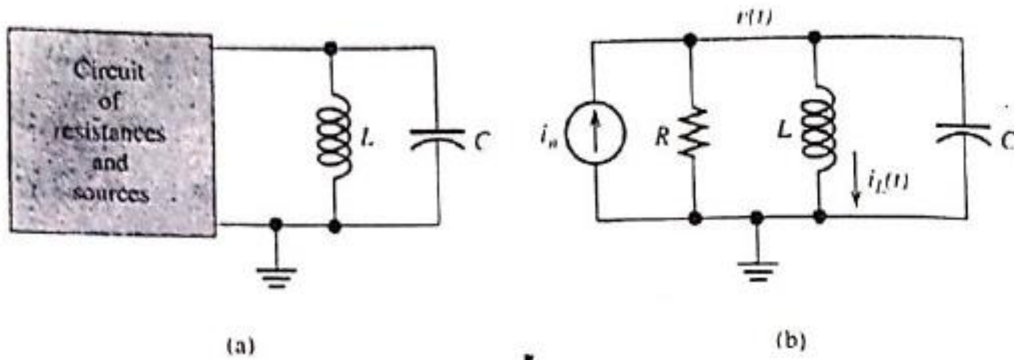
دوائر C و L على التوازي Circuits with Parallel L and C

إن حل الدوائر التي تحتوي على محاثات ومتسعات مربوطة على التوازي مشابهة جدا إلى حالة التوالي. لنأخذ الدائرة الموضحة في الشكل (7–30a) من المفترض أن تحتوي الدائرة داخل الصندوق مصادر ومقاومات. يمكننا إيجاد دائرة ثيفنن المكافئة

لأي دائرة ذات طرفين مؤلفة من مقاومات ومصادر. الدائرة المكافئة موضحة في الشكل (7-30b)

يمكن تحليل هذه الدائرة بكتابة معادلة قانون كيرشوف للتيار KCL عند العقدة العليا للشكل (7-30b) والنتيجة هي :

$$C\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{R}v(t)+\frac{1}{L}\int_0^t v(t)dt+i_L(0)=i_n(t) \qquad (7-100)$$



الشكل (7-30) أي دائرة تتكون من مصادر ومقاومات وتشكيلة من LC متوازية يمكن أن تختصر إلى دائرة مكافئة موضحة في (b).

ويمكن تحويل هذه المعادلة إلى معادلة تفاضلية صرفة بالاشتقاق نسبه إلى الزمن:

$$C\frac{d^2v(t)}{dt^2}+\frac{1}{R}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}v(t)=\frac{di_n(t)}{dt} \qquad (7-101)$$

بالقسمة على c نحصل على :

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2}+\frac{1}{RC}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{LC}v(t)=\frac{1}{C}\frac{di_n(t)}{dt} \qquad (7-102)$$

الآن إذا عرفنا عامل الإخماد

$$\alpha=\frac{1}{2RC} \qquad (7-103)$$

وتردد الرنين الغير مخمد

$$\omega_o=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7-104)$$

دالة (حالة) القدرة

$$f(t) = \frac{1}{C}\frac{di_n(t)}{dt} \qquad (7-105)$$

يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بالصيغة التالية:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + 2\alpha\frac{dv(t)}{dt} + \omega_o^2 v(t) = f(t) \qquad (7-106)$$

إن هذه المعادلة هي نفس صيغه المعادلة (7-64) بالضبط لذلك فإن تحليل العبور للدوائر التي تحتوي على L وC بالتوازي مشابهه جدا لتلك التي تحتوي LC على التوالي. على أية حال فإن معادلة معامل الإخماد α مختلفة في دائرة التوالي (التي فيها $\alpha = 1/2RC$) عن دائرة التوالي (التي فيها $\alpha = R/2L$)

مثال 14-7

إذا أخذنا الدائرة في الشكل (7-31) حيث $R = 25\Omega$ ؟

a)جد تردد الرنين غير المخمد وعامل الإخماد ونسبة الإخماد ؟

b) إذا كانت الشروط الابتدائية هي $i_L(0-) = 0$ و $v_L(0-) = 0$ اثبت أن هـذا يحتاج أن تكون $v'(0+) = 10^6\ V/s$.

c) جد الحل الخاص لـ $v(t)$ ؟

d) جد الحل العام لـ $v(t)$ متضمنا القيمة العددية لجميع العوامل ؟

الحل:

a) $\omega_o = 10^5$ و $\alpha = 2\times10^5$ و $\xi = 2$

b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_C(0) = 0.1A = Cv'(o)$ لذلك

$$v'(o) = 10^6$$

c) $v_p(t) = 0$

d) $v(t) = 2089(e^{-0.268\times10^5 t} - e^{-3.73\times10^5 t})$

مثال 7-15

اعد حل المثال (7-14) إذا كانت $R = 50\Omega$

الحل:

a) $\omega_o = 10^5$ و $\alpha = 10^5$ و $\xi = 1$

b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_C(0) = 0.1A = Cv'(o)$ لذلك

$v'(o) = 10^6$

c) $v_p(t) = 0$

d) $v(t) = 10^6 te^{-10^5 t}$

مثال 7-16

اعد حل التمرين (7-9) إذا كانت ، $R = 250\Omega$

الحل:

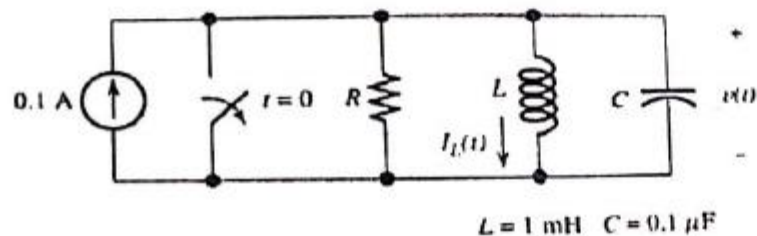
a) $\omega_o = 10^5$ و $\alpha = 0.2\times10^5$ و $\xi = 0.2$

b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_C(0) = 0.1A = Cv'(o)$ لذلك

$v'(o) = 10^6$

c) $v_p(t) = 0$

d) $v(t) = 10.21e^{-2\times10^4 t}\sin(97.98\times10^3 t)$



الشكل(7-31) الدائرة للأمثلة (7-14) و (7-15) و (7-16).

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

Steady State Sinusoidal Analysis

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

Steady State Sinusoidal Analysis

المقدمة

الدوائر التي تغذى بمصادر إشارة جيبية لها العديد من التطبيقات المهمة مثال الطاقة الكهربائية توزع للمساكن والأعمال التجارية بواسطة تيارات فولتيات الإشارات الجيبية علاوة على ذلك للإشارات الجيبية العديد من الاستخدامات في الاتصالات الراديوية. أخيراً يعرف فرع الحسابات بتحليل فور ير (Fourier analysis) ويبين أن كل إشارات الجانب العملي متكونة من مكونات إشارة جيبية (sinusoidal) لذلك تكون دراسة الدوائر التي لها مصادر اشارة جيبية الموضوع المركزي في الهندسة الكهربائية.

8-1 فولتيات وتيارات الإشارة الجيبية sinusoidal current and voltages

الشكل (8-1) يوضح فولتية الإشارة الجيبية وتعطى بالعلاقة التالية:-

$$V(t)=V_m \cos(Wt+\theta) \qquad (8.1)$$

حيث أن:-

V_m: قيمة فولتية القمة.

w : التردد الزاوي ووحدته راديان لكل ثانية (radians per second).

θ: طور الزاوية.

الاشارة الجيبية هي اشارة دورية أي تعيد قيم النمط نفسه في كل فترة من الزمن (T). وبما ان دالة (cosine) أو دالة (sine) تكمل دورة واحدة عندما تزداد الزاوية بقيمة 2´radians فاننا نحصل على:

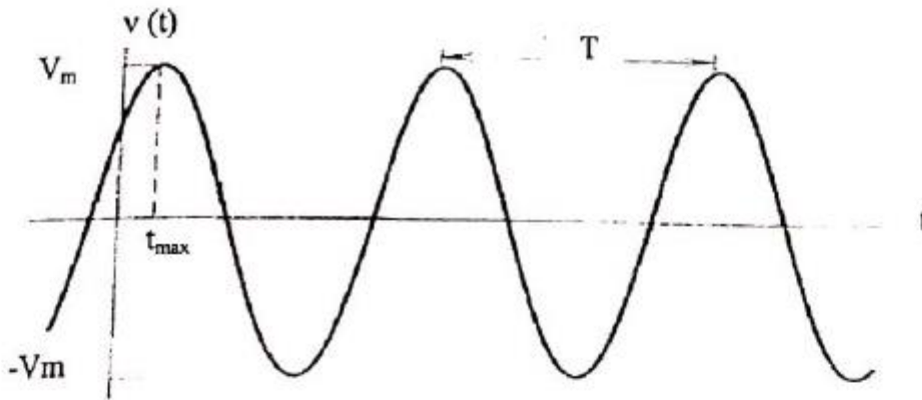
$$wt = 2\pi \qquad (8.2)$$

تردد الاشارة الجيبية الدورية هو عدد الدورات الكاملة الثانية لذلك نحصل على:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (8.3)$$

وحدة التردد هي الهيرتز (HZ) (فعليا الوحدات الفيزيائية للهيرتز تكافئ مقلوب الثانية) بحل المعادلة (8.2) للترددالزاوي فاننا نحصل على:-

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (8.4)$$



الشكل (1-8) تعطى فولتية الاشارة الجيبية بواسطة العلاقة (V(t) = Vm cos(wt +θ.

ملاحظة : نفرض أن θ بالدرجات فنحصل على: $t_{max} = (-\theta/360) * T$ في الإشارة الموضحة $\theta = -45^{o}$.

من المعادلة (8.3) نعوض بقيمة (T) فنحصل على :-

$$w=2\pi \qquad \textbf{(8.5)}$$

في جميع مناقشتنا متغيرات (argument) الدالــة (cosine) أو (sine) تكــون في الشكل :-

wt+θ

نفرض بــأن وحـدة الـتردد الـزاوي (w) راديـان لكـل ثانيـة (radians per second) (rad/s).

على كل حال أحيانا يعطى طور الزاويــة (θ) بالدرجـات لذلـك يكـون لها وحدات مخلوطة و إذا أردنا تقدير cos (wt+θ) بقيمة عملية للزمن يجب أن نحول θ إلى راديان قبل اضافة الحدود في المتغيرات (argument) عادة نجـد أنـه مـن السـهل تصور تعبير الزاوية بالدرجات والوحدات المخلوطة ليست مشكلة.

وللمماثلة نعبر بدوال الإشارات الجيبية باستخدام cosine بدلا عن دالة sine تبدل الدوال بواسطة العلاقة التالية:

$$\text{Sin}(Z) = (Z - 90^{o}) \qquad (8.6)$$

مثال عندما نريد ايجاد طور الزاوية للمعادلة :

$$V_X(t) = 10\cos(200t + 30^{o} - 90^{o})$$

$$= 10\cos(200t - 60^{o})$$

وبذلك نجد أن طور زاوية $V_X(t)$ هو -60^{o}

8-1-1 قيم جذر متوسط التربيع Root-Mean-Square Value

اذا كانت الفولتية الدورية v(t) عند الزمـن الدوري T للمقاومة R فان القدرة المبددة في المقاومة تحسب بواسطة العلاقة التالية :

$$P(t) = \frac{V^2(t)}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots(8.7)$$

تعطي الطاقة المبددة في فترة من الزمن بالعلاقة التالية:

$$E_T = \int_0^T P(t)dt \ldots\ldots\ldots\ldots(8.8)$$

متوسط القدرة P_{avg} في المقاومة هي الطاقة المبـددة في دورة واحـدة مقسـومة على الزمن الدوري (T) لذلك:-

$$P_{avg} = \frac{E_T}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T P(T)dt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.10)$$

بتعويض المعا دلة (7-8) في المعا دلة (9-8) لحصل على:-

$$P_{avg} = \int_0^T \frac{V^2(t)}{R}dt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.11)$$

يمكن كتابة المعادلة في الصورة التالية:-

$$P_{avg} = \frac{\left[\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt}\right]^2}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots(8.12)$$

تعرف قيمة جذر متوسط التربيع (r.m.s) أيضا بالقيمة الفعا لة يعـرف مربع القيمة الفعا لة (r.m.s) للفولتية الدورية v(t) بالعلاقة التالية:

$$P_{avg} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt} \ldots\ldots\ldots\ldots(8.13)$$

بتعويض المعادلة (8.12) في المعادلة (8.11) لحصل على :

$$P_{avg} = \frac{V^2_{r.m.s}}{R}$$

اذا كانت القيمة الفعالة (r.m.s) للفولتية الدوريـة معروفـة فانـه مـن السـهل حساب متوسط القدرة المبددة في المقاومة .

$$I_{r.m.s} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} \ldots\ldots\ldots\ldots(8.14)$$

و يعطي متوسط القـدرة المبـددة اذا كـان i(t) يتدفـق عـبر المقاومـة بالعلاقـة التالية.

$$P_{avg} = I^2_{r.m.s}\, R \qquad \textbf{(8.15)}$$

8-1-2 القيمة الفعالة للاشارة الجيبية RMS value of a Sinusoid

تعطى فولتية الاشارة الجيبية بالعلاقة التالية:

$$V(t) = Vm^2 \cos^2(wt+\theta) \qquad (8.16)$$

لايجاد القيمة الفعالة (r.m.s) نعوض في المعادلة (8.12) وينتج منها:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{1}{T} \int V_m{}^2 \cos^2(\omega t + \theta)dt} \text{............}(8.17)$$

باستخدم قوانين المثلثات لحصل على:

$$\cos^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2z) \text{.................}(8.18)$$

ونكتب المعادلة (8.17) بالصورة التالية:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m{}^2}{2T} \int_0^T [1 + \cos(2\omega t + 2\theta)dt} \text{..........}(8.19)$$

حل تكامل المعادلة لحصل على :

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m{}^2}{2T}\left[T + \frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t + 2\theta\right]_0^T} \text{...........}(8.20)$$

بالتعويض عن حدود التكامل نحصل على:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m{}^2}{2T}\left[T + \frac{1}{2\omega}\sin(2\omega T + 2\theta) - \frac{1}{2\omega}\sin(2\theta\right]} \text{.......}(8.21)$$

بالرجوع إلى المعادلة (8.2) نلاحظ أن wT=2 لذلك نحصل على :

$$\frac{1}{2}\sin(2\omega T + 2\theta) - \frac{1}{2}\sin(2\theta) = \frac{1}{2\omega}\sin(4\pi + 2\theta) - \frac{1}{2\omega}\sin(2\theta)$$

$$= \frac{1}{2\omega}\sin(2\theta) - \frac{1}{2\omega}\sin(2\theta)$$

$$= 0$$

لذلك تختصر المعادلة (8.21) الى الصورة التالية:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad \text{.........}(8.22)$$

نستخدم هذه النتيجة عندما نتعامل عدة مرات مع الاشارات الجيبية.

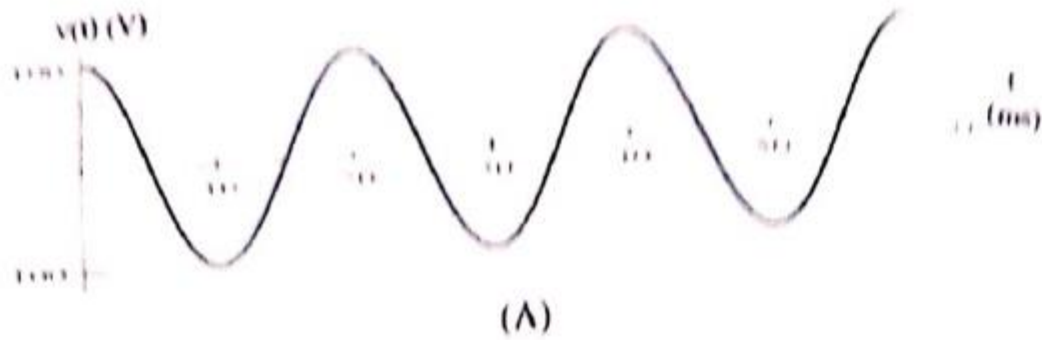
عادة في مناقشة الاشارات الجيبية تعطى القيمة (r.m.s) أو القيمة الفعالة بدلا عن قيمة فولتية القمة(peak value) مثال القدرة المستمرة (ac power) تتوزع في أسلاك المباني السكنية بقيمة (60Hz - 115Vrms) (في الولايات المتحدة). معظم الناس يعرف هذا ولكن القليل يعرف أن 115 v هي قيمة (r.m.s) وقيمة فولتية القمة هي $V_m = V_{rms} \times \sqrt{2} = 115 \times \sqrt{2} \cong 163v$. (فعليا 115v هي قيمة فولتية التوزيع السكنية ولكنها تتراوح بين حوالي 105v و130v).

قيمة الفولتية الفعالة (r.m.s) للاشارة الجيبية هي $V_{rms} = V_m / \sqrt{2}$ و لايجاد قيمة الفولتية الفعالة (r.m.s) لباقي الموجات الدورية نحتاج إلى استعمال التعريف المعطى في المعادلة (8.12).

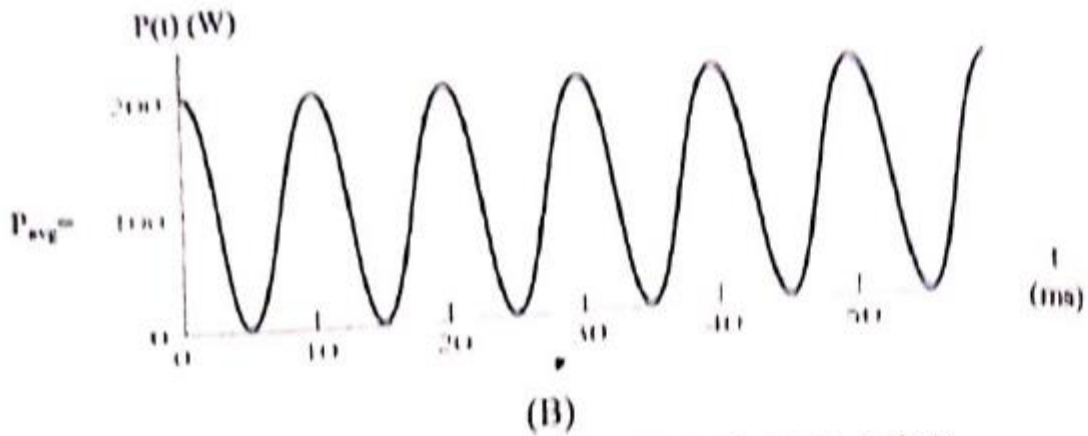
مثال 1-8 :

اذا كانت قيمة الفولتية معطاة بالعلاقة $v(t)\ 100\cos\ (100\ \pi t)$ مسلطة على مقاومة قيمتها $50\ \Omega$؟

ارسم $v(t)$ مقابل الزمن. جد القيمة الفعالة (r.m.s) للفولتية ومتوسط القدرة على المقاومة. جد القدرة كدالة في الزمن وارسم ذلك بمقياس.



(A)



(B)

الشكل (2-8) الفولتية والقدرة مقابل الزمن للمثال (1-8)

الحل:

بمقارنة التعبير المعطى V(t) مع المعادلة (8.1) نجد أن 100 = w وباستخدام المعادلة (8.5) نجد أن التردد $f = w/2\pi$ f=50HZ ورسم V(t) مقابل الزمن موضح في الشكل (8.2a).

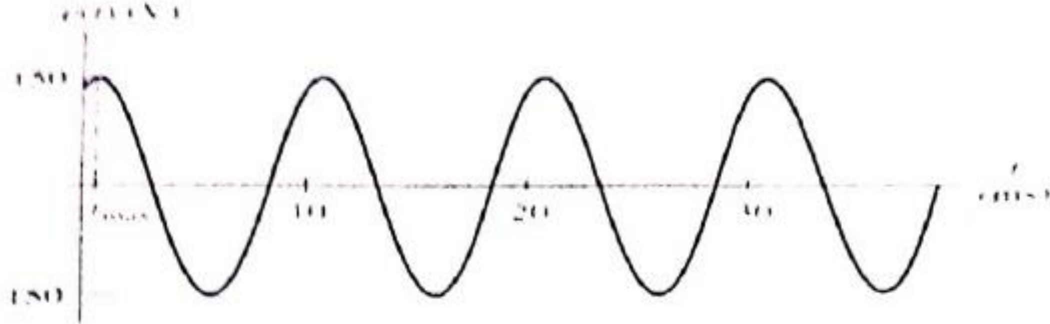
قيمة فولتية القمة (Peak Value) هي V 100 = Vm لذلك $Vr.m.s. = Vm/\sqrt{2} = 70.71V$ ومتوسط القدرة هو:

$$P_{avg} \frac{V_{r.m.s}^{2}}{R} = \frac{(70.71)^2}{50} = 100W$$

تعطى القدرة كدالة للزمن بالعلاقة التالية:

$$P(t) = \frac{V^2(t)}{R} = \frac{100^2 \cos^2(100\pi t)}{50} = 200\cos^2(100\pi t)W$$

الشكل (8-2b) يوضح رسم P(t) مقابل الزمن. لاحظ أن القدرة تتذبذب بين 0W و200W ومتوسط القدرة هو 100W كما أوجدناه سابقا باستخدام القيمة الفعالة (r.m.s).



الشكل (8-3) اجابة التمرين (5-1c)

سؤال 8-1:

اذا كانت فولتية الاشارة الجيبية تعطى بالعلاقة التالية:

$$V(t) = 150 \cos (200' t - 30^{o})$$

جد التردد الزاوي ، التردد بالهيرتز ، الزمن الدوري ، قيمة القمة (Peak Value) ، القيمة الفعالة (r.m.s) أيضا جد أول قيمة للزمن t_{max} بعد $t = 0$ مثل V(t) الذي يحقق قمته الموجبة.

اذا كانت هذه الفولتية مطبقة على مقاومة قيمتها 50ظ فاحسب متوسط القدرة المبددة.

ارسم V(t) مقابل الزمن.

الاجابة:

$$,V_{r.m.s} = 106.1 \text{ v} \ , V_m = 150 \text{ v} , T = 10 \text{ ms} , f = 100 \text{ HZ} , w = 200'$$

$$t\max = \frac{30^{0}}{360^{0}} \times T = 0.833ms$$

$$P_{avg} = 225 \text{ W}$$

رسم V(t) مقابل الزمن موضح في الشكل (8-3).

سؤال 8-3:

عبر عن $V(t) = 100 \sin (300^{\prime} t + 60^{o})$ كدالة cosine.

الاجابة:

$$V(t) = 100 \cos(300^{\prime} t - 30^{o})$$

سؤال 8-4:

اذا كانت فولتية الخط المتناوبة (ac) تغـذي كمبيوتـر فولتيتـه الفعالـة (r.m.s value) تساوي 110 v والتردد 60HZ و تتحقق فولتية القمة عند الزمن t = 5 ms اكتب التعبير لهذه الفولتية المستمرة كدالة في الزمن.

الاجابة:

$$V(t) = 155.6 \cos(377t - 108^{o})$$

8-2 الأطوار Phasors

في عدد من الفصول اللاحقة سنلاحظ أن تحليل الاشارة الجيبيـة ذات الحالـة المستقرة سهل جدا اذا مثلنا التيارات والفولتيات بواسـطة المتجـهات (الأطـوار) في تمثيل العدد المركب.

سوف نبدأ بدراسة الطرق البسيطة للجمع (أو الطـرح) للإشـارات الجيبيـة، عادة نحتاج إلى تطبيق قانون كيرشوف للفولتية Kirchoff's voltage low (KVL) أو قانون كيرشوف للتيار Kirchoff's current low (KCL) في الدوائـر ذات المصـادر المتناوبة (ac).

مثال بتطبيق قـانون كيرشـوف للفولتيـة (KVL) علـى شـبكة فيـها فولتيـات اشارات جيبية نحصل على التعبير التالي:

$$V(t) = 10 \cos (w t) + 5 \sin(w t + 60^{o}) + 5 \cos(w t + 90^{o}) \quad (8.23)$$

للحصول على قيمة القمة (Peak Value) للفولتية V(t) وزاوية طورها يجب أن نضع المعادلة (8.23) في الشكل:

$$V(t) = V_m \cos(w\,t + \theta) \qquad (8.24)$$

هذه النتيجة تتحقق بتكرار التعويض باستخدام العلاقات المثلثية على كل حال هذه الطريقة مملة جدا للعمل العادي وبلا من ذلك سنرى انه يمكننا تمثيل كل حد في الجانب الأيمن للمعادلة (8.23) بواسطة استخدام المتجه في تمثيل العدد المركب والذي يعرف بالأطوار بعد ذلك يمكننا اضافة الأطوار بسهولة نسبية وتحويل الجمع الى الشكل المطلوب.

8-2-1 تعريف الطور Phasor Definition

نعرف الطور لفولتية الاشارة الجيبية التي في الشكل $V(t) = V_1 \cos(wt + \theta_1)$ بأنه:

$$V_1 = V_1 \angle \theta_1$$

طور الاشارة الجيبية هو عدد مركب له قيمة (magnitude) تساوي قيمة القمة (Peak Value) وله نفس طور زاوية الاشارة الجيبية (في شرحنا القادم سوف نعرف إيجاد قيمة الطور ونأخذ القيمة الفعالة بدلا من قيمة القمة).

اذا كانت الاشارة الجيبية في الصورة التالية:

$$V_2(t) = V_2 \sin(wt + \theta_2)$$

فاننا أولا نحول دالة sine الى دالة cosine باستخدام العلاقات المثلثية.

$$\mathrm{Sin}(Z) = \cos(Z - 90^\circ) \qquad (8.25)$$

لذلك يكون لدينا:

$$V_2(t) = V_2 \cos(wt + \theta_2 - 90^\circ)$$

والطور هو:

$V2 = V2 \angle \theta_2 - 90^\circ$

توجد أطوار تيارات الاشارة الجيبية بنفس الدالة وبالتالي تكون التيارات:

$i_1(t) = I_1 \cos(wt + \theta)$

و $i_2(t) = I_2 \sin(wt + \theta_2)$

الأطوار هي:

$I1 = I1 \angle \theta 1$

و $I2 = I2 \angle \theta 2 - 90o$

على التوالي

8-2-2 اضافة الاشارات الجيبية باستخدام الاطوار

Adding Sinusoidal Using Phasors

نوضح الان كيفية جمع حدود الجانب الايمن للمعادلة (8.23) باستخدام الاطوار.

الخطوة الولى لجمع حدود المعادلة (8.23) كتابة جميع الاشارات الجيبية كدالة cosine باستخدام المعادلة (8.25) وبذلك تصبح المعادلة (8.23) كالتالي:

$$V(t) = 10\cos(wt) + 5\cos(wt - 60^\circ - 90^\circ) + 5\cos(wt + 90^\circ) \quad \textbf{(8.26)}$$

$$V(t) = 10\cos(wt) + 5\cos(wt - 30^\circ) + 5\cos(wt + 90^\circ) \quad \textbf{(8.27)}$$

بالرجوع الى صيغ (Euler's) **فأن**

$$\mathrm{Cos}(\theta) \ \mathrm{Re}(e^{j\theta}) = \mathrm{Re}[\cos(\theta) + j\sin(\theta)] \quad \textbf{(8.28)}$$

حيث نلاحظ أن (Re) تعني أننا لحتفظ بالجزء الحقيقي للكمية فقط داخل علامات الحصر (القوسان).

وبذلك من الممكن كتابة المعادلة (8.27) بالصورة التالية:

$$V(t) = 10\,\mathrm{Re}\left[e^{j\omega t}\right] + 5\,\mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t-30^\circ)}\right] + 5\,\mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t+90^\circ)}\right] \ldots\ldots(8.29)$$

عند ضرب عدد مركب (Z) بعدد حقيقي (A) فان كلا الجزئين الحقيقي والتخيلي للعدد (Z) مضروبين في العدد (A) وللك تصبح المعادلة (8.29) في الصورة التالية:

$$V(t) = \mathrm{Re}\left[e^{j\omega t}\right] + \mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t-30^\circ)}\right] + \mathrm{Re}\left[e^{j(\omega t+90^\circ)}\right] \ldots\ldots(8.30)$$

وبامكاننا كتابة المعادلة في الصورة التالية:

$$V(t) = \mathrm{Re}\left[10e^{j\omega t} + 5e^{j(\omega t-30^\circ)} + 5e^{j(\omega t+90^\circ)}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.31)$$

الجزء الحقيقي لجمع عدد من الكميات المركبة يساوي مجموع الأجزاء الحقيقية واذا أخرجنا العامل e^{jwt} خارج الحد تصبح المعادلة (8.31) في الصورة التالية:

$$V(t) = \mathrm{Re}\left[\left(10 + 5^{-j30^\circ} + 5^{j90^\circ}\right)e^{j\omega t}\right] \ldots\ldots(8.32)$$

نضع الاعداد المركبة داخل الشكل القطبي فنحصل على:

$$V(t) = \mathrm{Re}[(10\ \angle 0^\circ + 5\angle{-30^\circ} + 5\angle 90^\circ)e^{j\omega t}] \qquad (8.33)$$

الان بامكاننا جمع الأعداد المركبة كما يلي:

$$10\angle 0^\circ + 5\angle{-30^\circ} + 5\angle 90^\circ = 10 + 4.33 - j2.50 + j5$$

$$= 14.33 + j2.5$$

$$= 14.54\angle 9.90^\circ \qquad (8.34)$$

$= 14.54e^{j9.90^\circ}$

بتعويض هذه النتيجة في المعادلة (8.33) لحصل على:

$$V(t) = \text{Re}\left[\left(14.54e^{j9.90^\circ}\right)e^{j\omega t}\right] \ldots\ldots\ldots (8.35)$$

ونكتب في الصورة التالية:

$$V(t) = \text{Re}\left[\left(14.54e^{j(\omega t + 9.90^\circ)}\right)e^{j\omega t}\right] \ldots\ldots\ldots (8.36)$$

الحدود التي في الجانب الأيسر للمعادلة (8.34)هـي اطـوار للحـدود الـتي في الجانب الأيمن للتعبير الأصلي للفولتية V(t). لاحظ ان الجزء الأساسي والمطلـوب لدمج (لجمع) الإشارات الجيبية هو جمع الأطوار.

8-2-3 الخطوات المبسطة والأكثر فعالية لجمع الإشارات الجيبية

Streamlined procedure for Adding Sinusoids

إذا أردنا جمع الإشارات الجيبية نكتب أولا الطور لكل حد في عمليـة الجمـع بعد ذلك نضيف الأطـوار باسـتخدام حسـاب الأعـداد المركبـة ثـم نبسـط التعبـير للجمع.

مثال 8.2:

استخدام الأطوار لجمع الإشارات الجيبيةا

بافتراض أن $V_1(t) = 20\cos(wt - 45^\circ)$

$V_2(t) = 10\sin(wt + 60^\circ)$

إلى حد واحد $V_s(t) = V_1(t) + V_2(t)$ ثم بسط الجمع

الحل:

الاطوار هي: $V_1 = 20 \angle -45^\circ$

$V_2 = 10 \angle -30^\circ$

لاحظ أننا طرحنا 90° لإيجاد طور زاوية V_2 لأن $V_2(t)$ هي دالة sine بدلا من دالة cosine.

نكتب دالة الزمن التي تمثل طور V_s كما يلي:

$V_s(t) = 29.97 \cos(wt - 39.7^\circ)$

سؤال 8.4:

بسط التعابير التالية باستخدام الاطوار:

$V_1(t) = 10 \cos(wt) + 10 \sin(wt)$

$i_1(t) = 10 \cos(wt + 30^\circ) + 5 \sin(wt + 30^\circ)$

$i_2(t) = 20 \,(wt + 90^\circ) + 15 \,(wt - 60^\circ)$

الجواب :

$V_1(t) = 14.14 \cos(wt - 45^\circ)$

$i_1(t) = 11.18 \cos(wt + 3.44^\circ)$

$i_1(t) = 30.4 \cos(wt - 25.3^\circ)$

8-2-4 تمثيل الاطوار بالمتجهات الدوارة Phasors as Routing Vectors

اذا كانت فولتية الاشارة الجيبية هي:

$V(t) = Vm \cos(wt + \theta)$

بتطوير مفهوم الطور فاننا نكتب:

$V(t) = Re[V_m e^{j(wt+\theta)}]$

الكميات المركبة داخل القوسين هي:

$$V_m e^{j(wt+\theta)} = V_m \angle wt+\theta$$

هذا يمكن أن نتخيله (نتصوره) كمتجه رمزه V_m الذي يدور عكس عقارب الساعة في المستوى التخيلي بسرعة زاوية (w rad/s).علاوة على ذلك الفولتية V(t) هي جزء حقيقي لهذا المتجه وهذا موضح في الشكل (8-4). عندما يدور المتجه فانه يمثل على منحنى المحور الحقيقي للفولتية كدالة الزمن.الطور يبسط اللقطة لدوران هذا المتجه عند t = 0.

8-2-5 علاقات الطور Phase Relationships

سوف نرى أن علاقات الطور بين التيارات والفولتيات تكون غالبا مهمة .

نعتبر أن الفولتيات هي:

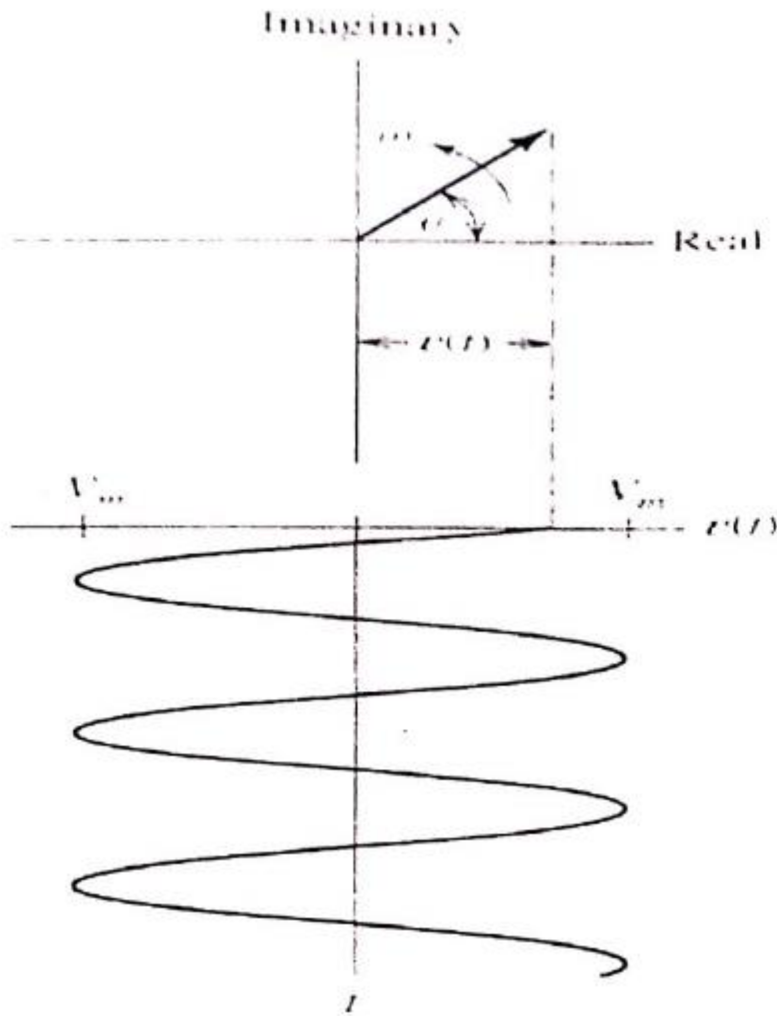
- $V_1(t) = 3\cos(wt + 40^o)$

و$V_2(t) = 4\cos(wt - 20^o)$

تمثيل الاطوار هو:

$$V_1 = 3 \angle 40^o$$

$$V_1 = 4 \angle -20^o$$

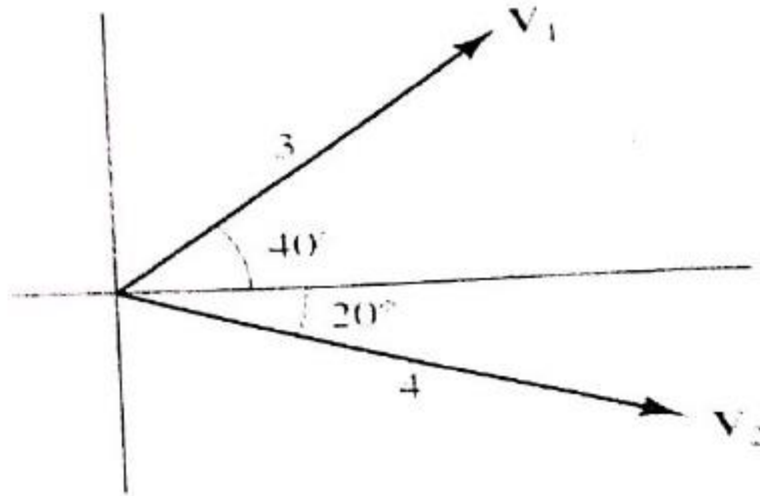


الشكل (4-8) الاشارات الجيبية يمكن أن تمثل كجزء حقيقي لدوران المتجه عكس عقارب الساعة في المستوى المركب

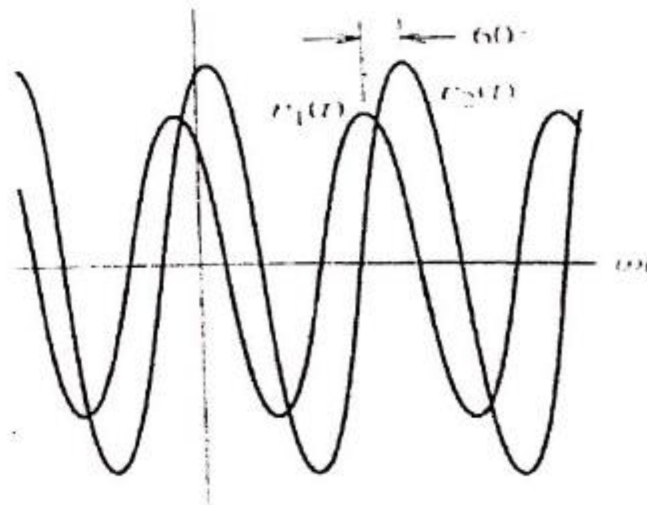
الشكل(5-8) يوضح المخطط الطوري لاحظ أن الزاوية بين V_1 و V_2 هي 60^o وبما أن المتجهات المركبة تدور عكس عقارب الساعة فاننا نقول أن V_1 يتقدم عن V_2 بزاوية مقدارها 60^o (علاقة الطور يمكن أن تمثل بواسطة أن V_2 يتأخر عن V_1 بزاوية مقدارها 60^o).

يمكننا تعيين الفولتيات مقابل الزمن بواسطة منحنى الجزء الحقيقي لدوران المتجهات. الشكل (6-8) يوضح $V_1(t)$ و $V_2(t)$ مقابل (wt) لاحظ أن $v_1(t)$ تصل

قمته الى 60^o قبل وصول $V_2(t)$ هذه العبارة تعني أن $V_1(t)$ يتقدم على $V_2(t)$ بزاويـة مقدارها 60^o



الشكل (8-5) بما أن المتجهات تدور عكس عقارب الساعة فان V_1 يتقدم على V_2 بزاوية مقدارها 60^o (وتكافئ أنّ V_2 يتأخر بزاوية مقدارها 60^o)



الشكل (8-6) قمم $V_1(t)$ تتقدم على قمم $V_2(t)$ بزاوية مقدارها 60^o وهذا يعني أن $V_1(t)$ يتقدم على $V_2(t)$ بزاوية مقدارها 60^o

سؤال 5-8:

اذا كانت الفولتيات المعطاه هي:

$V_1(t) = 10\cos(wt - 30^o)$

$V_2(t) = 10\cos(wt + 30^o)$

$V_3(t) = 10\cos(wt + 45^o)$

جد علاقة الطور بين كل زوج من الفولتيات (جد الطور لكل فولتية وارسم المخطط الصندوقي للطور.

الجواب :

V_1 lags V_2 by 60^o (or V_2 leads V_1 by 60^o)

V_1 leads V_3 by 15^o (or V_3 lags V_1 by 15^o)

V_2 leads V_3 by 75^o (or V_3 lags V_2 by 75^o)

8-3 الممانعات المعقدة Complex Impedances

في هذا الجزء سنتعلم استخدام الأطوار لتمثيل فولتيات الإشارة الجيبية ونستطيع حل مسائل دوائر الإشارات الجيبية ذات الحالة المستقرة بصورة سهلة نسبيا مقارنة بالطرق السابقة ونستخدم الحسابات المعقدة وتحليل الإشارات الجيبية ذات الحالة الثابتة وهي افتراضيا نفس تحليلات دوائر المقاومات التي درسناها سابقا.

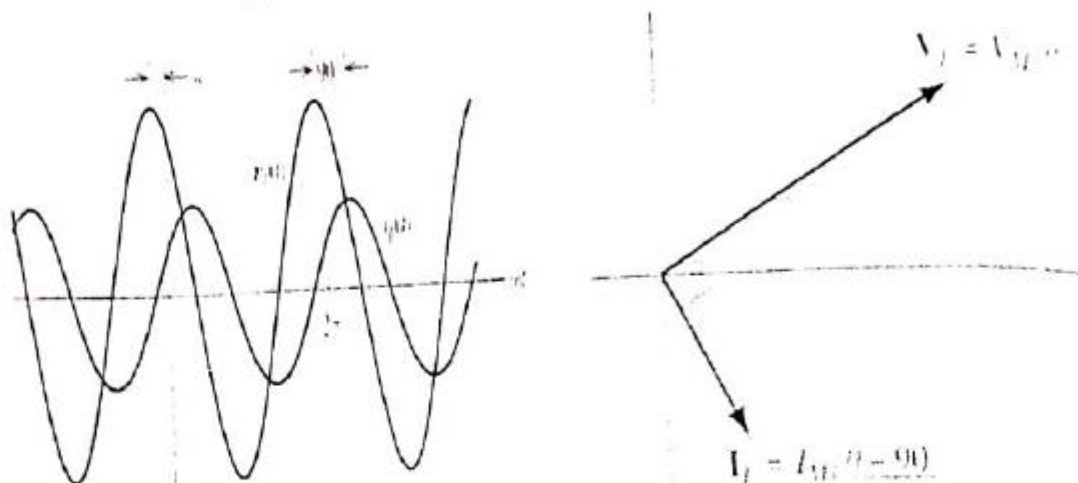
8-3-1 المحث Impedance

تذكر أن الفولتية في المحث تعطى بواسطة:

$$i_L(t) = I_m \sin(wt + \theta) \qquad (8.37)$$

وتعطى الفولتية في المحث بواسطة العلاقة التالية:

$$V_L(t) = L\frac{di_L}{dt} \quad \text{.............(8.38)}$$



(a) مخطط الطور (b) التيار والفولتية مقابل الزمن

الشكل (7-8) التيار يتأخر بزاوية مقداره 90° في الحث الخالص

بتعويض المعادلة (8.37) في المعادلة (8.38) وتبسيطها نحصل على:

$$V_L(t) = w_L\, I_m \cos(wt + \theta) \quad (8.39)$$

معادلات الأطوار والتيار والفولتية هي:

$$I_L = I_m, \quad \angle\, \theta - 90^o \qquad (8.40)$$

$$I_1 = w_L\, I_m \angle\, \theta \quad = V_m \ \angle\, \theta \quad (8.41)$$

الشكل(8-7a) يوضح مخطط طور التيار والفولتية والشكل (8-7b) يوضح ان شكل الموجة الجيبي للجهد والتيار متوافقان، لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها 90° في الحث النقي.

$$VL = (w \ \angle 40o{*}\ Im) \quad \angle\, \theta \ \ 90^o \qquad (8.42)$$

نعوض بالمعادلة (8.40) في المعادلة (8.42) فنحصل على:

$$VL = (w \quad \angle 40^\circ \;) * I_L \qquad (8.43)$$

ويمكن كتابتها في الصورة التالية:

$$VL = jwLX \qquad (8.44)$$

حيث أن وهو كمعاوقة للملف ويشار اليه ب ZL

وبذلك نحصل على:

$$ZL = jwL = wL \;\angle 90^\circ \qquad (8.45)$$

و

$$V_L = Z_L\, IL \qquad (8.46)$$

طور الفولتية يساوي أزمان معاوقة طور التيـار وهـذا قـانون اوم في صـورة الطورز في أي محث تكون المعاوقة عدد تخيلـي بينمـا تكـون المقاومـة عـدد حقيقـي (المعاوقات الخالية من الأعداد التخيلية تسمى بالمقاومات).

8-3-2 المتسعة Capacitance

اذا كان التيار والفولتية اشارة جيبيـة فـان الأطـوار تعطـى بواسـطة العلاقـة التالية:

$$V_C = Z_C\, I_C \qquad (8.47)$$

معاوقة المتسعة هي:

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega c} = \frac{1}{j\omega c} = \frac{1}{\omega c} \;\angle -90^\circ \qquad (8.48)$$

لاحظ أن معاوقة المتسعة هي أيضا خالية من الأعداد التخيلية على افـتراض أن طور الفولتية هو:

$$V_C = V_m \angle \theta$$

وطور التيار هو:

$$I_C = \frac{V_C}{Z_C} = \frac{V_m \angle \theta}{(1/\grave{u}c) \angle \theta} \quad wCVm \angle \theta + 90o$$

$$I_C = I_m \angle \theta + 90o$$

حيث أن $I_m = w_C V_m$

الشكل (8-8a) يوضح مخطط الطور للتيار والفولتية في المتسعة النقية ويوضح الشكل 8-8b رسم منحنى التيار والفولتية وهما متوافقين لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها 90^o (في المقابل نجد أن التيار يتأخر عن الفولتية في المحث).

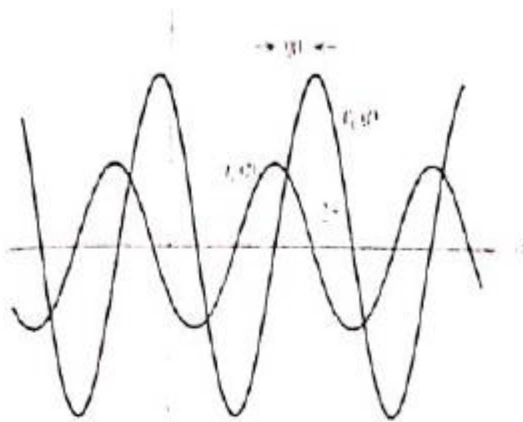
الحرف E يستخدم أحيانا لتمثيل القوة الدافعة الكهربائية كما يوجد حد اخر لتمثيل الفولتية وهو L للمحث و C للمتسعة ويستخدم I لتمثيل التيار.

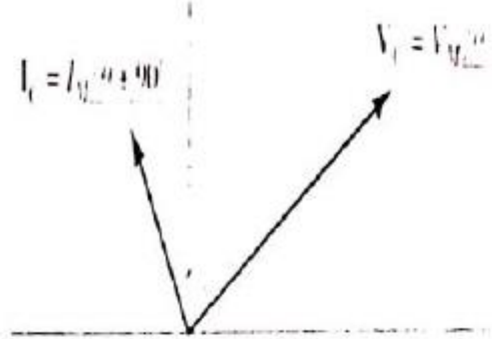
8-3-3 المقاومة Resistance

ترتبط أطوار المقاومة بواسطة العلاقة التالية:

$$V_R = R\, I_R \qquad (8.49)$$

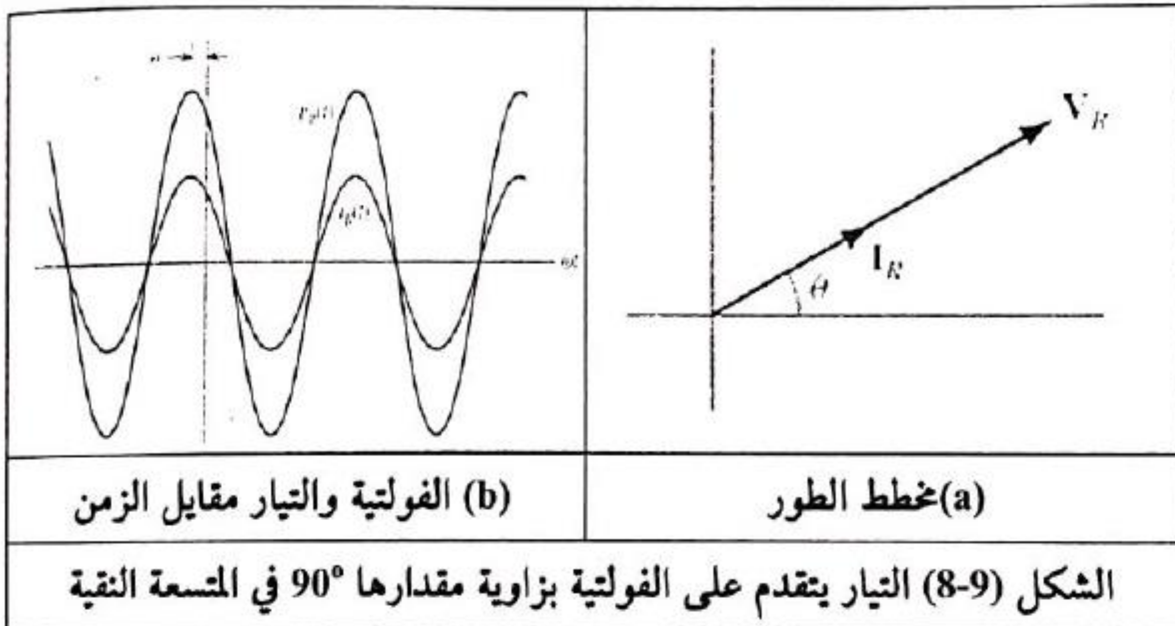
بما أن المقاومة هي عدد حقيقي فان التيار والفولتية لهمـا نفـس الطـور وهـذا موضح في الشكل (8-9).





(b) الفولتية والتيار مقابل الزمن (a)مخطط الطور

الشكل (8-8) التيار والفولتية لهما نفس الطور وذلك في المقاومة النقية



(b) الفولتية والتيار مقابل الزمن	(a)مخطط الطور

الشكل (9-8) التيار يتقدم على الفولتية بزاوية مقدارها °90 في المتسعة النقية

سؤال 6-8:

اذا كانت الفولتية $V_L(t) = 100 \cos (200\, t)$ تطبق الى محث مقداره 0.25-H (لاحظ أن $w = 200$).

جد المعاوقة والحثية وطور التيار وطور الفولتية.

ارسم مخطط الطور.

الجواب :

a-

$V_C = 100 \angle 0^\circ$, $I_C = 2 \angle 90^\circ$ ،$ZC = -j\ 50 = 50 \angle -90^\circ$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (8-10a).

سؤال8-7:

اذا كانت الفولتية اذا كـانت الفولتيـة $V_C(t) = 100 \cos (200\ t)$ تطبـق الى متسعة قيمتها 100 uF:

- جد المعاوقة والمتسعة وطور التيار وطور الفولتية.
- ارسم مخطط الطور.

الجواب :

a-

$V_C = 100 \angle 0^\circ$, $IC = 2 \angle 90^\circ$ ،$ZC = -j\ 50 = 50 \angle -90^\circ$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (8-10b).

سؤال8-8:

اذا كانت الفولتية اذا كانت الفولتية اذا كانت الفولتية $V_R(t) = 100\ (200\ t)$ تطبق الى مقاومة قيمتها 50Ω:

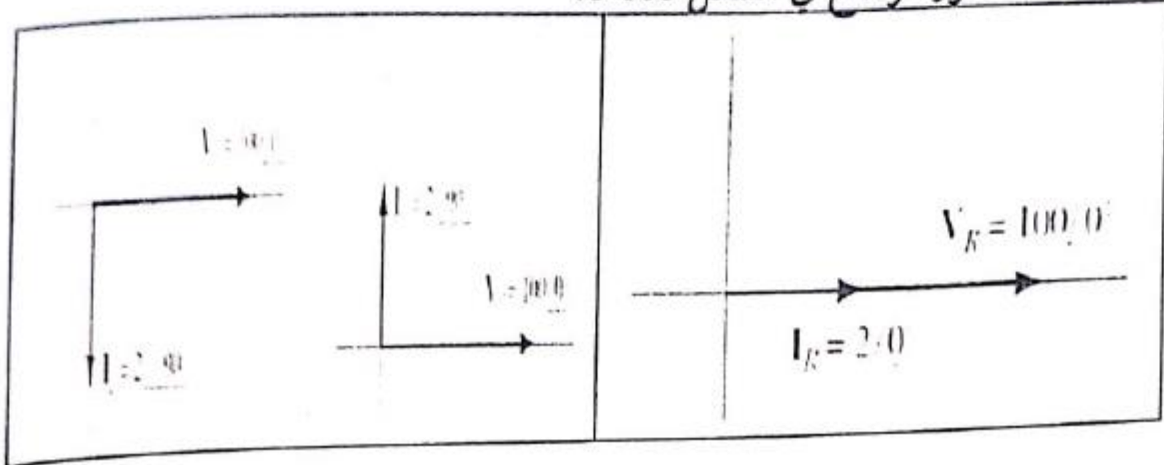
- جد المعاوقة والمتسعة وطور التيار وطور الفولتية.
- ارسم مخطط الطور.

الجواب:

a-

$$V_R = 100 \angle 0^\circ \quad , \quad IR = 2 \angle 0^\circ$$

b- مخطط الطور موضح في الشكل 8-10b.



8-4 تحليل الدوائر باستخدام الاطوار والممانعات المعقدة

Circuit analysis with Phasors and Complex Impedance

8-4-1 قوانين كيرشوف بشكل الطور Kirchoff' Law in Phasor Form

في قانون كيرشوف للفولتية فان مجموع الفولتيات يجب ان تساوي صفر لاي مسار مغلق في الشبكة الكهربائية.

معادلة (KVL) المثالية هي:

$$V_1(t) + V_2(t) - V_3(t) = \qquad (8\text{-}50)$$

اذا كانت الفولتيات اشارات جيبية فانه يمكن تمثيلها بواسطة الاطوار وذلك تصبح المعادلة (5.50) في الصورة التالية:

$$V_1 + V_2 - V_3 = 0 \qquad (8\text{-}51)$$

نستطيع تطبيق قانون كيرشوف للفولتية (KVL) على التيارات التي في شكل طور.

مجموع التيارات الداخلة الى عقدة يجب ان تساوي مجموع طور التيارات الخارجة.

8-4-2 تحليلات الدائرة باستخدام الاطوار والمعاوقات

Circuit Analysis using Phasors and Impedances

ترتبط طور التيارات والفولتيات مع المعاوقات المركبة ويطبق قانون كيرشوف في شكل طور ماعدا أن الفولتيات والتيارات والمعاوقات يمكن أن تكون مركبة كما ان المعادلات بتكون بالضبط مثل معادلات دوائر المقاومة.

خطوات تحليلات الحالة المستقرة لدوائر ذات مصادر اشارات جيبية هي:

1- استبدل وصف الزمن لمصادر الفولتية والتيار بأطوار متوافقة (جميع المصادر يجب ان يكون لها نفس التردد).

2- استبدل المحثات بمعاوقات معقدة واستبدل المتسعات بمعاوقات مركبة المقاومات لها معاوقات تساوي هذه المقومات.

$$ZL = jwL = w\,L \angle 90^{\circ} \qquad Z_C = \frac{1}{(j\omega C)} = \omega C \angle -90^{\circ}$$

3- حلل الدائرة باستخدام أي تقنية درستها سابقا لتؤدي الحسابات المعقدة.

مثال 3-8:

8-4-3 تحليلات الحالة المستقرة المتساوية لدوائر التوالي

جد تيار الحالة الثابتة للدائرة الموضحة في الشكل (8-11a) **أيضاً جد فولتية** الطور في كل عنصر و أرسم مخطط الطور.

الحل :

من التعبير المعطى لمصدر الفولتية $V_s(t)$ نجد أن فولتية القمة هي 100 v، التردد الزاوي هو w = 500 وزاوية الطور هي 30° وطور مصدر الفولتية هو :

$$V_s = 100 \angle 30^\circ$$

المعاوقة المركبة للمحث والمتسعة هي :

$$Z_C = j\omega L = j500 \times 0.3 = j150\Omega$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega c} = -j\frac{1}{500 \times 40 \times 10^{-6}} = -j50\Omega$$

الشكل (8-11b) يوضح الدائرة المحولة. العناصر الثلاثة في صورة متتالية لذلك نجد المعاوقة المكافئة للدائرة بإضافة معاوقات العناصر الثلاثة.

$$Z_{eq} = R + Z_L + Z_C$$

عندما نعوض بالقيم نجد أن :

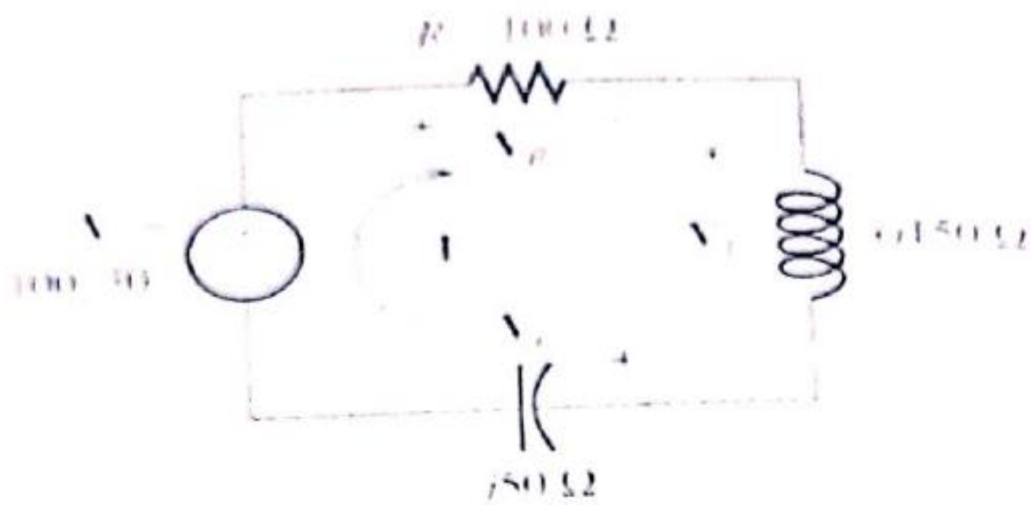
$$Z_{eq} = 100 + j150 - j150 = 100 + j100$$

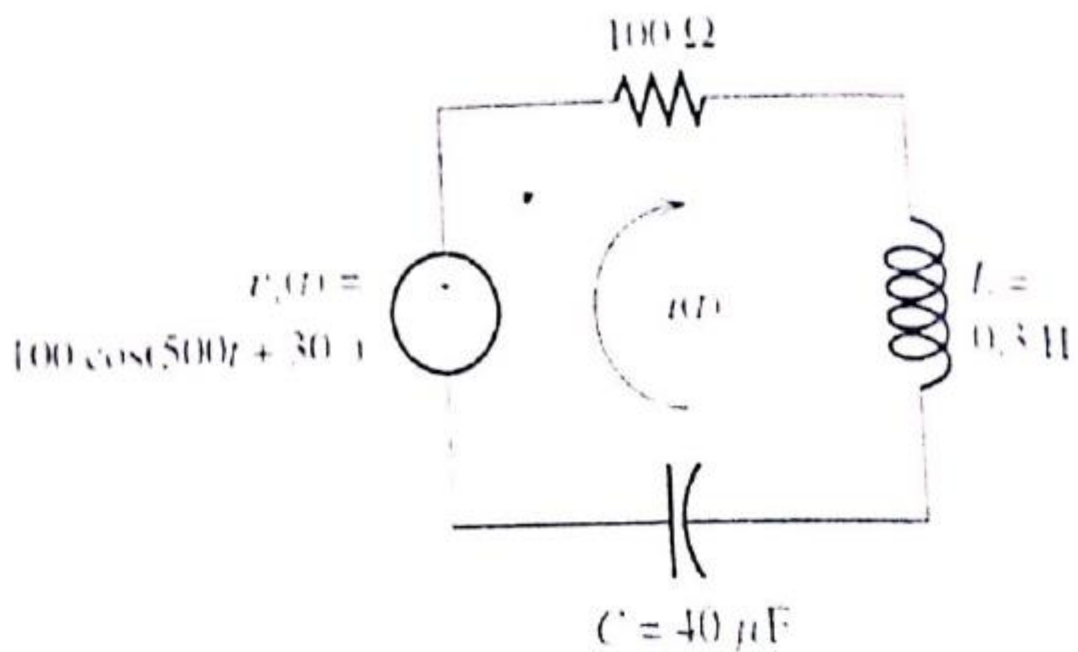
نحوله إلى شكل قطبي (polar) فنحصل على :

$$Zeq = 141.4 \angle 45o$$

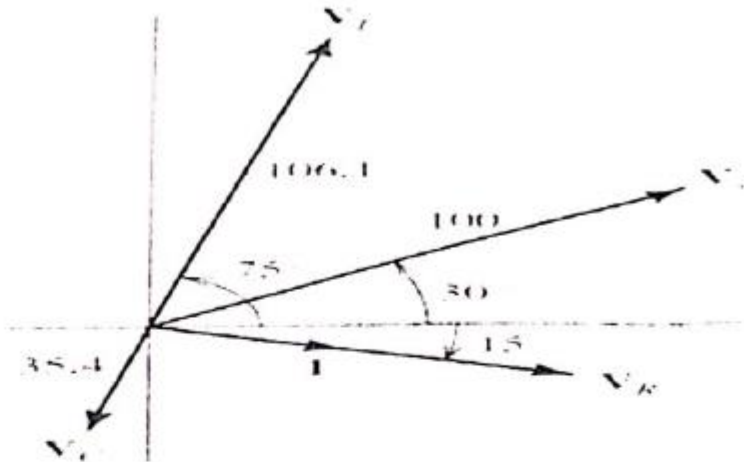
نستطيع إيجاد طور التيار بواسطة تقسيم طور الفولتية وذلك عن طريق المعاوقة المكافئة.

$$I = \frac{V_s}{Z} = \frac{100 \angle 30o}{141.4 \angle 45o} = 0.707 \angle -15o$$





الشكل (8-11) دائرة للمثال (3-8)



الشكل (12-8) مخطط الطور للمثال (3-8)

التيار كدالة اللزمن هو :

$$i(t) = 0.707\cos(500t - 15^{o})$$

نستطيع ايجاد طور الفولتيـة في كـل عنصـر بواسـطة ضـرب طـور التيـار في معاوقة المقاومة.

$$V_R = R*I = 100*0.707\angle{-15o} = 70.7\angle{-15o}$$

$$V_L = j\text{ù}L*I = \text{ù}L\angle{90o} * I = 150\angle{90o} * 0.7071\angle{-15o}$$

$$= 106.1\angle{75o}$$

$$V_C = -j(1/\text{ù}C)*I = (1/\text{ù}C)\angle{-90o} * I = 50\angle{90o} * 0.707\angle{-15o}$$

$$= 35.4\angle{-105o}$$

الشكل (12-8) يوضح مخطط الطور للتيار والفولتيات. لاحظ أن التيار يتأخر عن فولتية المصدر Vs بزاوية مقدارها 45°.

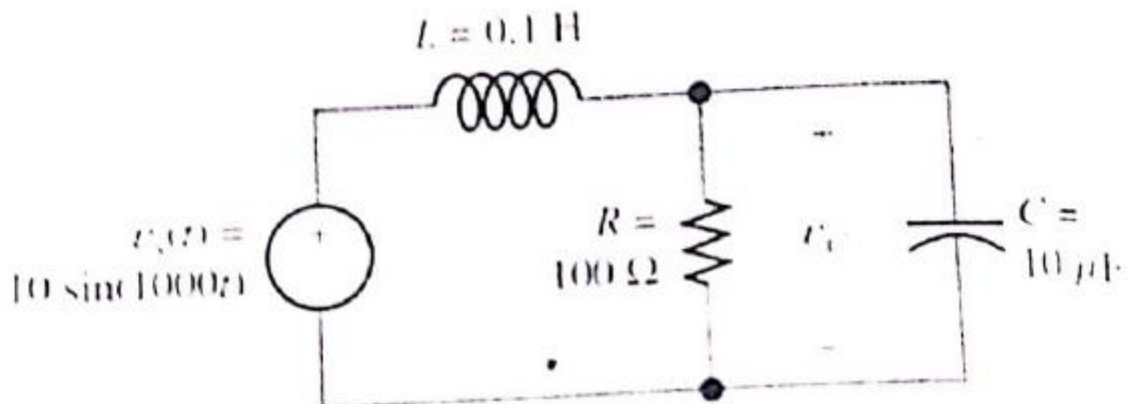
القولتية V_R و التيار I يكون لها نفس الطور في المقاومـة ، في المحـث الفولتيـة VL تتقدم عن التيار I بزاوية مقدارها 90° وفي المتسعة الفولتية Vc يتأخر عن التيار بزاوية مقدارها 90°.

مثال 4-8:

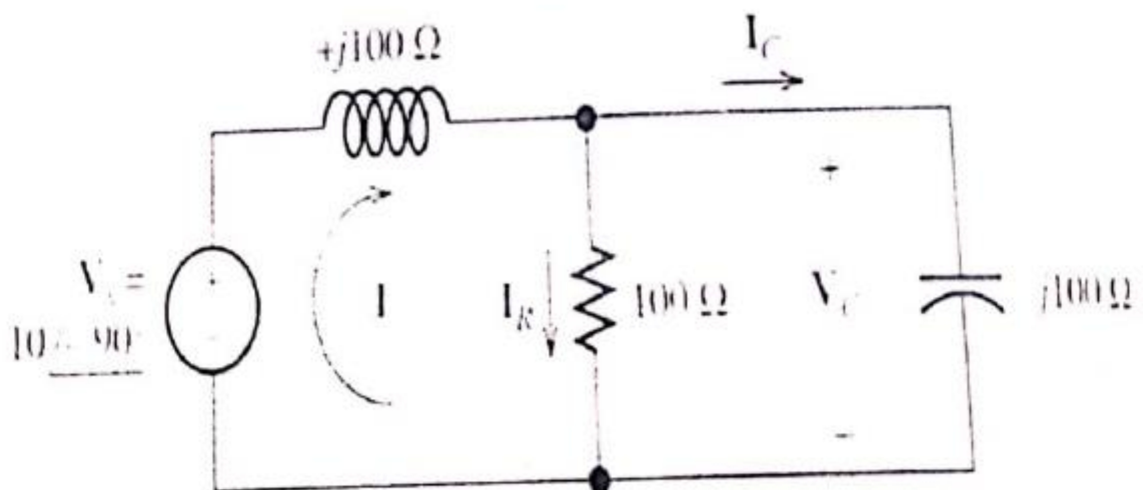
الممانعات المعقدة على التوالي والتوازي:

في الدائرة الموضحة في الشكل (8-13a):

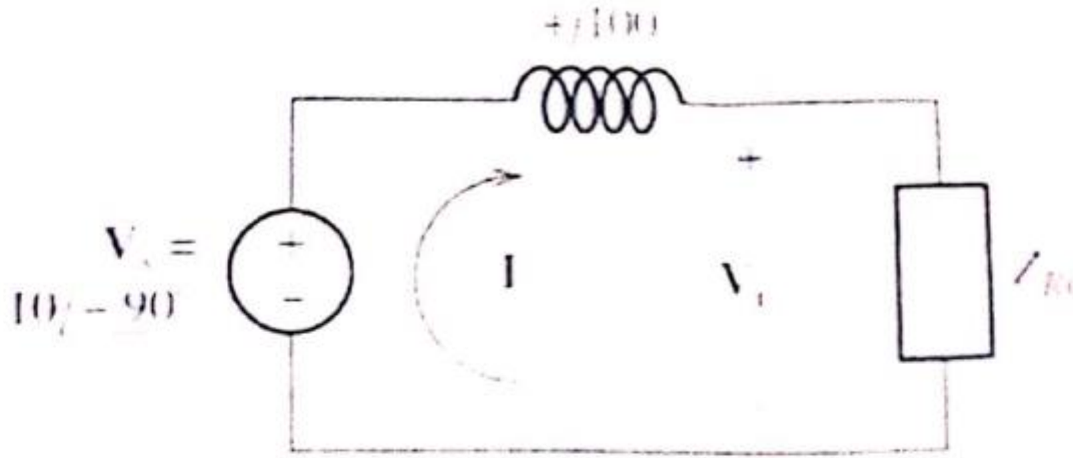
جد الفولتية (t)Vc في الحالة الثابتة. ثم جد طور التيار في كل عنصر و ارسم مخطط الطور موضحاً عليه التيارات ومصدر الفولتية.



(a)



(b)



(c)

الشكل (8-13) دائرة للمثال (8-4).

الحل : طور مصدر الفولتية هو $V_s = 10 \angle -90°$ [لاحــظ ان Vs(t) هو دالة sin بدلاً عن دالة cos ، ومن الضروري طـرح 90° مـن الطـور.] الـتردد الزاوي للمصدر هو w =1000 معاوقات المحث والمتسعة هي:

$$Z_L = jwL = j1000*0.1 = j100\,\Omega$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{1000 \times 10 \times 10^{-6}} = j100\Omega$$

الشكل (8-13b) يوضح الشبكة المحولة.

لإيجاد Vc يجب علينـا أولاً أن نربـط المقاومـة والمعاوقـة إلى المتسـعة بصـورة متوازية . بعد ذلك نستخدم قانون مجزئ الجهد لحساب الفولتية في تركيـب الدائـرة RC. المعاوقة في الربط المتوازي لدائرة RC هي:

$$Z_{RC} = \frac{1}{1/R + 1/Z_C} = \frac{1}{1/100 + 1/(-j100)}$$

$$Z_{RC} = \frac{1}{0.01+j0.01} = \frac{1\angle 0^\circ}{0.01414\angle 45^\circ} = 70.71\angle -45^\circ$$

نحوله إلى الشكل المستطيل (rectangular) فنحصل على :

$$Z_{RC} = 50 - j50$$

الشبكة المكافئة موضحة في الشكل (8-13c)

باستخدام قانون مجزئ الفولتية نحصل على:

$$V_C = V_S \frac{Z_{RC}}{Z_L+Z_{RC}} = 10\angle -90^\circ = \frac{70.71\angle 0^\circ}{j100 + 50 - j50}$$

$$= 10\angle -90^\circ = \frac{70.71\angle 45^\circ}{50 - j50} = 10\angle -90^\circ = \frac{70.71\angle 45^\circ}{70.71\angle 45^\circ}$$

$$= 10\angle -180^\circ$$

بتحويل الطور إلى دالة زمنية نحصل على :

$$V_C(t) = 10\cos(1000t-180^\circ) = -10\cos(1000t)$$

نحسب التيار المار في كل عنصر :

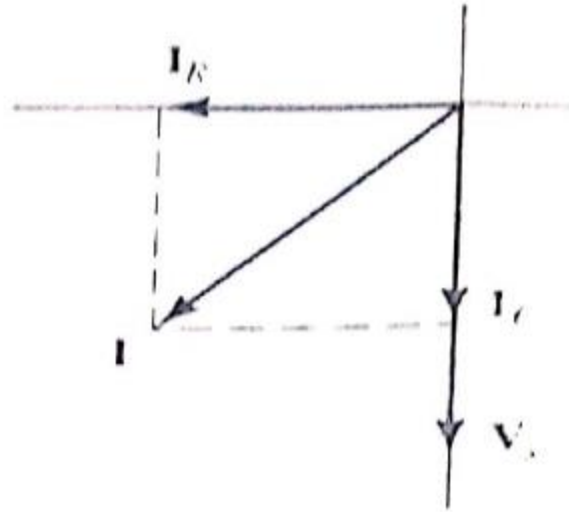
$$I = \frac{V_S}{Z_L+Z_{RC}} = \frac{10\angle 90^\circ}{j100 + 50 - j50} = \frac{10\angle -90^\circ}{50 - j50}$$

$$= \frac{10\angle -90^\circ}{70.71 = \angle 45^\circ} 0.1414\angle -135^\circ$$

$$I_R = \frac{V_C}{R} = \frac{10\angle -180^\circ}{100} = 0.1\angle -180^\circ$$

$$I_C = \frac{V_C}{Z_C} \quad \frac{10\angle -180^\circ}{-j100} = \frac{10\angle 90^\circ}{100\angle 90^\circ} = 0.1\angle$$

مخطط الطور موضح في الشكل (14-8)

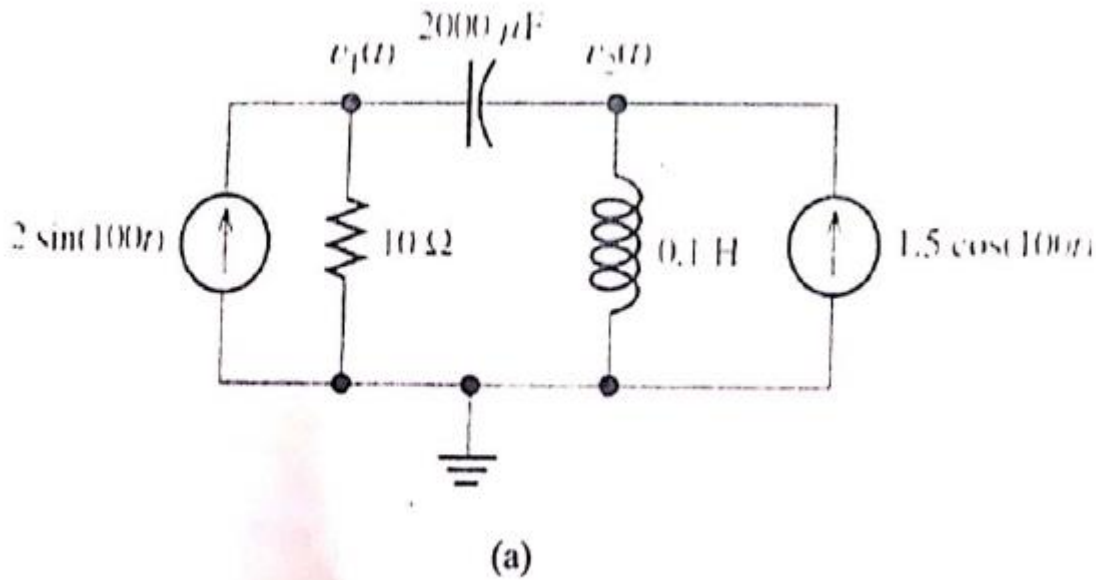


الشكل (14-8) مخطط الطور للمثال (4-8)

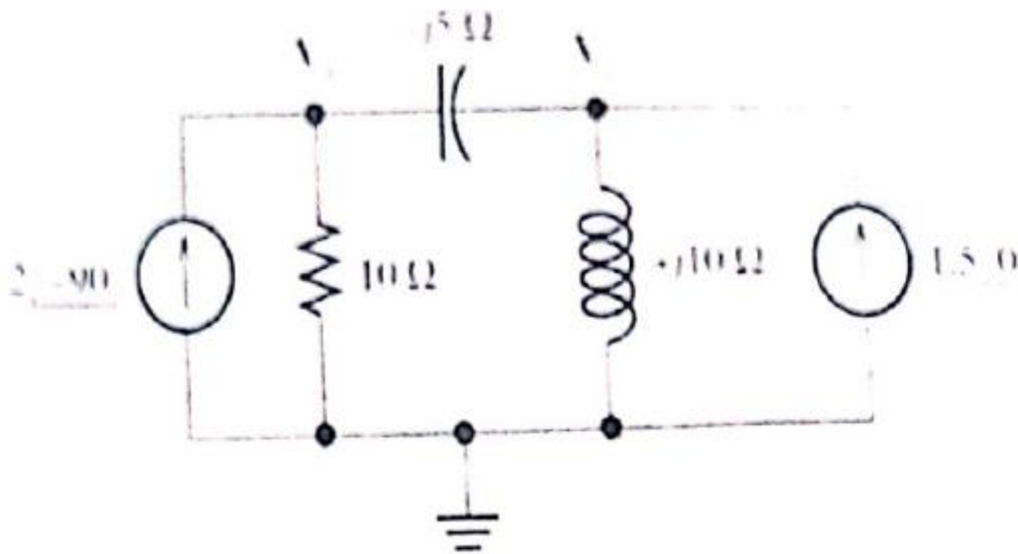
مثال 5-8:

تحليلات فولتية العقد Node-Voltage Analysis

استخدم تقنية جهد العقدة لايجاد $V_1(t)$ في الحالة المستقرة للدارئرة الموضحة في الشكل (8-15a)



(a)



(b)

الشكل (8-15) دائرة المثال (8-5)

الحل:

تحويل الشبكة موضح في الشكل (8-15b) لحصل على معادلتين عنـد تطبيـق KCL في العقدة 1و2 هذ ا يعطينا:

$$\frac{V_1}{10} = \frac{V_1 - V_2}{-j5} = 2\ \angle -90^\circ$$

$$\frac{V_2}{j10} = \frac{V_2 - V_1}{-j5} = 1.5\ \angle\ 0^\circ$$

هذه المعادلات يمكن أن توضع في الشكل القياسي:

$$(0.1 + j0.2)V_1 - j0.2V_2 = -j2$$

$$-j0.2V_1 + j0.1V_2 = 1.5$$

الان نحل لـ V1:

$V1 = 16.1 \angle 29.7^{\circ}$

بعد ذلك نحول الطور الى دالة زمنية ونحصل على:

$V(t) = 16.1 \cos(100t + 29.7^{\circ})$

8-4-4 تحليلات التيار بطريقة Mesh- Current Analysis (Mesh)

بصورة مماثلة تحليلات Mesh-current يمكن أن نستخدم الأطوار.

سؤال9-8:

في الدائرة الموضحة في الشكل (8-14a) :

a- جد i(t) ؟

b- ارسم مخطط الطور موضحاً جميع الفولتيات والتيار؟

c- ماهي علاقة الطور بين Vs(t) و i(t) ؟

الجواب :

a- $i(t) = 0.0283 \cos(500t-135^{\circ})$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (5-16b)

c- i(t) يتأخر عن vs(t) بزاوية مقدارها 45°

سؤال (8-10):

جد طور الفولتية وطور التيار لكل عنصر في الدائرة الموضحة في الشكل (8-17):

الجواب :

$I_C = 5.55 \angle 33.7^{\circ}$ $I_L = 1.39 \angle -146.3^{\circ}$ $V = 277 \angle -56.3^{\circ}$

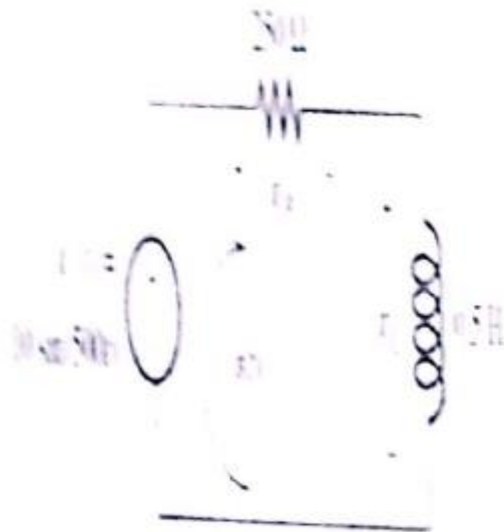
$I_R = 1.39 \angle -146.3^{\circ}$

سؤال 8-11:

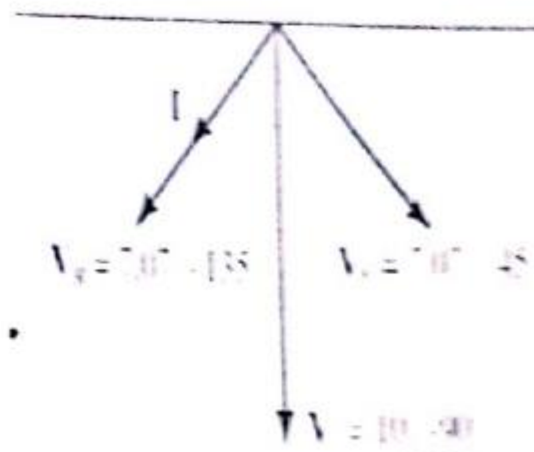
حل بطريقة Mesh-currents في الدائرة الموضحة في الشكل(8-18).

الجواب:

$i1(t) = 1.414 \cos(1000t-45^{\circ}),\ i2(t) = \cos(1000t)$

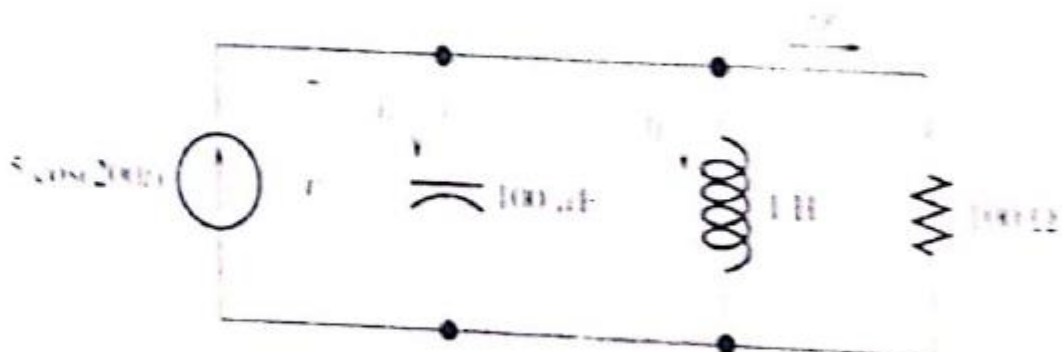


(a)

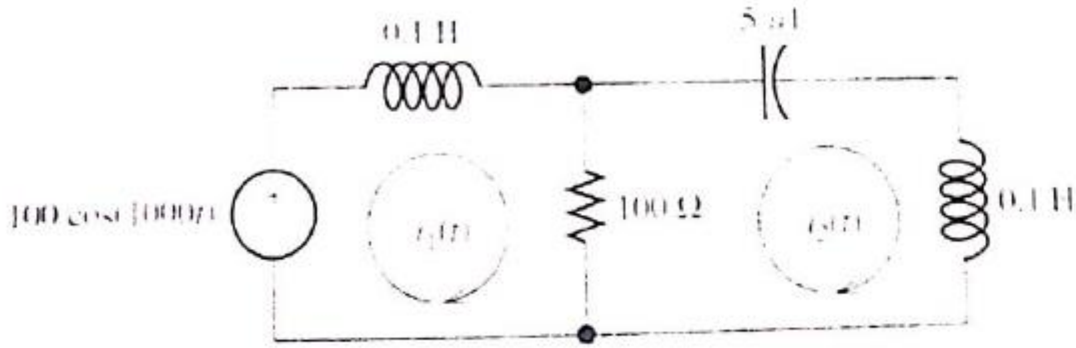


(ii)

شكل (8-16) الدائرة ومخطط الطور للسؤال (8-9)



الشكل (8-17) دائرة للسؤال(8-10).



الشكل (8-18) دائرة للسؤال(8-11).

8-5 القدرة في دوائر التيار المتناوب Power in AC Circuits

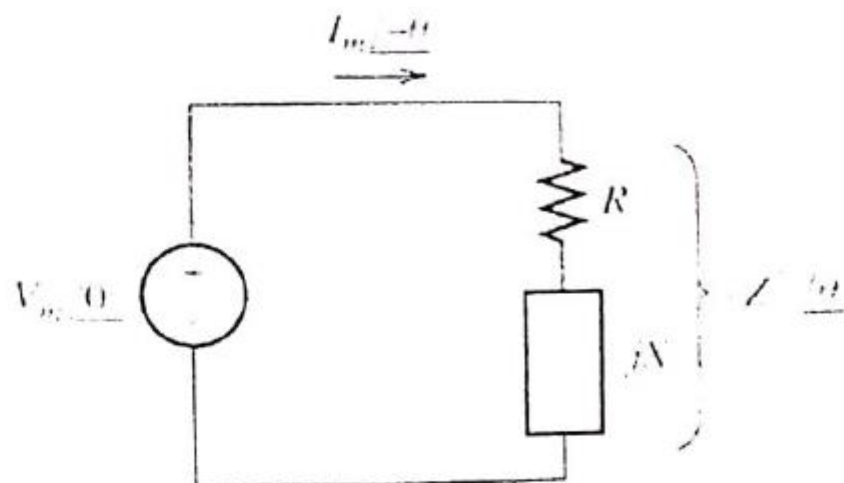
لاحظ في الشكل(8-19). الفولتية $V(t) = Vm\cos(wt)$ تطبق إلى مكونات الشبكة من مقاومات ومحثات ومتسعات (مثال شبكة RLC). طور مصدر الفولتية هو $V = Vm\angle 0^\circ$ والمعاوقة المكافئة للشبكة هي $Z = |Z|\angle\theta = R + jx$ وطور الفولتية هو:

$$I_C = \frac{V}{Z} = \frac{V_m\angle 0^\circ}{|Z|\angle\theta} = I_m\angle -90^\circ \quad (8.52)$$

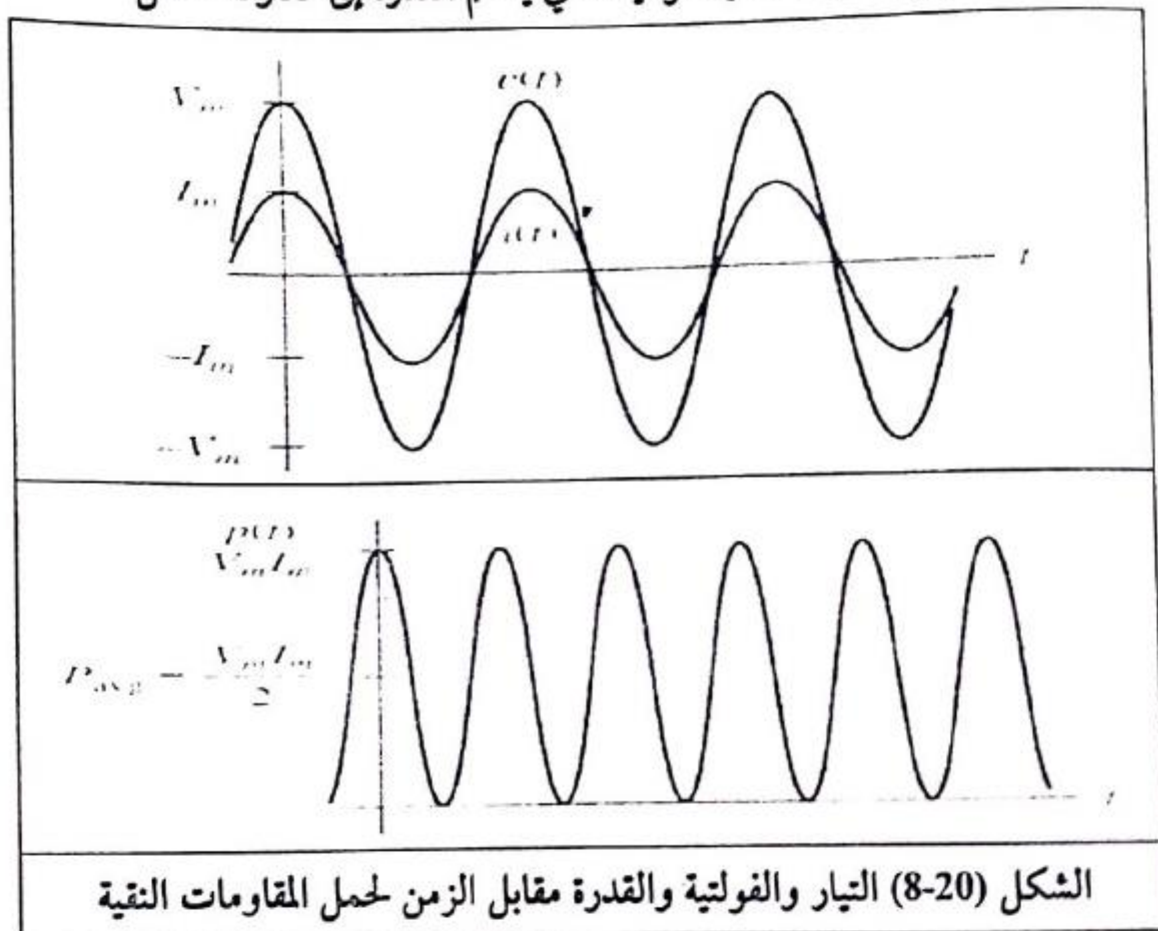
وكما نعرف إن :

$$I_m = \frac{V_m}{|Z|} \quad (8.53)$$

قبل أن نعتبر أن القوة سلمت من المصدر إلى الحمل العام نعتبر أن حمل المقاومة نقي و حمل المحث نقي وحمل المتسعة نقي.



الشكل (8-19) مصدر الفولتية الذي يسلم القدرة إلى معاوقة الحمل



الشكل (8-20) التيار والفولتية والقدرة مقابل الزمن لحمل المقاومات النقية

8-5-1 التيار والفولتية والقدرة لمقاومة الحمل

Current,Voltage and Power for a Resistive Load

اولاً : نعتبر أن المقاومة نقية في أي شبكة لذلك تكون $\theta = 0$ و لنحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(wt)$$

$$i(t) = I_m \cos(wt)$$

$$P(t) = V(t)\, i(t) = V_m I_m \cos^2(wt)$$

رسم هذه الكميات موضح في الشكل (8-20) لاحظ أن التيار والفولتيـة لهـا نفس الطور (مثال كلاهما يصلان إلى قيـم القمـة عنـد نفـس الزمـن). بمـا أن P(t) موجبة عند كل الأزمان نستنتج أن تدفق الطاقة يكون بشكل مستمر في الإتجاه مـن المصدر إلى الحمل (حيث يتحول إلى حرارة) وبالطبع قيمة القدرة تصعد وتهبط مـع مقدار الفولتية والتيار.

8-5-2 التيار والفولتية والقدرة لحمل المحث

Current, Voltage, and Power for an Inductive Load

نعتبر أن حمل محث نقي لكـل $\angle 90o$ $Z = w L$ لذلـك $\theta = 90°$ ونحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(wt)$$

$$i(t) = I_m \cos(wt - 90^o) = I_m \sin(wt)$$

$$P(t) = V(t)\, i(t) = V_m I_m \cos(wt) \sin(wt)$$

باستخدام العلاقـات المثلثيـة $\cos(x)\sin(x) = (1/2)\sin(2x)$ فيصبـح تعبـير القدرة كمايلي:

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

الشكل (8-21a) يوضح رسم التيار والفولتية والقدرة لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها °90. نصف زمن القدرة هو موجب وواضح أن القدرة تسلم إلى المحث حيث أنها تخزن في المجال المغناطيسـي. للنصف الآخر من الزمن القدرة تكون سالبة وواضح أن المحث تعيد الطاقة إلى المصدر لاحظ أن متوسط القدرة صفر في هذه الحالة نستطيع القول أن القدرة التفاعلية تتدفق من المصدر إلى الحمل.

8-5-3 التيار والفولتية والقدرة لحمل سعوي

Current, Voltage, and Power for Capacitive Load

نعتبر أن حمل المتسعة نقي لأي $Z = (1/\omega C)\angle -90^o$ لذلك $\theta = -90^o$ وذلك نحصل على:

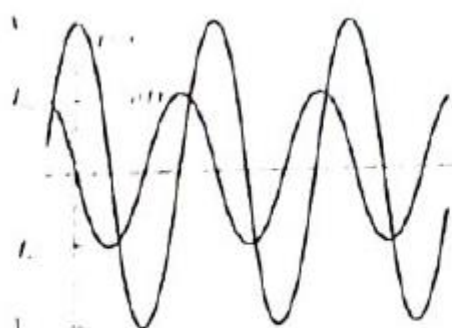
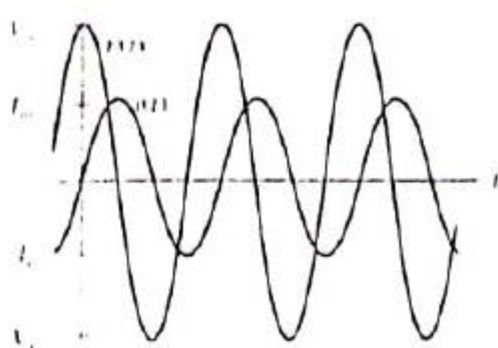
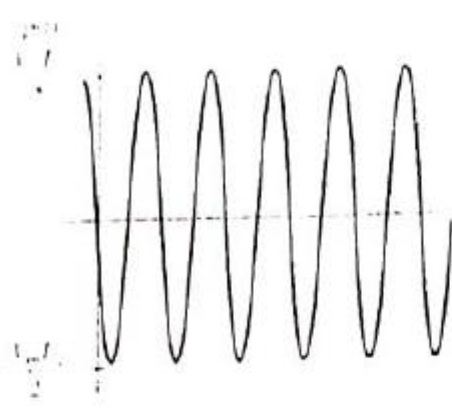
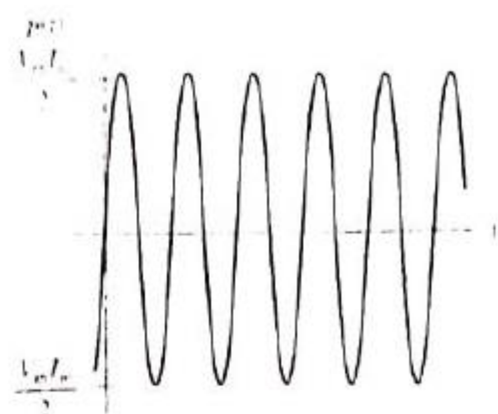
$$V(t) = V_m \cos(wt)$$

$$i(t) = I_m \cos(wt + 90^o) = -I_m \sin(wt)$$

$$P(t) = V(t)\, i(t) = -V_m\, I_m\, \cos(wt) \sin(wt)$$

$$= -\frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

الشكل 5-21b يوضح رسم التيار والفولتية والقدرة هنا أيضاً متوسط القدرة صفر وتستطيع القول أن القدرة التفاعلية تتدفق. على كل حال لاحظ مايلي :

(B) حمل سعوي نقي (A) حمل حثي نقي

الشكل (8-21) التيار والفولتية والقدرة على مقابل الزمن لعناصر خزن الطاقة النقية

قدرة المتسعة تحمل إشارة عكسية لإشارة المحث لذلك نستطيع القول أن قدرة المقاومة موجبة للمحث وسالبة للمتسعة. إذا كان الحمل يحتوي على محث ومقاومة لها قدرات تفاعلية متساوية في المقدار فأن القدرات التفاعلية تلغى.

8-5-4 أهمية القدرة الفعالة Importance of Reactive Power

إذا كانت لاتوجد قدرة مستهلكة في عناصر خزن الطاقة النقية (المحث والمتسعة) فأنه يبعث القدرة التفاعلية اهتمام من قبل مهندسين أنظمة القدرة لأن خطوط الأرسال والمحولات والقواطع (fuses) بالاضافة إلى عناصر اخرى يجب ان تكون قادرة عاى مقاومة التيار المرتبطة بالقدرة التفاعلية ومن المحتمل أن يكون

لديها أحمال متكونة من عناصر خزن الطاقــة الــتي تسـحب تيـارات كبـيرة تتطلـب اسلاك توزيع عالية التحمل. بالرغم من أن قوة متوسط إلى حد ما تستهلك لذلـك نجد ان الشركات المزودة بالقدرة الكهربائية تزود زبائنهم الصناعيين بالقدرة الفعالـة (ولكن بنسبة منخفضة) بالاضافة الى الطاقة الكلية المبددة.

8-5-5 حسابات القدرة للحمل العام

Power Calculation for a General Load

الفولتية والتيار والقدرة لاي حمل RLC يمكن أن يكون طورها له قيمة مـن $-90°$ إلى $90°$ لذلك نحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(wt) \quad (8.54)$$

$$i(t) = I_m \cos(wt - \theta) \quad (8.55)$$

$$P(t) = V_m I_m \cos(wt) \sin(wt - \theta) \quad (8.56)$$

باستخدام العلاقات المثلثية:

$$\text{Cos}(wt - \theta) = \cos(\theta)\cos(wt) + \sin(\theta)\sin(wt)$$

نستطيع وضع المعادلة (8.56) في الشكل :

$$P(t) = V_m I_m \cos(\theta)\cos^2(wt) + V_m I_m \sin(\theta) \cos(wt)\sin(wt) \quad .(8.57)$$

باستخدام العلاقات المثلثية :

$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$$

$$\cos(\omega t)\sin(2\omega t) = \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$$

يمكن كتابة المعادلة (8.57) كما يلي:

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta)[1 + \cos(2\omega t)] + \frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta)\sin(2\omega t) \quad .....(8.58)$$

لاحظ أن الحـدود المتضمنـة cos(zwt) و sin(zwt) لهـا قيـم متوسـطة صفـر لذلك متوسط القدرة p يعطى بالعلاقة التالية :

$$P(t)\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta)..........(8.59)$$

باستخدام القيمة الفعالة (r.m.s):

$$V_{r.m.s}=\frac{V_m}{\sqrt{2}} \qquad I_{r.m.s}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

نكتب تعتبر متوسط القدرة كما يلي:

$$P = V_{r.m.s}\, I_{r.m.s}\cos(\theta) \qquad (8.60)$$

وحدة القدرة هي الوات (w).

8-5-6 عامل القدرة Power Factor

الحد (cos(θ يسمى عامل القدرة.

$$PF = \cos(\theta) \qquad (8.61)$$

للتبسيط نفرض أن طور الفولتية صفر وبشكل عام طـول الفولتيـة يمكـن أن يكون له قيمة غير الصفر لذلك ؟ يجب أن توخذ كطور للفولتية θ_v نـاقص طـور التيار θ_i.

$$\theta = \theta_v - \theta_i \qquad (8.62)$$

أحياناً تسمى ؟ بزاوية القدرة غالباً عامل القدرة يوضع كنسـبة. ايضـاً يحـدد هل التيار يتقدم (إذا كان الحمل متسعة) أو يتأخر (إذا كان الحمل محث). عند عامل القدرة المثالي يكون التأخير بنسبة 90% وهذا يعني أن $\cos(\theta) = 0.9$ والتيـار يتـأخر عن الفولتية.

8-5-7 القدرة الفعالة Reactive Power

يمثل الحد الأيمن للمعادلة (8.58) أن القدرة تتدفـق للخلـف وللأقسـام بـين المصدر وعناصر خزن الطاقة قيمة قمتها القدرة الفعالة.

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta) \qquad (8.63)$$

ويمكن كتابتها بالصورة التالية :

$$Q = V_{r.m.s} \sin(\theta) \qquad (8.64)$$

(لاحظ إذا كان لحمل المقاومة نقي فإن $0 = \theta$ و $Q = 0$)

الوحدات الفيزيائية للقدرة الفعالة هي الوات وفي الحقيقة نجد أن Q لا يمثـل تدفق الطاقة ولكنها وحدات تعطي غالباً كـ (VARs) الذي يمثل Volt Amperes) .Reactive)



(a) حمل سعوي (θ سالبة)



(a) حمل حثي (θ موجبة)

الشكل (8-22) مثلثات القدرة لأحمال الحث والمتسعة

8-5-8 القدرة الظاهرية Apparent Power

تعرف القدرة الظاهرية بأنها حاصل ضرب تأثير الفولتية في تأثير التيار:

$$\text{Apparent power} = V_{rms} I_{rms}$$

ووحداتها :Volt-amperes (VA)

باستخدام المعادلة (8.60) والمعادلة (8.3) نحصل على:

$$P2 + Q2 = (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \cos^2(\theta) + (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \sin^2(\theta)$$

بما أن $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ لذلك نحصل على:

$$P^2 + Q^2 (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \qquad (8.64)$$

8-5-9 الوحدات Units

غالباً الوحدات تعطى للكمية المشار إليها وإذا كانت الكمية هي قدرة فإن وحدتها هي الوات (w) وإذا كانت قدرة فعالة (VAR) أو قدرة ظاهرية (VA) مثال اذا كان لدينا حمل كانت القدرة عليه SKW هذا يعني أن P=5 KW وإذا كان لدينا حمل القدرة عليه 5 KVAR فهذا يعني أن Q = 5 KVAR.

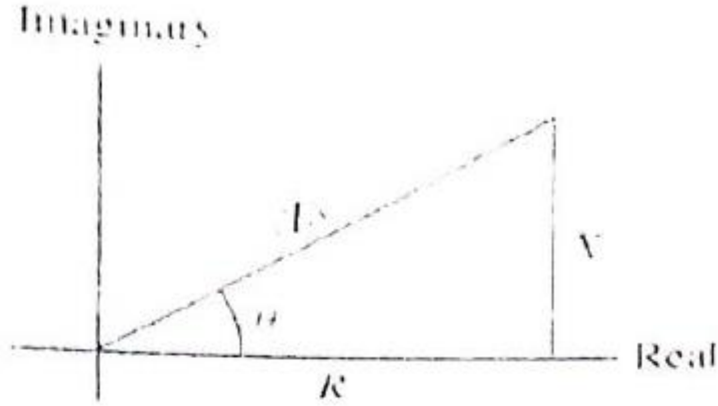
8-5-10 مثلث القدرة Power Triangle

العلاقة بين القدرة الحقيقية P و القدرة الفعالة Q والقدرة الظاهرية Vr.m.sIr.m.s وزاوية القدرة ؟ يمكن تمثيلها بمثلث القدرة حيث يوضح الشكل (8-22a) مثلث القدرة اذا كان الحمل محث وفي أي حالة تكون قيمة ؟ و Q موجبة ويوضح الشكل (8-22b) مثلث القدرة اذا كان الحمل محث وفي أي حالة تكون قيمة ؟ و Q سالبة.

8-5-11 علاقات جمع القدرة Addition Power Relationships

المعاوقة Z هي:

$$Z = \quad \angle 33.7^\circ \quad = R + jx$$



الشكل (23-8) معاوقة الحمل في المستوى المركب

في الشكل (23-8) تمثل R مقاومة الحمل ويمثل X المفاعلة ويمكن كتابتها كما يلي:

$$\cos(\theta) = \frac{R}{|Z|} \qquad (8.65)$$

$$\sin(\theta) = \frac{R}{|Z|} \qquad (8.66)$$

بتعويض المعادلة (8.65) في المعادلة (8.59) فنحصل على:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \times \frac{R}{|Z|} \qquad (8.67)$$

من (8.53) $I_m = V_m / Z$ وبذلك نحصل على:

$$P = \frac{{I_m}^2}{2} R \qquad (8.65)$$

باستخدام العلاقة $I_{r.m.s} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ نحصل على:

$$P = I^2_{r.m.s}\, R \qquad (8.69)$$

وبالمثل بامكاننا أن نوضح أن:

$$Q = I^2_{r.m.s}\, X \qquad (8.70)$$

في المعادلة (8-70) نأخذ جيب التمام لـ X (sinx) حيث إن قيمة ء إذا كان الحمل محث موجبة بينما تكون قيمة x سالبة اذا كان الحمل متسعة وهذا يعني أن قيمة Q موجبة اذا كان الحمل محث وسالبة اذا كان الحمل متسعة.

كما وضحنا سابقاً ان متوسط القدرة المبددة في المقارمة هي:

$$P = \frac{V_{r.m.s}^{2}}{R} \quad ....(8.71)$$

حيث أن Vr.m.s هي القيمة الفعالة للفولتية المسلطة على المقاومة (لاحظ في الشكل (8-19) أن مصدر الفولتية لايظهر على المقاومة).

بالمثل نحصل على:

$$Q = \frac{Vx^{2}_{r.m.s}}{X} \quad ....(8.72)$$

حيث أن $Vx_{r.m.s}$ هي القيمة الفعالة (r.m.s) للفولتية المسلطة على المقاومة ويبين أن قيمة x سالبة اذا كان الحمل محث وسالبة إذا كان الحمل متسعة.

مثال 8-6

حساب القدرة المتناوبة AC Power Calculations

احسب القدرة والقدرة الفعالة المأخوذة من المصدر في دائرة المثال (8-4) أيضاً احسب القدرة والقدرة الفعالة المبددة في كل عنصر في الدائرة.وتذكر أن الدائرة والتيارات قمنا بحسابها في المثال (8-4) الموضح في الشكل (8-25).

الحل :

لإيجاد القدرة والقدرة الفعالة للمصدر يجب أولاً ايجاد زاوية القدرة التي تعطى بواسطة المعادلة (8.62)

$$\theta = \theta_v - \theta_i$$

الزاوية لمصدر الفولتية هي $\theta_v = -90°$ وزاوية التيار المبددة بواسطة المصدر هي $\theta_i = -135°$ لذلك نحصل على:

$$\theta_i = -90° - (-135°) = 45°$$

القيمة الفعالة لفولتية وتيار المصدر هي:

$$V_{r.m.s} = \frac{|Vs|}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.071v$$

$$I_{r.m.s} = \frac{|I|}{\sqrt{2}} = \frac{0.1414}{\sqrt{2}} = 0.1A$$

نستخدم المعادلة (8-60) والمعادلة (8.63) لحساب القدرة والقدرة الفعالة المبددة بواسطة المصدر.

$$P = Vs_{r.m.s}\ I_{r.m.s} \cos(\theta)$$

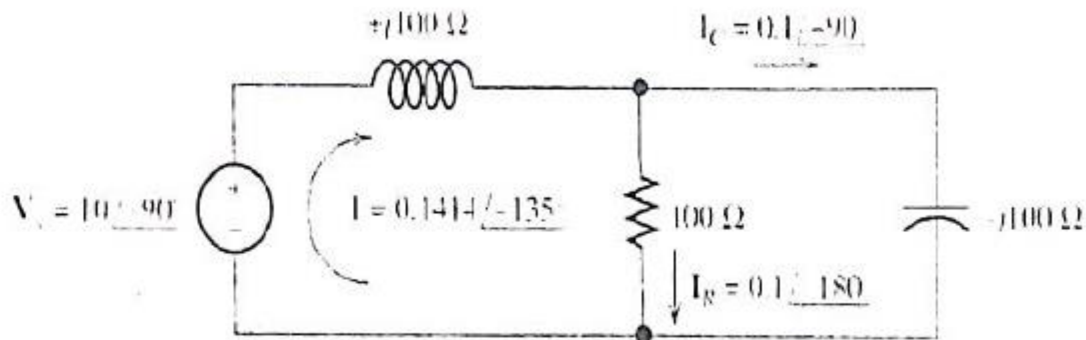
$$= 7.071 * 0.1 \cos(45°) = 0.5\ \dot{W}$$

$$Q = Vs_{r.m.s}\ I_{r.m.s} \cos(\theta)$$

$$= 7.071 * 0.1 \cos(45°) = 0.5\ W$$

$$Q = Vs_{r.m.s}\ I_{r.m.s} \sin(\theta)$$

$$= 7.071 * 0.1 \sin(45°) = 0.5\ VAR$$



الشكل (8-24) الدائرة وتوضيح التيارات للمثال (8-6)

نستخدم المعادلة (8.70) لحساب القدرة الفعالة المبددة في المحث :

$$Q_L = I^2_{r.m.s} X_L = (0.1)^2(100) = 1 \text{ VAR}$$

وفي المتسعة لحصل على :

$$Q_C = I^2_{Cr.m.s} X_C = \left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2 (-100) = -0.5 \text{VAR}$$

لاحظ أننا نستخدم القيمة الفعالة (r.m.s) للتيار المار خلال المتسعة في هذه الحسابات علاوة على ذلك لاحظ أن المفاعلة السعوية X_L للمتسعة سالبة والمفاعلة الحثية تكون سالبة. القدرة الفعالة للمقاومة صفر وللتأكد بإمكاننا أن نثبت أن القدرة الفعالة المبددة بواسطة المصدر تساوي مجموع القدرات الفعالة في المحث والمتسعة.

$$Q = Q_L + Q_C$$

القدرة المتبددة في المقاومة هي:

$$P_R = I^2_{r.m.s} R = \left(\frac{|I_R|}{\sqrt{2}}\right)^2 \qquad R = \left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2 100$$

$$= 0.5 \text{ W}$$

بالتأكيد القدرة المتصة بواسطة المتسعة والمحث تساوي صفر

$$P_L = 0$$

$$P_C = 0$$

لذلك تتبدد القدرة بواسطة المصدر وبواسطة المقاومة.

في إنظمة توزيع القدرة نجد بصورة مثالية أن مستوى القدرة والقدرة الفعالة والقدرة الظاهرية لها قيم أعلى من القيم الصغيرة في المثال السابق مثال مستوى القدرة الكبير يمكنه توليد 1000 MW. المحرك الذي قدرته 100-hp والمستخدم في

التطبيقات الصناعية يستهلك حوالي 85 KW من القدرة الكهربائية عند الحمل الكامل.

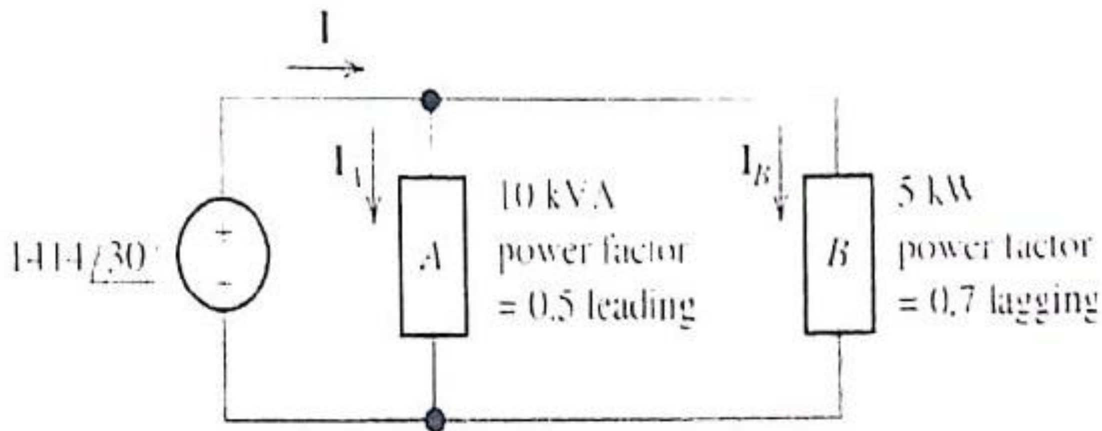
المقاومة المثالية تستهلك قدرة قيمتها في المدى من 10 W إلى 40 KW. متوسط القدرة للمنزل متوسط الحجم ولا يستخدم التسخين الحراري تساوي تقريباً 600 W ويجب عليك أن تحافظ على متوسط القدرة المستهلكة بحيث يكون الاستهلاك للقدرة المستخدمة بواسطة الأجهزة متوسط وهذا من الجانب الاقتصادي وذلك بإغلاق الاضواء وأجهزة الكمبيوتر وغير ذلك من الاجهزة الغير مستخدمة.

مثال 7-8

استخدام مثلثات القدرة Using Power Triangles

في الشكل (8-25) مصدر الفولتية يجهز القدرة إلى حملين مربوطين على التوازي.

جد القدرة والقدرة الفعالة وعامل القدرة للمصدر أيضاً جد التيار I.



الشكل (8-25) دائرة المثال (7-8)

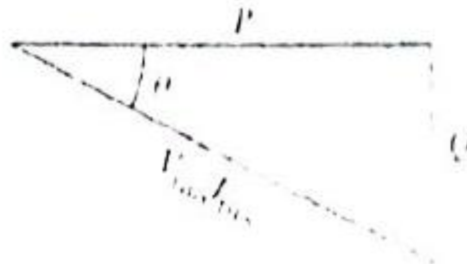
الحل :

بواسطة الوحدات المعطاة في الشكل نلاحظ ان الحمل له قدرة ظاهرية 10) (KVA. وفي الجانب الآخر القدرة على الحمل B (5 KW) علاوة على ذلك الحمل A له عامل قدرة 0.5 للتقديم.

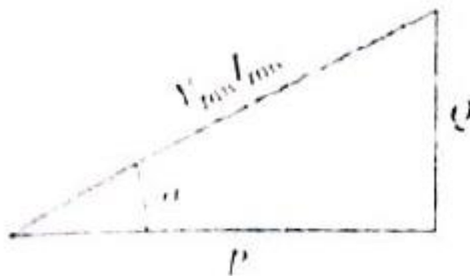
التيار يتقدم على الفولتية في الحمل A وبإمكاننا ان نقول أن الحمل A هو متسعة وبالمثل الحمل B له عامل قدرة 0.7 للتأخير (أو محث). غرضنا إيجاد القدرة والقدرة الفعالة لكل حمل بعد ذلك نضيف هذه القيم لايجاد القدرة والقدرة الفعالة للمصدر و أخيرا نحسب عامل القدرة للمصدر ثم نجد التيار.

بما أن الحمل A له عامل قدرة للتقديم (متسعة) فإن القدرة الفعالة Q فزاوية القدرة QA تكون سالبة والشكل (8-26a) يوضح مثلث القدرة للحمل A وعامل القدرة هو

$$\cos(\theta_A) = 0.5$$



(a) حمل سعوي (? سالبة)



(a) حمل حثي (? موجبة)

الشكل (26-8) مثلثات القدرة للأحمال A و B للمثال (7-8)

القدرة هي :

$$P_A = V_{r.m.s} I_{r.m.s} \cos(?_A) = 104\,(0.5) = 5\text{ KW}$$

بحل المعادلة (8.64) للقدرة الفعالة نحصل على:

$$Q_A = \sqrt{(V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 - P_A^{\,2}}$$

$$= \sqrt{(104)^2 - (5000)^2}$$

$$= -8.660 \text{ KVAR}$$

لاحظ أننا اخترنا قيمة سالبة للقدرة الفعالة Q_A لأننا نعرف أن القدرة الفعالة سالبة إذا كان الحمل متسعة (تقديم).

مثلث القدرة للحمل B موضح في الشكل (5-26b) الحمل B له عامل قدرة للتأخير (محث) ونعرف أن القدرة الفعالة Q_B وزاوية القدرة Q_B موجبة كذلك:

$$Q_B = \arccos(0.7) = 45.57^0$$

$$Q_B = 5.101 \text{ KVAR}$$

في هذه النقطة نجد القدرة والقدرة الفعالة المبددة بواسطة المصدر.

$$P = P_A + P_B = 5+5 = 10 \text{ KW}$$

$$Q = Q_A + Q_B = -8.660+5.101=-3.559 \text{ KVAR}$$

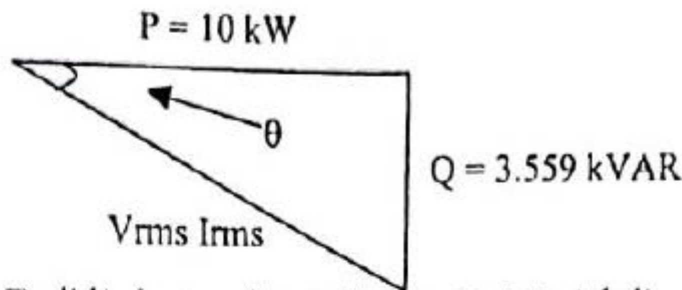
الآن بامكاننا رسم مثلث للمصدر الموضح في الشكل (8-27) وبما أن Q سالبة وزاوية القدرة سالبة لذلك نحصل على :

$$Q = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = \arctan\left(\frac{-3.559}{10}\right) = -19.59^\circ$$

عامل القدرة هو:

$$\text{Cos}(\theta) = 0.9421$$

يعبرمهندسي أنظمة القدرة عن عامل القدرة كنسبة حيث أن عامل القدرة هو 0.94219



الشكل (8-27) مثلث القدرة للمصدر في المثال (8-7)

باستخدام المثلثات نستطيع ايجاد القدرة الظاهرية بالعلاقة التالية:

$$V_{r.m.s}I_{r.m.s} = \sqrt{P^2Q^2} = \sqrt{(10)^2 + (-3.559)^2}$$

$$= 10.61 \text{ KVA}$$

تأثير مصدر الفولتية هو:

$$V_{r.m.s} = \frac{|V|}{\sqrt{2}} = 1\text{KV}$$

لذلك يكون تأثير التيار :

$$I_{r.m.s} = \frac{V_{rms}I_{rms}}{\sqrt{2}} = \frac{10.61\text{KVA}}{1\text{KVA}} = 10.61\text{A}$$

قيمة قمة التيار هي :

$$I = |I| = \sqrt{2}I_{rms} = 15\text{A}$$

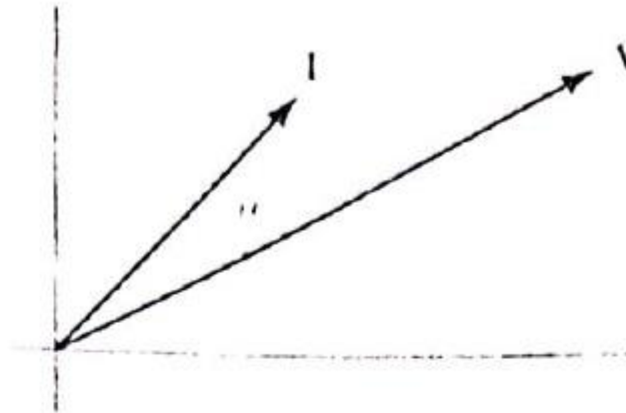
بالتعويض في معادلة زاوية التيار (8-62) نحصل على:

$$\theta_i = \theta_v - \theta = 30^o - (-19.59^o) = 49.59^o$$

لذلك فان التيار :

$$I = |I| \angle \theta = 15 \angle 49.59^o$$

مخطط طور التيار والفولتية موضح في الشكل (8-28) لاحظ أن التيار يتقــدم على الفولتية.



الشكل (8-28) مخطط الطور للمثال (8-7)

8-5-12 تصحيح عامل القدرة Power-Factor Correction

التيارات الكبيرة يمكنها المرور في أجهزة خزن الطاقة (المحث والمتسعة) بدون تبدد متوسط القدرة. في الصناعات الثقيلة الكثير من الاحمال حثية ويتدفق مقدار كبير من القدرة الفعالة. الخطوط والمحولات يجب أن يكون لها نسب أعلى من النسب الضرورية لإمرار نفس متوسط القدرة إلى حمل المقاومة (عامل القدرة 100%).

مثال 8-8:

تصحيح عامل القدرة **Power-Factor Correction**

حمل قدرته 50 kw يعمل من 10 KVrms – 60Hz وعامل القدرة بنسبة 10% للتأخير، أحسب المتسعة التي يجب وضعها على التوازي مع الحمل للحصول على عامل قدرة بنسبة 90% تأخير؟

الحل :

نجد أولاً زاوية قدرة الحمل

$$\theta_L = \arccos(0.6) = 53.13^{o}$$

بعد ذلك نستخدم مثلث القدرة لإيجاد القدرة الفعالة للحمل

$Q_L = P\tan(\theta_{old}) = 66.67 \text{ KVAR}$

بعد إضافة السعة تبقى القدرة 50 KW وزاوية القدرة تصبح:

$\theta_{new} = \arccos(0.9) = 25.84^\circ$

وتصبح القيمة الجديدة للقدرة الفعالة تصبح:

$Q_{new} = P\tan(\theta_{new}) = 24.22 \text{ KVAR}$

لذلك يجب أن تكون القدرة الفعالة للمتسعة

$Q_C = Q_{new} - Q_L = -42.45 \text{ KVAR}$

نستطيع إيجاد الممانعة السعوية من خلال مايلي:

$$X_C = \frac{-V_{rms}^2}{Q_C} = \frac{(10^4)^2}{42450} = -2356\Omega$$

أخيراً التردد الزاوي هو $\omega = 2\pi 60 = 377 \text{ rad/s}$

والسعة المطلوب إضافتها هي:

$$C = \frac{1}{\omega|X_C|} = \frac{1}{377 \times 2356} = 1.126\mu F$$

سؤال 12-8:

أ- إذا كانت فولتية المصدر $V = 707.1\angle 45^\circ$ تمرر قدرة مقدارها 5 KW إلى الحمل بعامل قدرة 100% جد القدرة الفعالة وطور التيار؟

ب- أعد السابق إذا كان عامل القدرة نسبة 90% المتأخر؟

ج- عند أي عامل قدرة تكون مقادير التيارات للموصلات التي تربط المصدر إلى الحمل كبيرة؟

د- عند أي حالة تصبح كلفة الأسلاك أقل؟

الجواب:

a- $Q = 0$ ، $I = 14.14 \angle 40^\circ$

b- $Q = 24.49$ KVAR $I = 70.7 \angle -38.46^\circ$

c- مقادير التيارات الموصلات الضرورية تكون اعلى بخمسة امثال المقادير في الجزء (b). وكلفة الأسلاك تكون منخفضة عند عامل قدرة 100%.

سؤال 8-13:

مصدر فولتية له $1\ KV_{rms} - 60\ Hz$ ويمرر قدرة إلى حملين مربوطين بصورة متوازية وكان الحمل الأول متسعة قيمتها 10 uF والحمل الثاني يمتص قدرة مقدارها 10 KVA بعامل قدرة نسبته 80% للتأخير.

جد القدرة الكلية والقدرة الفعالة وعامل القدرة للمصدر وأيضاً جد القيمة الفعالة (rms) لمصدر التيار.

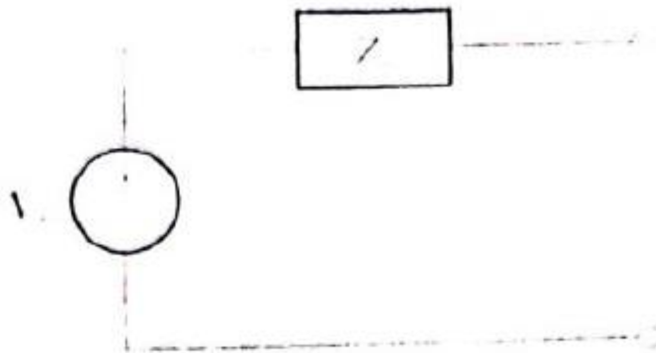
الجواب :

$I_{rms} = 8.305$ A،PF = 96.33% للتأخير ،Q = 2.23 KVAR ،P = 8 KW

8-6 دوائر مكافئات ثيفينين و نورتون

Thevenin and Norton Equivalent Circuits

عرفنا أن الشبكات ثنائية المدخل المؤلفة من مصادر ومقاومات لها دائرة مكافئة Thevenin تحتوي مصدر جهد بالتوالي مع مقاومة ويمكن تطبيق هذا المفهوم على الدوائر المؤلفة من مصادر جيبية (لها نفس التردد) ومقاومات ومحثات ومتسعات في هذه الحالة فإن مكافئ ثيفينين (Thevenin) يتكون من مصدر جهد طوري بالتوالي مع معاوقة مركبة كما هو مبين في الشكل (8-29). تذكر أن الأطوار والمعاوقات المركبة تطبق فقط للعمل في الحالة الثابتة كذلك فإن مكافئات ثيفينين (Thevenin) تسمح فقط للعمل في الحالة المستقرة للدائرة.



الشكل (29-8) مكافئ ثيفينن لدائرة متناوبة ac تتكون من فولتية طور المصدر V_t مربوط على التوالي مع الممانعة المركبة Z_t

كما في دوائر المقاومة فإن جهد ثيفينين (Thevenin) يساوي جهد الدائرة المفتوحة على طرفي الدائرة. في الدوائر المتناوبة ac فاننا نستخدم الأطوار لذلك فيمكننا أن نكتب المعادلة:

$$Vt = V_{oc} \qquad (8.73)$$

يمكن ايجاد ممانعة ثيفينين (Thevenin) Zt يمكن أن توجد من خلال تصفير المصادر المستقلة(عمل دائرة قصيرة) والنظر من خلال الأطراف لإيجاد الممانعة المكافئة (تذكر ان تصفير مصدر الجهد سوف يقلل من الجهد إلى أن يصل إلى الصفر لذلك يصبح دائر قصر (Short circuit) في المقابل فان تصفير مصدر التيار سيقلل التيار إلى أن يصل إلى الصفر وبذلك يصبح دائرة مفتوحة) ويجب تذكر أن المصادر الغير مستقلة لاينبغي أن تصفر.

وهناك طريقة أخرى لتحديد معاوقة ثيفينين Thevenin هي بايجاد التيار لدائرة القصر Isc وجهد الدائرة المفتوحة Voc و تعطى ممانعة ثيفينين (Thevenin) بالعلاقة التالية:

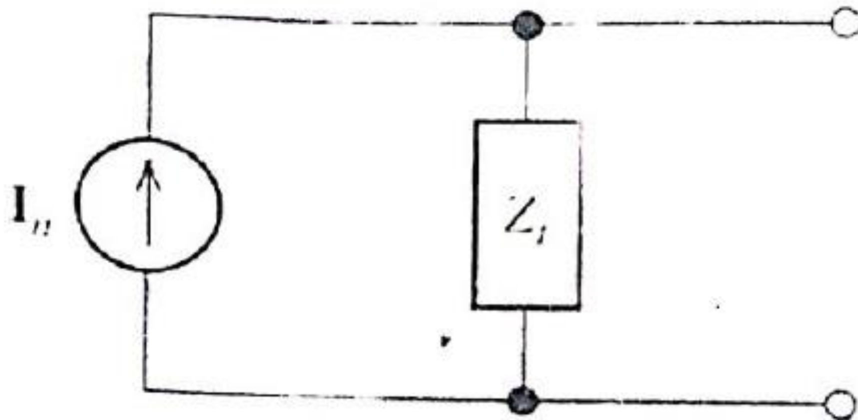
$$Zt = Voc / Isc \qquad (8.74)$$

$$= Vt / Isc$$

8-6-1 دوائر مكافئ نورتون

مكافئ اخر لدائرة التيار المتناوب (ac) في الحالة المستقرة ذات الطرفين وهي مكافئ نورتون والذي يتكون من مصدر تيار ذوئي In بالتوازي مع ممانعة ثيفينن كما موضح في الشكل (30-8) تيار نورتن يساوي تيار دائرة القصر للدائرة الاصلية:

$$In = Isc \qquad (8.75)$$



الشكل (30-8) دائرة مكافئ نورتون

مثال 9-8:

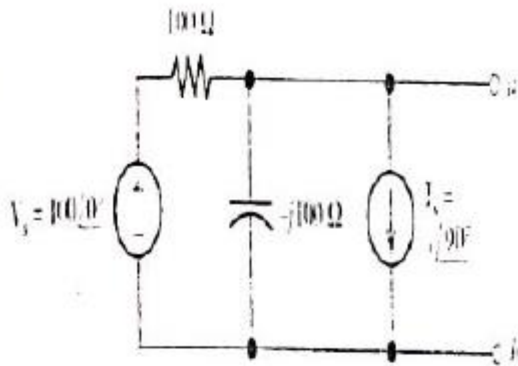
مكافئات ثيفينين ونورتون Thevenin and Norton Equivalent

جد مكافئ ثيفينين ونورتون للدائرة المكافئة في الشكل (8-31a)

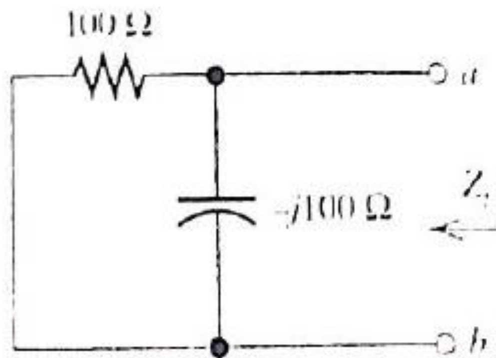
الحل:

يجب علينا اولا ان نختار كميتين من الثلاث الكميات: Voc أو Isc أو Zt. في هذه الحالة سنختار في البداية تصفير مصدر الجهد لايجاد Zt بعد أن ننهي هذا الجزء من المسألة سوف نجد تيار دائرة القصر (short circuit).

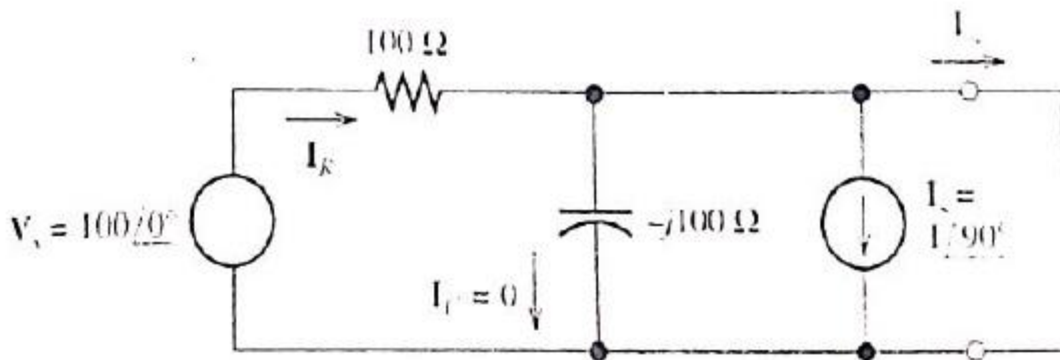
اذا جعلنا المصادر صفر فاننـا نحصـل على الدائـرة الموضحـة في الشـكل (8-31b). وبذلك يصبح مكافئ ثيفينين هو الممانعة المنظورة من خلال الاطـراف a-b ، وهي مجموعة التوازي للمقاومة والممانعة.



a- الدائرة الاصلية

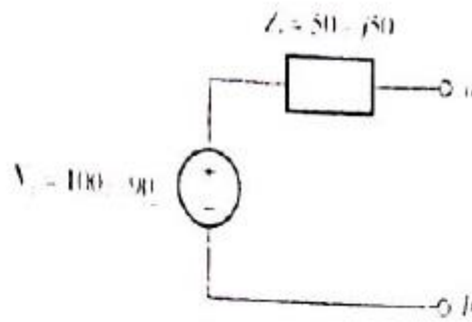


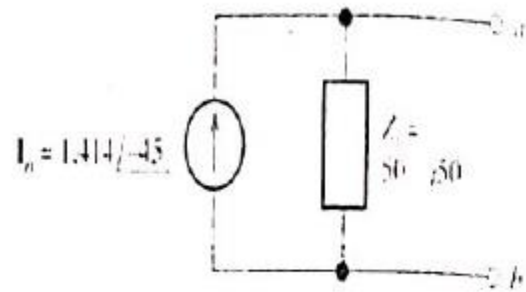
b – الدائرة بعد تصفير المصادر



c- الدائرة مع القصر

الشكل (8-31) دائرة المثال (8-9)





b- مكافئ نورتون　　a- مكافئ ثيفينين

الشكل (8-32) مكافئات ثيفينين ونورتون لدائرة الشكل (8-31a)

وبذلك نحصل على:

$$Z_b = \frac{1}{1/100 + 1/(-j100)}$$

$$= \frac{1}{0.01 + j0.01} = \frac{1}{0.01414\angle 45^\circ}$$

$$= 70.71\angle -45^\circ$$

$$= 50 - j50\Omega$$

الان نطبق القصر الى الاطراف a-b لايجاد التيار، هذا موضح في الشكل (8-31c). عند قصر الدائرة فان الجهد المسلط على المتسعة يساوي صفر، لذلك فان IC = 0 وبالتالي فان جهد المصدر VS يظهر على المقاومة ومنه نحصل على:

$$I_R = \frac{V_S}{100} = \frac{100}{100} = 1A$$

وبنطبيق قانون كيرشوف للتيار يمكن أن نكتب:

$$I_{SC} = I_R - I_S = 1 - 1\angle -45^\circ = 1 - j = 1.414\angle -45^\circ \quad A$$

بعد ذلك نحل المعادلة (8.74) لجهد ثيفينين:

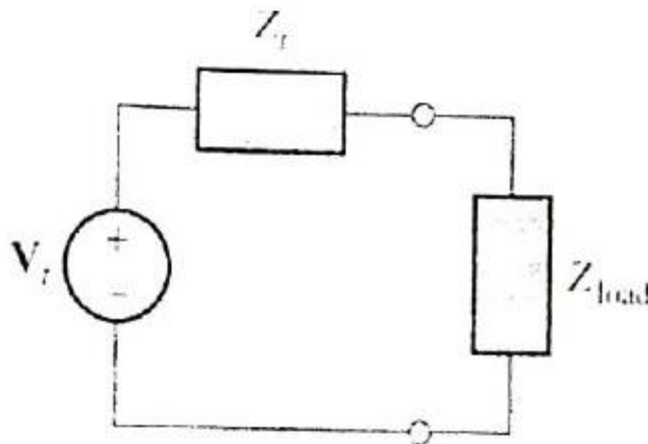
$$V_t = I_{sc} Z_t = 1.414 \angle -45^\circ * 70.71 \angle -45^\circ = 100 \angle -90^\circ$$

أخيرا نرسم مكافئ ثيفينين ونورتن الموضحة في الشكل (8-32).

8-6-2 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

بعض الاحيان نواجه مشكلة ضبط ممانعة الحمل لتقل أعظم قدرة من طرفي الدائرة.

الشكل (8-33) يوضح هذا العمل حيث نمثل طرفي الدائرة بمكافئ ثيفينن. بالطبع فان القدرة المجهزة الى الحمل تعتمد على معاوقة الحمل.



الشكل (8-33) مكافئ ثيفينن لطرفي الدائرة التي تحرر قدرة الى معاوقة الحمل

حمل دائرة القصر لا يستلم قدرة بسبب أن الجهد المسلط يساوي صفر. وبالمثل فان حمل دائرة مفتوحة لا يستقبل قدرة بسبب أن التيار خلالها يساوي صفر. واذا كان الحمل هو ممانعة نقية (محث أو متسعة) فانه لايستلم لان عامل القدرة للحمل يساوي صفر.

أولا نفترض أن معاوقة الحمل يمكن أن تأخذ قيمة مركبة ولنقل أعظم قدرة فان معاوقة الحمل هي المرافق المركب لممانعة ثيفينن.

$$Zload = Z^*$$

اقترض أن ممانعة الحمل لنقل أعظم قدرة هي:

$$Zload = Z^* = R - jXt$$

بالطبع فان الممانعة الكلية المنظورة بواسطة مصدر ثيفينين هي مجموع ممانعة ثيفينن وممانعة الحمل.

$$Ztotal = Zt = Zload$$

$$= Rt + jXt + Rt - jXt$$

$$= 2Rt$$

هكذا فان فان عملية نقل اعظم قدرة الى مقاومة الحمل تتوافق مع أعلى تيار. لمقاومات معينة نحصل على أعظم تيار باختيار ممانعة تقلل قيمة الممانعة الكلية.

في الحقيقية عندما تكون الممانعة الكلية مساوية للصفر فاننا نمتلك دائرة مقاومة، حيث وضحنااانه يتم نقل اعظم قدرة عندما $R_{load} = R_t$.

الحالة الثانية المرغوبة هي أن مقاومة الحمل لنقل أعلى قدرة تساوي قيمة ممانعة ثيفينن.

$$Z_{load} = R_{load} = |Z_t|$$

مثال 8-10:

حدد أعلى قدرة يمكن تجهيزها الى الحمل من طرفي الدائرة الموضحة في الشكل (8-31a) اذا كان:

الحمل يمكن أن يكون قيمة مركبة

الحمل يجب أن يكون مقاومة نقية

الحل:

في المثال (9-8) وجدنا أن الدائرة لها مكافئ ثيفينن موضح في الشكل (8-32a). وممانعة ثيفينن هي:

$$Zt = 50 - j50\ \Omega$$

معاوقة الحمل المركبة لنقل أعظم قدرة هي:

$$Z_{load} = Z^* = 50 + j50\ \Omega$$

مكافئ ثيفينن مربوط مع هذا الحمل كما موضح في الشكل (8-34a). والتيار هو

$$I = \frac{V_t}{Z_t + Z_{load}}$$

$$= \frac{100\ \angle -90^\circ}{5 - j50 + 50 + j50}$$

$$= 1\ \angle -90^\circ\ \text{A}$$

ان القدرة المجهزة الى الحمل هي

$$P = I^2{}_{arms} = R_{load} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 (50) = 25\ \text{W}$$

عندما يكون الحمل مقاومة نقية فانه لنقل أعظم قدرة يكون:

$$\begin{aligned} Rload &= |Z_t| \\ &= |50 - j50| \\ &= \sqrt{50^2 + (-50)^2} \\ &= 70.71\ \Omega \end{aligned}$$

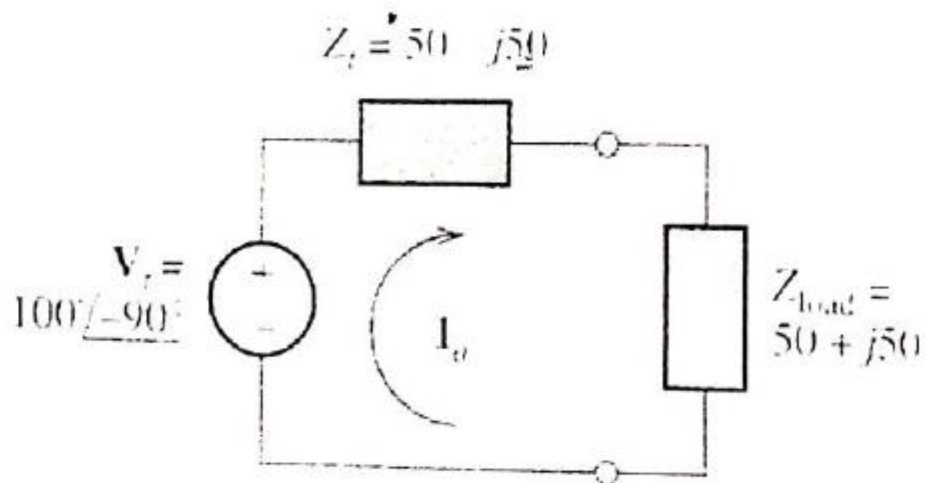
مكافئ ثيفينن مع الحمل موضح في الشكل (8-34b) . لذلك فان التيار هو:

$$I_b = \frac{V_t}{Z_t + Z_{load}}$$

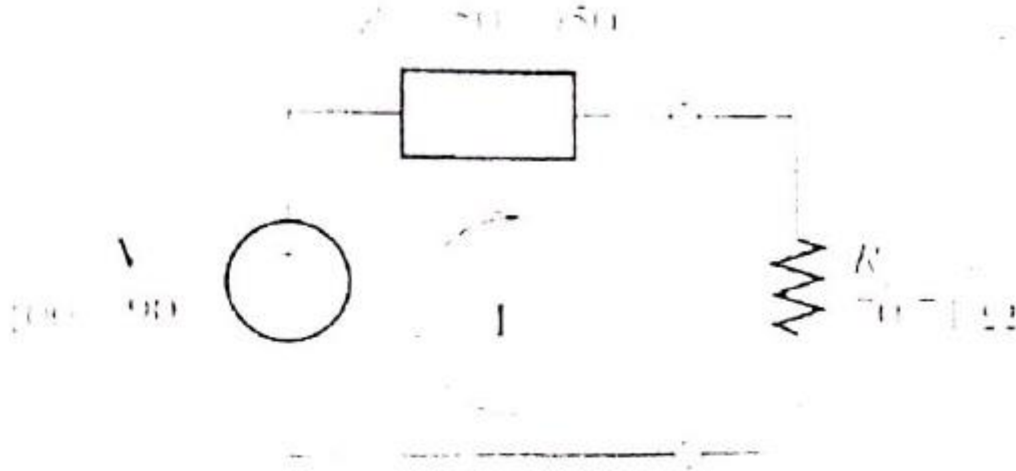
$$= \frac{100 \angle -90^\circ}{5 - j50 + 50 + 70.71}$$

$$= \frac{100 \angle 0^\circ}{130.66 \angle -22.50^\circ}$$

$$= 0.7654 \angle -67.50^\circ \quad A$$



(A)



(B)

الشكل (34-8) دائرة مكافئ ثيفينن والاحمال للمثال (10-8)

القدرة المبددة في هذا الحمل هي:

$$P = I^2_{brms}\, R_{load}$$

$$= \left(\frac{0.7653}{\sqrt{2}}\right)^2 70.71$$

$$= 20.71 \text{ W}$$

سؤال 14-8:

جد ممانعة ثيفينن وتيار نورتون للدائرة الموضحة في الشكل (35-8) ؟

الجواب:

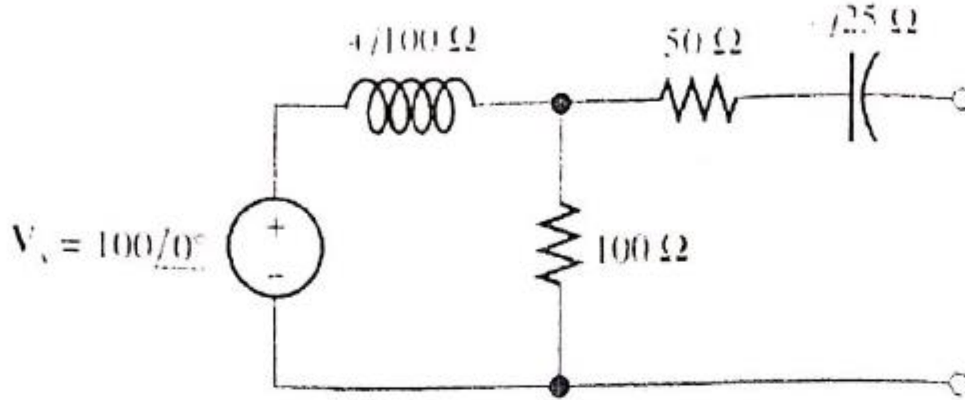
$I_n = 0.686 \angle -59.0^\circ$ $V_t = 70.71 \angle -45^\circ$ $Zt = 100 + j25\ \Omega$

سؤال 15-8:

جد اعظم قدرة يمكــن تبديدهـا الى الحمـل مـن أطـراف الدائـرة في الشـكل (35-8) اذا كان:

a- الحمل له قيمة مركبة

b- الحمل عبارة عن قيمة مقاومة نقية

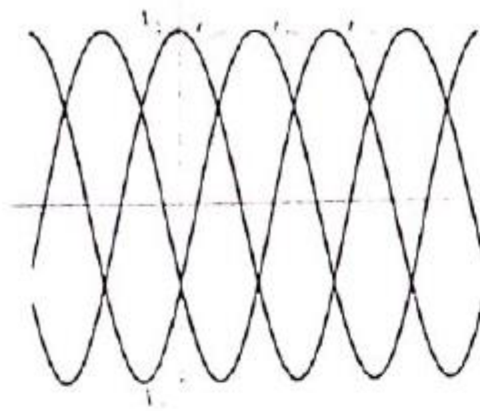


الشكل (8-35)

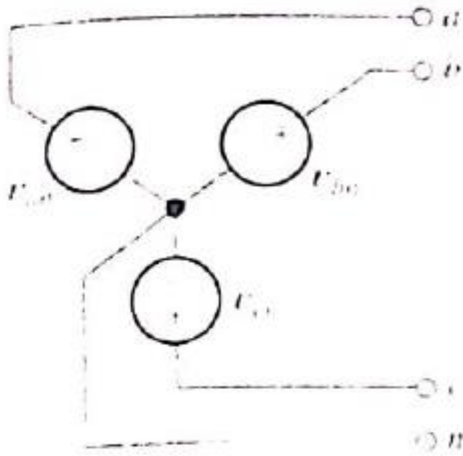
8-7 الدوائر ثلاثية الطور المتزنة Balanced Three-Phase Circuits

سوف نرى أن هناك محاسن هامة في توليد و توزيع القدرة بجهود متناوبة (AC) متعددة لها أطوار مختلفة . سنأخذ بعين الاعتباز الحالة العامة و هي : ثلاثة جهود متناوبة (AC) متساوية الاتساع و لها أطوار °120 منفردة. هذا ما يعرف بمصدر ثلاثي الأطوار متزن ، و مثالا له ما يوضحه الشكل (8.36).

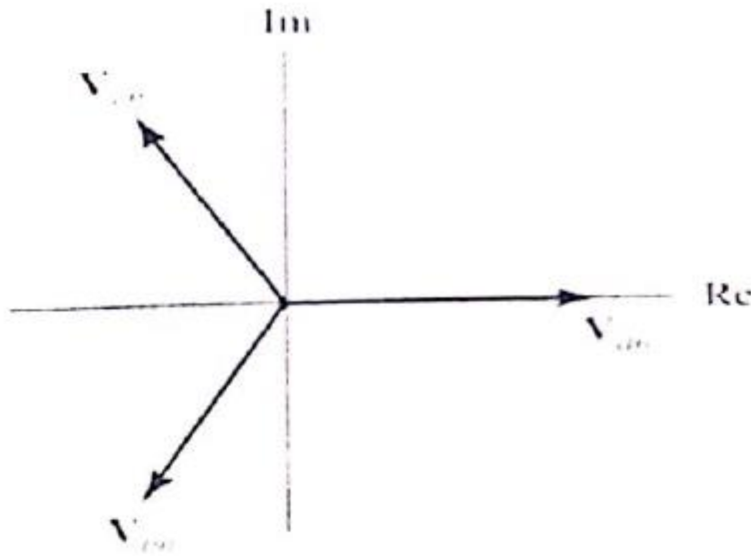
إن المصدر في الشكل (8.36a) هو عبارة عن ربط Y (Y connected) . و في آخر الفصل سنأخذ بعين الاعتبار تشكيلة تعرف بربط دلتا ؟ (؟ connected).



b- الفولتيات مقابل الزمن



a- مصدر ثلاثي الطور



b- مخطط الطور

الشكل (8-36) مصدر جهد ثلاثي الطور متوازن

الثلاثة الجهود البينة في الشكل (8.36a) تعطى كتالي :

$V_{an}(t) = V_Y \cos(wt)$ (8.76)

$Vbn(t) = VY \cos(wt - 120^o)$ (8.77)

$Vcn(t) = VY \cos(wt + 120^o)$ (8.77)

وحيث أن V_Y هو عبارة عـن قيمـة كـل مصـدر في تشـكيلة ربـط Y . هـذه الجهود تتوافق مع أطوار هي :

$$V_{an} = V_Y \angle 0^\circ \qquad (8.79)$$

$$V_{bn} = V_Y \angle -120^\circ \qquad (8.80)$$

$$V_{cn} = V_Y \angle 120^\circ \qquad (8.81)$$

كما أن الشكل (8-36b) يوضح مخطط الطور.

8-7-1 ترتيب الطور Phase Sequence

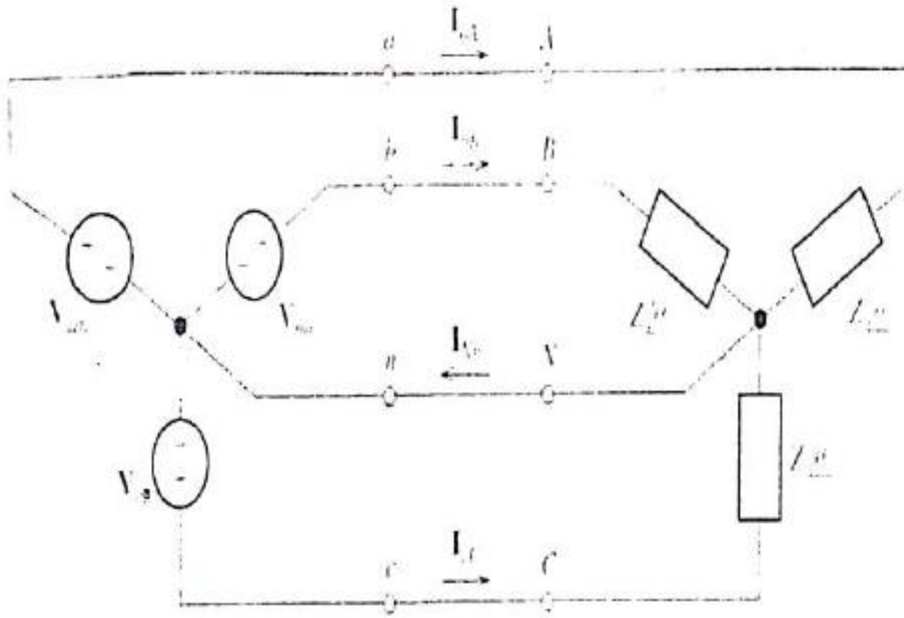
هذه المجموعة من الجهود لها سلسلة طور موجب بسبب أن الجهود تصـل الى قيمتها العليا في الترتيب abc . بالعودة الى الشكل (8.36c) و ملاحظة أن V_{an} يتقدم على V_{bn} والذي بدوره يتقـدم علـى V_{cn} (تذكـر أن الأطـوار تـدور عكـس اتجـاه عقرب الساعة في تحديد علاقات الطـور). و إذا بدلـت b مكـان c فإننـا سـنحصل على ترتيب طور سالب في الترتيب abc .

إن ترتيب الطور تكون مهمة إذا كان لدينا محرك حثي ثلاثي الطور فان اتجـاه الدوران يكون عكس الاثنين من ترتيب الطور . و لعكس اتجاه دوران المحرك فإننـا سوف نبادل بينb و c . و بسبب التشابه الكبير لكلا سلسلتي الطـور فإننـا سـنأخذ فقط ترتيب الطور الموجب في المناقشة التالية.

8-7-2 ربط (Y – Y) Wye-Wye connection

عند أخذ المصدر ثلاثي الطور المربـوط الى حمـل ثلاثـي الطـور متـوازن كمـا يوضحه الشكل (8.37) . إن الأسلاك a-A و b-B و c-C تدعى خطوط (line) و أن السلك n-N يدعى المحايد(neutral) . هذه التشكيلة تدعى ربط (Y-Y) بمحايد . في مصطلح حمل متوازن (load balanced) تعني أن معوقات الحمل الثلاث تكـون متساوية (سنأخذ فقط الأحمال المتوازنة).

مؤخرا سنلاحظ أن التشكيلات الأخرى تكون مفيدة. فمثلا يحذف السلك المحايد n-N . علاوة على ذلك فان المصدر و الحمل يربطان في تشكيلة دلتا ؟ ، كما سنرى أن التيارات و الجهود و القدرة يمكن أن تحسب لهذه التشكيلات الأخرى و ذلك بإيجاد الدائرة المكافئة (Y-Y) . لذلك فان المفتاح لفهم الدوائر ثلاثية الطور هو الخبرة بدوائر (Y-Y).



الشكل (8-37) ربط (Y-Y) ثلاثي الطور مع وجود المحايد.

غالبا نستخدم مصطلح وجه للإشارة إلى جزء من المصدر أو الحمل. فمثلا الوجه A من المصدر هو V_{an} و الوجه A من الحمل هو معاوقة تربط بين A و N ، و نشير الى V_Y كجهد طور أو كجهد خط الى المحايد لمصدر نوع ربط Y . (مهندسو نظام القدرة غالبا يحددون القيم rms أكثر من قيم القمة ولكننا سنستخدم المتجهات التي لها قيم متساوية للقمة أكثر من قيم rms) . علاوة على ذلك فإن التيار I_{aA} و I_{bB} و I_{cC} تدعى تيارات الخط (I_{aA} هو التيار من العقدة a إلى العقدة A كما هو موضح في الشكل (8.37)) .

التيار في الوجه A للحمل يعطى كالتالي:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z\angle\theta} = \frac{V_Y\angle 0^\circ}{Z\angle\theta} = I_L\angle -\theta$$

حيث أن $I_L = V_Y / Z$ وهو قيمة التيار الخطي بسبب أن معاوقات الحمل متساوية فإن كل التيارات تكون لها نفس القيمة وتختلف في الطور . هذه التيارات تعطى كالاني :

$$I_{aA}(t) = I_L \cos(wt - \theta) \qquad (8.82)$$

$$I_{bB}(t) = I_L \cos(wt - 120^\circ - \theta) \qquad (8.83)$$

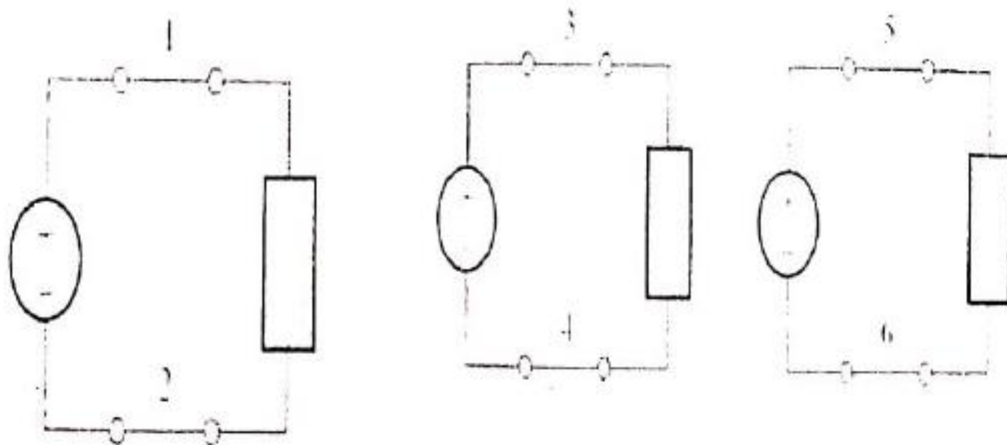
$$I_{cC}(t) = I_L \cos(wt + 120^\circ - \theta) \qquad (8.84)$$

التيار المحايد في الشكل (8.37) يعطى بعلاقة:

$$I_{Nn}(t) = I_{aA}(t) + I_{bB}(t) + I_{cC}(t)$$

بتعبير المتجهات يكون:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{Nn} &= \mathbf{I}_{aA} + \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{I}_{cC} \\
&= \mathbf{I}_L\angle -\theta + I_L\angle(-120^\circ - \theta) + I_L\angle(120^\circ - \theta) \\
&= \mathbf{I}_L\angle -\theta(1 + \angle -120^\circ + \angle 120^\circ) \\
&= I_L\angle -\theta(1 - 0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866) \\
&= 0
\end{aligned}$$



الشكل (8.38) ستة أسلاك نحتاجها لربط مصدر ثلاثي الطور إلى ثلاثة أحمال و القدرة في نظام ثلاثي الطور هي نفسها التي تنقل بثلاثة أسلاك.

هكذا فإن مجموع ثلاثة متجهات متساوية القيمة و كل جزء يفرق عن الـذي يليه بزاوية 120° يكون صفر.

لقد أوضحنا أن التيار المحايد يكون صفراً في النظام ثلاثـي الطـور المتـوازن . وبالتالي فإن السلك المحايد يمكن أن يزال دون أن يغير أيٍ من الجهود أو التيـارات . إن مصادر الجهد الثلاثة تتوزع على معاوقات الحمل بواسطة ثلاثة أسلاك .

من المحاسن المهمة للأنظمة ثلاثية الطور مقارنـةً مـع أحاديـة الطـور هـي أن التسليك لربط المصادر إلى الأحمال أقل كلفة . كما هو موضـح في الشـكل (8.38) أخذنا ستة أسلاك لربط ثلاثة مصادر أحادية الطور إلى ثلاثة أحمـال منفصلـة بينما نحتاج إلى ثلاثة أسلاك فقط (أربعة إذا استخدم السلك المحايد) لربـط ثلاثـي الطـور ليعطي نفس القدرة المنقولة .

8-7-3 القدرة Power

من المحاسن للأنظمة ثلاثية الطور المتوازنـة مقارنـة بالأنظمـة أحاديـة الطـور وهي أن القدرة الكلية تكون ثابتة (كدالة في الزمن) أكثر مما هي متذبذبة . (بالعودة إلى الشكل (8.2) نلاحظ تذبذب القدرة في حالة الطور المفرد). لتوضيح أن القدرة تكون ثابتة لربط (Y-Y) المتزن أنظر الشكل (8.37) حيث كتب تعبير للقدرة الكلية . إن القدرة المنقولة إلى الوجه A من الحمـل هـي $V_{an}\ i_{aA}$. بنفـس الطريقـة فـإن القدرة لكلٍ من الأوجه الأخـرى للحمـل هـي حـاصل ضـرب الجـهد في التيـار . والقدرة الكلية هي :

$$P(t) = V_{an}(t)\, i_{aA}(t) + V_{bn}(t)\, i_{bB}(t) + V_{cn}(t)\, i_{cC}(t) \qquad (8.85)$$

باسـتخدام المعـادلات (8.76) و (8.77) و (8.78) بتعويـض الجـهود في المعادلات (8.82) و (8.83) و (8.84) وتعويض التيارات فإننا نحصل على:

$$P(t) = V_Y \cos(wt)\, I_L \cos(wt - e)$$
$$+ V_Y \cos(wt - 120^\circ)\, I_L \cos(wt - 120^\circ - \theta) \qquad (8.86)$$

$$+ V_Y \cos (wt - 120^o)\, I_L \cos (wt + 120^o - \theta)$$

وباستخدام المتطابقة الهندسية:

$$\text{Cos}(x) \cos(y) = 1/2 \cos (x - y) + 1/2 \cos (x + y)$$

إن المعادلة (8.86) يمكن أن تكتب كالتالي:

$$P(t) = 3\, (V_Y I_L/2) \cos (\theta) + (V_Y I_L/2)\, [\, \cos (2wt - \theta)$$

$$+ \cos (2wt - \theta - 240^o) + \cos (2wt - \theta + 480^o)\,] \quad (8.87)$$

التعبير ما بين الأقواس هو:

$$\cos (2wt - \theta) + \cos (2wt - \theta - 240^o) + \cos (2wt - \theta + 480^o)$$

$$= \cos (2wt - \theta) + \cos (2wt - \theta + 120^o) + \cos (2wt - \theta - 120^o)$$

$$= 0$$

وبذلك تصبح القدرة كالآتي:

$$P(t) = 3\, (VYIL/2) \cos (\theta) \qquad (8.88)$$

لاحظ أن القدرة الكلية تكون ثابتة مع الزمن نتيجة هـذه الحقيقـة فـإن عـزم الدوران المطلوب لقيادة مولد ثلاثي الطور مربوط إلى حمـل متـوازن يكـون ثـابت. وبالمثل فإن عزم الدوران الناتج لمحرك ثلاثي الطـور يكـون ثـابت أكـثر مـن المحـرك احادي الطور .

إن الجهد rms من كل خط إلى المحايد هو :

$$V_{Y(rms)} = \frac{V_Y}{\sqrt{2}} \ldots\ldots\ldots\ldots (8.89)$$

وبالمثل فإن قيمة rms لتيار الخط هي:

$$I_{L(rms)} = \frac{I_L}{\sqrt{2}} \ldots\ldots(8.90)$$

بتعويض المعادلات (8.89) و (8.90) في المعادلة (8.88) نحصل على:

$$P_{avg} = P(t) = 3V_{Y(rms)}\, I_{L(rms)} \ldots(8.91)$$

القدرة الفعالة Reactive Power

كما هو الحال في دوائر أحادية الطور فإن القدرة تدفق إلى الخلف وإلى الأمام بين المصادر وعناصر خزن الطاقة المربوطة في حمل ثلاثي الطور . هذه القدرة تسمى القدرة الفعالة . إن التيارات الأعلى تنتج نتيجة لظهور التيارات الفعالة لشبكة الأسلاك والقدرة الموزعة للعناصر الأخرى التي لها مقادير أعلى . القدرة الفعالة المبددة إلى حمل ثلاثي الطور تعطى بالعلاقة :

$$Q = 3(V_Y\, I_L / 2) \sin(\theta) = 3V_{Y(rms)}\, I_{L(rms)} \sin(\theta) \ldots\ldots\ldots(8.92)$$

8-7-4 الجهود من خط إلى خط Line-to-Line Voltages

كما ذكرنا سابقاً فإن الجهود بين الأطراف a أو b أو c والنقطة المحايدة n تدعى جهود الخط إلى المحايد (Line to neutral voltage) على الجانب الآخر فإن الجهود بين a و b أو b وc أو a وc لذلك فإن V_{an} و V_{bn} و V_{cn} هي جهود خط إلى محايد بينما V_{ab} وV_{bc} و V_{ca} هي جهود خط إلى خط . دعنا نأخذ بعين الاعتبار العلاقات بين جهود الخط إلى الخط وجهود الخط إلى المحايد . يمكننا ان نحصل على العلاقة الآتية بتطبيق قانون كيرشوف للجهد (KVL) على الشكل (8.37).

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

باستخدام المعادلات (8.79) و (8.80) بالتعويض لـ V_{an} و V_{bn} نحصل على:

$$V_{ab} = V_\phi \angle 0° - V_\phi \angle -120° \quad ....(8.93)$$

و التي تكافئ:

$$V_{ab} = V_\phi \angle 0° - V_\phi \angle 60° \quad ....(8.94)$$

هذه العلاقة موضحة في الشكل (8.39) ، والتي توضح أن المعادلة (8.94) تختصر إلى:

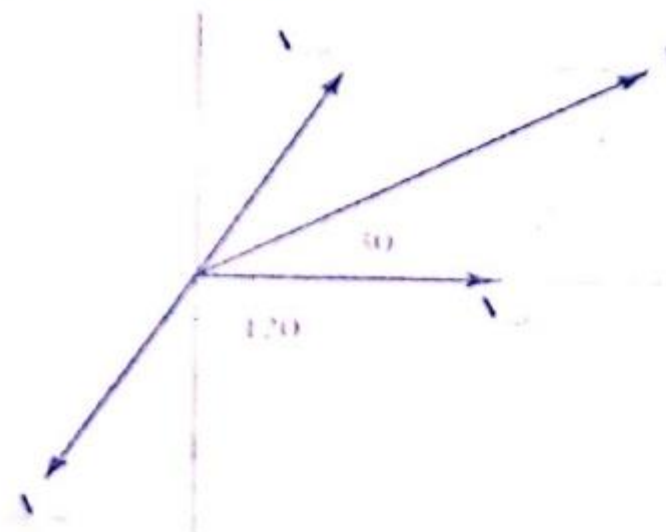
$$V_{ab} = \sqrt{3} V_\phi \angle 30° \quad ....(8.95)$$

نرمز لقيمة جهد الخط إلى الخط بـ V_L . لذلك فإن القيمة جهد الخط إلى الخط هي $\sqrt{3}$ أمثال قيمة جهد الخط إلى المحايد .

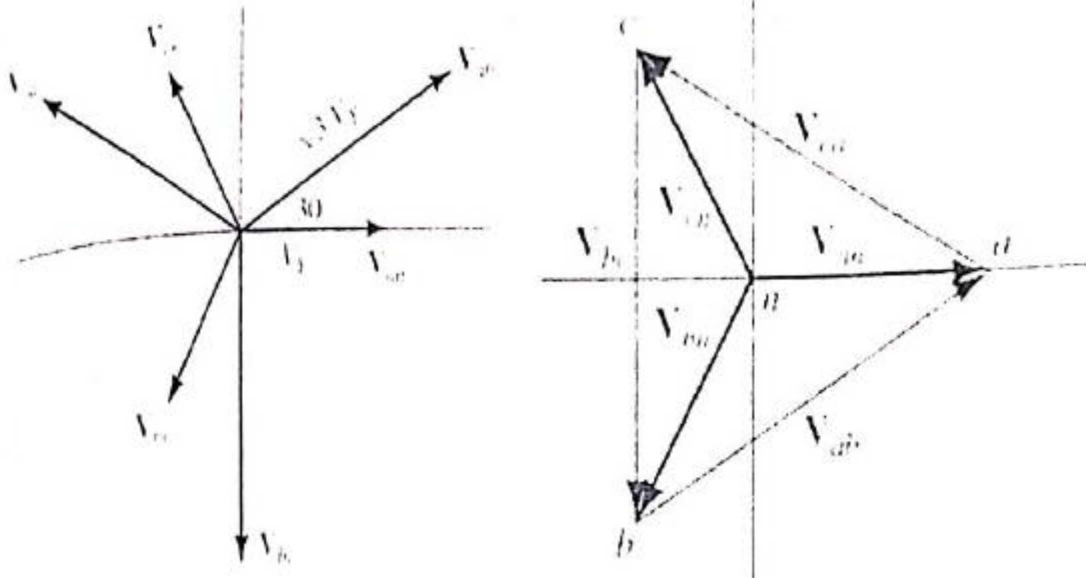
$$V_L = \sqrt{3} \times V_\phi \quad ....(8.96)$$

لذلك فإن العلاقة بين جهد الخط إلى الخط V_{ab} و جهد الخط إلى المحايد V_{an} هي:

$$V_{ab} = V_{an} \times \sqrt{3} \times \angle 30° \quad ......(8-97)$$



الشكل (8-39) المخطط الإتجاهي لتوضيح العلاقة بين الجهد الخط إلى الخط وجهد الخط إلى المحايد V_{an} و V_{bn}



b- عدة طرق لرسم مخطط الطور   a- جميع الاطوار تبدأ من نقطة الاصل

الشكل (8-40) المخطط الإتجاهي لتوضيح العلاقة بين جهود الخط إلى الخط وجهود الخط إلى المحايد

و بالمثل يمكن توضيح أن :

$$V_{bc} = V_{bn} \times \sqrt{3} \times \angle 30^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(8.98)$$

$$V_{ca} = V_{cn} \times \sqrt{3} \times \angle 30^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(8.99)$$

مثال **8.11**:

سلسلة موجبة متوازنة لمصدر ثلاثي الطور 60Hz ربط Y له جهد خط إلى محايد $V_Y = 1000V$. ربط هذا المصدر إلى حمل مربوط بشكل Y متوازن . كل وجه من الحمل يتكون من محث قيمته 0.1H بالتوالي مع مقاومة 50ظ . أوجد تيارات الخط وجهود الخط إلى الخط والقدرة المبددة في الحمل والقدرة الفعالة المبددة في الحمل أيضاً . أرسم المخطط الإتجاهيالذي يوضح جهود الخط إلى المحايد وجهود الخط إلى الخط وتيارات الخط . افترض أن زاوية الطور لـ V_{an} هي صفر .

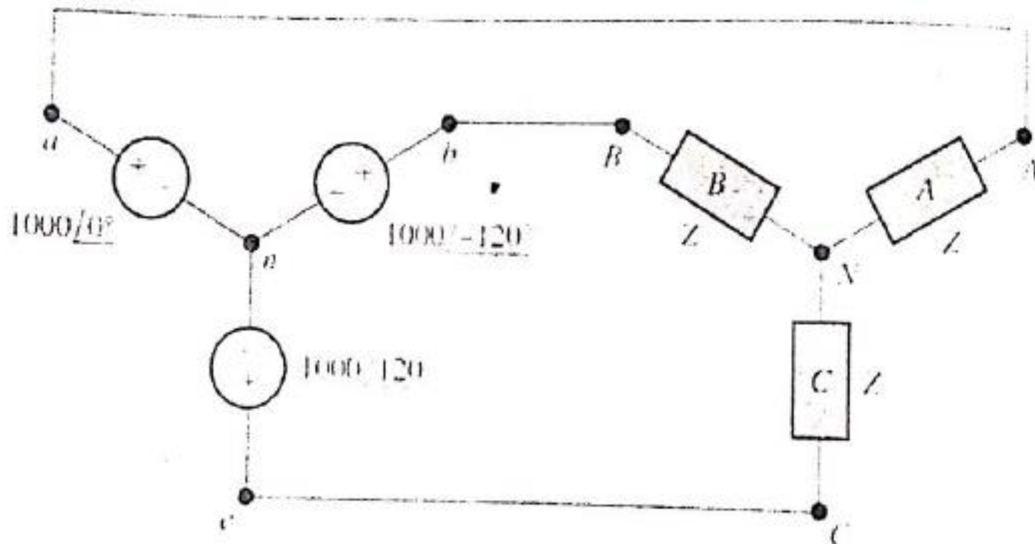
الحل:

أولاً نحسب المعاوقة المركبة لكل وجه من الحمل

$$Z = R + jwL = 50 + j2'(60)(0.1) = 50 + j37.7$$

بعد ذلك سنرسم الدائرة الموضحة في الشكل (8.41a) في حسابات ربط (Y-Y) المتوازنة ، افترض أن n وN ربطا .(التيارات والجهود كانت نفسها أولاً يوجد فعلياً الربط المحايد). هكذا فإن V_{an} يظهر مسلط على الوجه A من الحمل ويمكن أن نكتب :

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{1000\angle 0°}{62.62\angle 37.02°} = 15.97\angle -37.02° \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8\text{-}100)$$



إذا كانت المعاوقات لأسلاك الربط تساوي صفر فإن جهود الخط إلى الخط في الحمل تكون مساوية لجهود المصدر .

هكذا فإن $V_{AB} = V_{ab}$ ، $V_{BC} = V_{bc}$ و $V_{CA} = V_{ca}$، افترض أن المعاوقة لكل وجه من الحمل هي ، لذلك فإن تيار الحمل للوجه AB هو:

وتعرف قيمة التيار بالعلاقة التالية:

$$I_{\Delta} = \frac{V_L}{Z_{\Delta}} \quad \text{.........(8-103)}$$

لذلك:

$$I_{AB} = I_{ز} \angle 30^{\circ} - \theta \quad \text{........(8.104)}$$

وبالمثل

$$I_{AB} = I_{ز} \angle 30^{\circ} - \theta \quad \text{........(8.105)}$$

$$I_{AB} = I_{ز} \angle 30^{\circ} - \theta \quad \text{........(8.106)}$$

التيار في الخط a-A هو:

$$I_{aA} = I_{AB} - I_{CA}$$

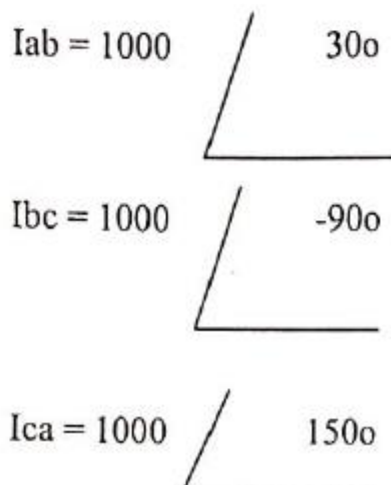
قيمة تيار الخط هي:

$$I_L = \sqrt{3} I_{\Delta} \quad \text{...........(8-107)}$$

مثال 12-8:

تحليل نظام دلتا إلى دلتا المتوازن Analysis of a Balance Delta-Delta System

للدائرة المبينة في الشكل (8-45a). إن مصدر ربط دلتا يسلط قدرة إلى حمل ربط دلتا خلال أسلاك لها معاوقة $Z_{line} = 0.3 + j0.4$ ظ و معاوقات الحمل هي $Z_{ؤ} = 30 + j6$ وجهود المصدر هي:



جد تيار الخط وجهد الخط في الحمل والتيار في كل وجه من الحمل والقدرة الموزعة إلى الحمل والقدرة المبددة في الخط .

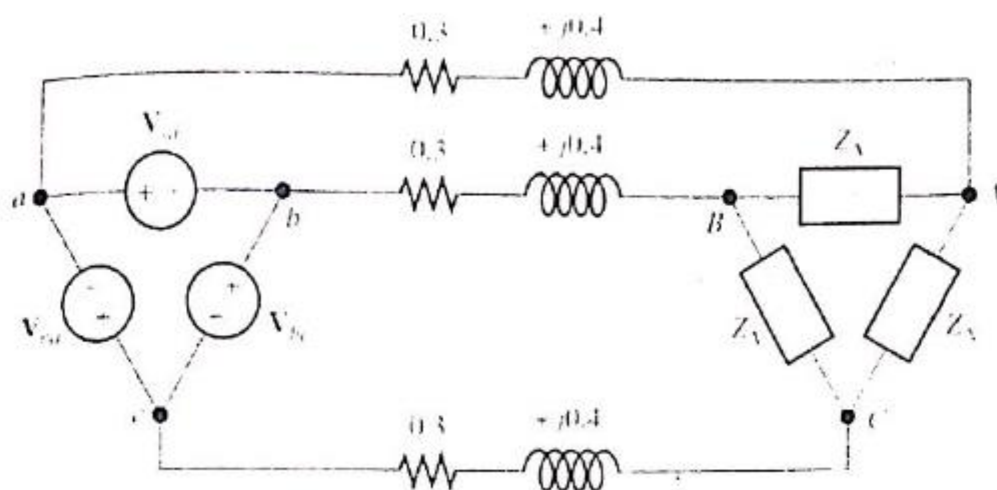
الحل :

أولاً نوجد مكافئات ربط Y للمصدر وللحمل . (حقيقة سنحتاج فقط إلى عمل واحد من الثلاث الدوائر بسبب أن الإثنتين الباقيتين هما نفس الأولى عدا زوايا الطور) . اخترنا العمل مع الوجه A من دائرة Y المكافئة . بتطبيق المعادلة (8.97) سنحصل على :

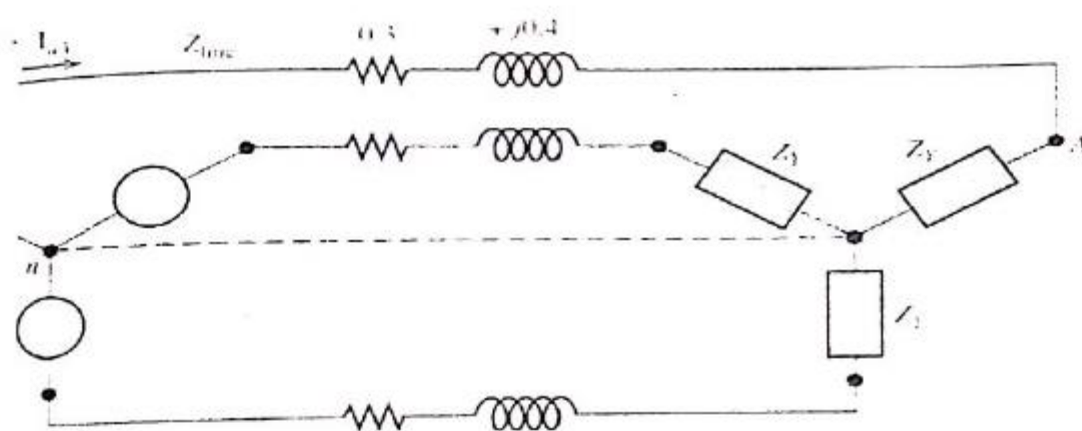
باستخدام المعادلة (8-100) نحصل على:

الآن يمكن رسم الدائرة المكافئة Y الموضحة في الشكل (8-45b). في نظام Y-Y المتوازن أخذنا في الإعتبار أن النقاط المحايد ة ربطت مع بعضها كما هو موضح في خط متقطع في الشكل (8-45b).هذا يحول الدائرة ثلاثية الطور إلى ثلاث دوائر أحادية الطور.للوجه A فإن الشكل(8-45b) يمكن كتابة العلاقة:

$$V_{an} = (Z_{line} + Z_Y)\, I_{aA}$$



a- الدائرة الاصلية



b- الدائرة المكافئة لربط Y

الشكل (8.45) دائرة المثال

لذلك:

$$I_{a\Lambda} = \frac{Van}{Zline + ZY} = \frac{577.4 \angle 0o}{0.3 + j0.4 + 10 + j2}$$

$$= \frac{577.4 \angle 0^{o}}{10.3 + j2.4}$$

$$= \frac{Vm \angle 0^{o}}{10.58 \angle 13.12o}$$

$$= 54.60 \angle -13.12o$$

لايجاد جهد الخط الى المحايد في الحمل:

$$V_{an} = I_{Aa} Z_{\overline{Y}}\ 54.60 \angle -13.12^{o} * (10 + j2)$$

$$= 54.60 \angle * 10.20 \angle -13.12^{o}$$

$$= 556.9 \angle -1.81^{o}$$

الان نحسب جهد الخط الى الخط في الحمل:

$$V_{AB} = V_{An}* = \sqrt{3} \angle -30^{o}\ \sqrt{3} \angle -1.81^{o} * \sqrt{3} \angle -30^{o}$$

$$= 964.6 \angle 28.19o$$

التيار خلال الوجه AB للحمل هو:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{964.6\angle 28.19^{\circ}}{30+j6} = \frac{964.6\angle 28.19^{\circ}}{30.59\angle 11.31^{\circ}}$$

$$=31.53 \angle 16.88^{\circ}$$

القدرة المبددة في الوجه ABمن الحمل هي حاصل ضرب مربع التيار (rms) مضروب في المقاومة.

$$P_{AB} = I^2{}_{ABrms} R \left(\frac{54.60}{\sqrt{2}}\right)^2 (30) = 14.91 KW$$

القدرة المجهزة الى الوجهين الاخرين من الحمل هي نفسها لذلك فان القدرة الكلية هي:

$$P = 3P_{AB} = 44.73 KW$$

القدرة المفقودة في الخط A هي:

$$P_{lineA} = I^2{}_{aArms} R_{line} \left(\frac{54.60}{\sqrt{2}}\right)^2 (0.3) = 0.447 KW$$

و القدرة المفقودة في الخطين الاخرين هي نفسها في الخط A لذلك فان فقد الخط الكلي هو:

$$P_{line} = 3 \times P_{lineA} = 1.341 KW$$

مثال 17-8: مصدر ربط دلتا له جهود معطاه كالتالي:

$$I_{ab} = 1000\angle 30^o$$

$$I_{bc} = 1000\angle -90^o$$

$$I_{ca} = 1000\angle 150^o$$

هذا المصدر مربوط الى حمل بشكل دلتا يتكـون مـن مقاومـات 50ظ . جـد تيارات الخط والقدرة المبددة في الحمل.

الحل:

$$I_{cC} = 34.6\angle 120^\circ$$

$$I_{bc} = 34.6\angle -120^o$$

P = 30 KW

$$I_{aA} = 3.6\angle 0^o$$

الخلاصة Summary

1- يعطى الجهد الجيبي بالمعادلة $V(t) = V_m \cos(wt + è)$ حيث أن V_m هو قيمة أعلى جهد و w هي التردد الزاوي المقدر بالراديـان لكـل ثانيـة (rad/s) و è هي زاويـة الطـور . الـتردد بـالهرتز هـو $f = 1/T$ حيـث T هـو الزمـن الدوري.علاوة على ذلك فإن $w = 2\pi f$.

2- للانتظام فإننا سنعبر عن الجهود الجيبية بدلالة الجيب تمام ، وبالتالي فأن دالة الجيـب يمكن أن تحول إلى دالة جيب تمام باستخدام المتطابقة $\sin(z) = \cos(z - 90^o)$.

3- قيمة جذر متوسط المربعات rms أو القيمة الفعالة للجهد الدوري V(t) هي :

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt}$$

ومتوسط القدرة المبددة في المقاومة بواسطة V(t) هو:

$$P_{avg} = \frac{V^2_{rms}}{R}$$

وبالمثل لتيار i(t) فإن القيمة لفعالة rms للتيار هي :

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$$

ومتوسط القدرة المبددة لتيار i(t) متدفق خلال مقاومة هو:

$$P_{avg} = I^2_{rms} R$$

و لموجة جيبية فإن قيمة rms تساوي أعلى قيمة مقسومة على $\sqrt{2}$.

4- يمكننا تمثيل الموجات الجيبية كـأطوار حيـث أن قيمـة القمـة هـي أعلـى قيمـة للإشارة الجيبية و زاوية الطور هي الزاوية للإشارة الجيبية .

5- يمكننا جمع الإشارات الجيبية بواسطة جمع الموجات.

6- جهد المطاور لدائرة خاملة يساوي حـاصل ضـرب مطـاور التيـار في المعاوقـة المركبة للدائرة. و للمقاومة فإن الجهد $V_R = RI_R$ و يكون الجهد متحـد الطـور مع التيار و جهد المفاعلة $V_L = jwLI_L$ حيـث أن الجـهد يتقـدم علـى التيـار بزاوية $90°$. و للممانعة فإن $V_C = - j(1/wC) I_C$ حيث أن الجهد يتـأخر عـن التيار بزاوية $90°$.

7- الممانعة المركبة يمكن أن تركب على التوالي أو التوازي بنفس طريقة المقاومات كما يمكننا تطبيق قاعدة مجـزئ الجـهد و قـاعدة مجـزئ التيـار في دوائـر التيـار المتناوب (AC) .

8 - عندما يتدفق تيار جيبي لإنتاج جهد جيبي فإن القدرة المجهزة هي $P = V_{rms} I_{rms}$ cos(è) حيث è هي زاوية القدرة و التي يمكن إيجادها بطرح زاوية الطور للتيـار من زاوية الطور للجهد $(è = è_v - è_i)$ ، كما أن عامل القدرة هو cos(è) .

9 - القدرة الفعالة هي تدفق الطاقة الى الأمام و إلى الخلف بين المصدر و عنـاصر خزن الطاقة مثل (L,C). يمكن أن نحـدد القـدرة الفعالـة بموجـب للمحـث و

سالب للمتسعة . الطاقة المنقولة لكــل دورة عنـد تدفـق قـدرة فعالـة تسـاوي صفر.إن القدرة الفعالة مهمة بسبب أن نظـام توزيـع القـدرة ينبغـي أن يمتلـك معدلات تيار أعلى عند تدفق القدرة الفعالة .

10 - القدرة الظاهرية هي حاصل ضرب الجــهد الفعّـال (rms) و التيـار الفعّـال (rms) . توجد هناك علاقات مفيـدة بـين القـدرة والقـدرة الفعّالـة و القـدرة الظاهرية و زاوية القدرة يمكننا أن نحصل عليها من خلال مثلث القدرة الموضح في الشكل (8.22).

11- في الحالة العابرة فإن الشبكة المكونة مـن مقاومـات و محثـات و متسـعات و مصادر جيبية (لها نفس التردد) يمكـن أن تمثـل بمكـافئ ثيفينـين المحتـوي علـى مصدر جهد طوري بالتوالي مع معاوقة مركبة ، و مكافئ نورتـون يتكـون مـن مصدر تيار طوري بالتوازي مع معاوقة ثيفينين.

12 - لنقل أعظم قدرة من طرفي دائرة متناوبة (AC) إلى حمل نختار معاوقة الحمل بحيث تكون هي المرافق المركب للممانعة ثيفينين . إذا كان الحمل مقاومـة بحتـة فإن قيمة هذه المقاومة لنقل أعلى قدرة تساوي قيمة معاوقة ثيفينين.

13 - لغرض التوفير في الربط فإن توزيع القدرة ثلاثـي الطـور يكـون اقتصـادي اكثر من احادي الطور . إن القدرة المتدفقة في الأنظمة ثلاثيـة الطـور المتوازنـة تكون مرتبة بينما تكون القدرة نابضة في الأنظمة أحادية الطور .

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

Frequency Response , Bode Plots, and Resonance

المقدمة Introduction

تتعلق الهندسة الكهربائية بمعلومات حامل التيار والفولتية التي تسمى بالإشارة . على سبيل المثال المجسات (Transducers) في المحركات الداخلية المجمعة تزودنا بإشارة كهربائية التي تمثل درجة الحرارة و السرعة و مكبس الخانق و تناوب المكبس في العمود المرفقي . هذه الإشارات تعالج (بواسطة دوائر كهربائية) لإيجاد أفضل احتراق مباشر لكل اسطوانة . اخيرا النبضات الكهربائية تتولد لكل قابس الشرارة(Spark Plug) .

تقيس ماسحات الأرض المسافة بواسطة إرسال نبضات ضوئية تنعكس بواسطة مرآة في النقطة المرغوبة . تحول النبضات الضوئية الراجعة من المرآة إلى إشارة كهربائية ثم تعالج بواسطة دوائر لإيجاد زمن تأخير الرجوع بين الجهاز والمرآة . وأخيرا التأخير يحول إلى مسافة ظاهرة .

مثال آخر مخطط القلب . يولد قلب الإنسان نبضات كهربائية . في وحدة عناية القلب الدوائر والكمبيوتر تستخدم لاستخلاص المعلومات فيما يتعلق بسلوك قلب المريض . الطبيب أو الممرضة يتنبهون عندما يحتاج المريض إلى عناية . بصورة عامة إشارة المعالجة تتعلق بإشارة العلاج لاستخلاص المعلومات واستخدام تلك المعلومات لتوليد إشارة مفيدة .

إن معظم المعلومات الحقيقية في العالم هي إشارات كهربائية ليست جيبيه بالرغم من هذا فكرة هذا الموضوع هو مفيد جدا في معرفة كيفية استجابة الدائرة للإشارات الغير جيبيه . يمكن القول أن فكرة ضابط الطور مفيد جدا لفهم كيف تستجيب الدائرة إلى الموجة الغير الجيبية هذا صحيح بسبب الإشارات الغير جيبيه يمكن أن تتولد مجموعة من المكونات الجيبية بحيث تكون لها ترددات وسعات وأطوار مختلفة .

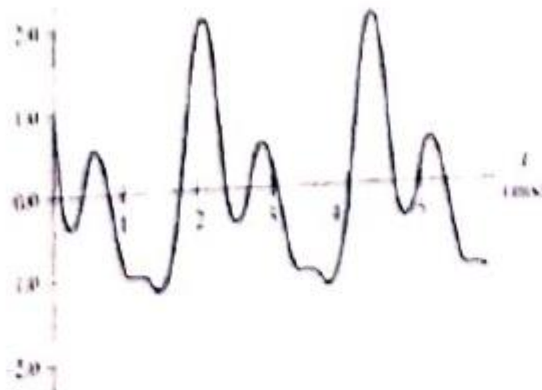
9-1 تحليل فورير، المرشحات، ودوال التحويل.

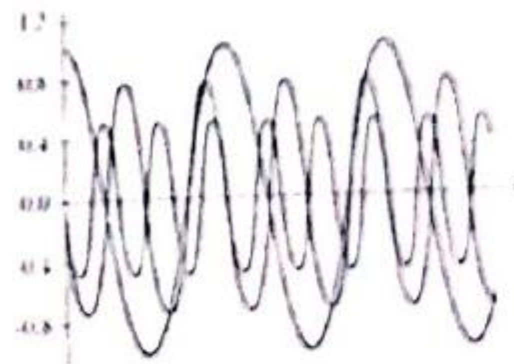
Fourier Analysis, Filters , and Transfer Functions

تحليل فورير

كما هو مشار إليه في مقدمة هذا الفصل ، معظم إشارات المعلومات العاملة ليست جيبيه . على سبيل المثال : الموجة الناتجة بواسطة الميكروفون للمتكلم او الموسيقى وهي موجة مركبة ليست جيبيه .

الشكل (9-1) يوضح مقطع قصير جدا .


(a) Main waveform


(b) Sinusoidal components

الشكل (9-1)

معظم الإشارات المهمة هي ليست جيبيه ويمكن انتشارها بواسطة جمع موجات جيبيه بحيث لتحصل على السعة والطور والتردد المطلوب .

وللتوضيح للموجة الموضحة في الشكل (9-1a) هي مجموعة الموجات الجيبية في الشكل (9-1b) . الموجة في الشكل (9-1) بسيطة لأنها تتركب من ثلاث مركبات معظم الإشارات العادية تتكون من آلاف المركبات . (في بعض الأحيان يكون عددها لانهائي) عند سماع الموسيقى فإن الأذن تستجيب إلى التغير في المركبات الترددية . وبعض التوافقيات للسعة والتردد تكون مقبولة والبعض الأخر غير مقبولة . فعند تصميم دوائر معالجة الإشارة (مثل المكبرات) لإشارات الصوت يجب الأخذ بنظر الاعتبار في كيفية استجابة الدائرة للمركبات الترددية المختلفة.

إن تحليل فورير هو طريقة رياضية لإيجاد السعة والتردد والطور للمركبات لموجة معينة . ومن جهة تذكر بعض الملاحظات لتحليل فورير . ولكن ليس بخصوص التفاصيل حول النظرية . أهم نقطة هي أن كل الإشارات العالمية الحاملة للمعلومات هي إشارة مركبة من مجموعة من المركبات الجيبيه .

يعتمد مدى الترددات للمركبات على نوع الإشارة المعطاة والمدى الترددي لعدة أنواع من الإشارات موضح في الجدول (9-1) وبالتالي فان الإشارة القلبية هي إشارة مكونة من عدة مركبات جيبيه لها مدى ترددي من 0.05Hz إلى 100Hz .

سلسلة فورير للموجة المربعة :

كمثال آخر الإشارة الموضحة (9-2) تسمى بالموجة المربعة وتحليل فورير يبين أن الموجة المربعة يمكن كتابتها كسلسلة لانهائية من المركبات الجيبية .

$$v_{sq}(t)=\frac{4A}{\pi}\sin(\omega_0 t)+\frac{4A}{3\pi}\sin(3\omega_0 t)+\frac{4A}{5\pi}\sin(5\omega_0 t)+.... \qquad (9.1)$$

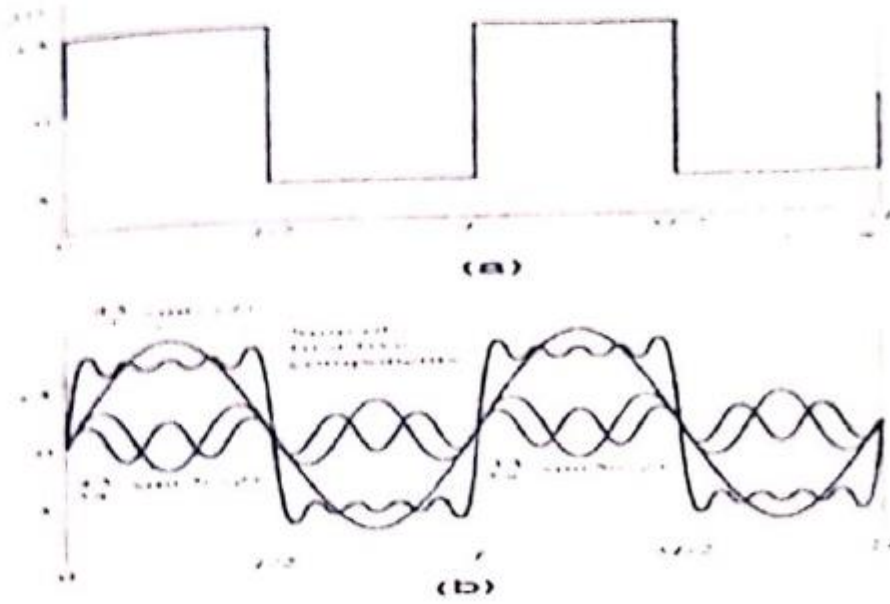
حيث $\omega_o=\frac{2\pi}{T}$ وتسمى التردد الزاوي الأساسي للموجة المربعة .

الشكل (9-2b) يوضح عدة أجزاء من هذه السلسلة ونتيجة الجمع للخمس الأجزاء الأولى من السلسلة .

ونلاحظ أنه عند جمع المركبات الخمس الأولى نحصل على موجة مربعة تقريبية ولكن عند جمع عدد أكثر من المركبات نحصل شكل مقارب جدا للموجة المربعة .

لذلك الموجة المربعة مكونة من عدد لانـهائي مـن المركبـات الجيبيـة وترددات المركبات هو عدد فردي صحيح

مضروبا في التردد الأساسي . السعة تقل بزيادة التردد والطـور لكـل المركبات يساوي 90°



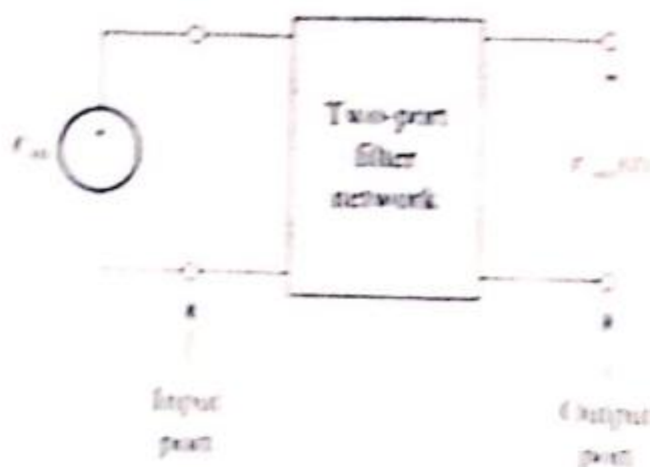
الشكل (2-9)

الجدول (1-9)

مدى الترددات لبعض الإشارات المختلفة	
إشارة القلب	0.05-100Hz
الصوت المسموع	20Hz-15KHz
إرسال الإذاعة AM	570-1600KHz
إشارة الفيديو (معيار امريكي)	DC-4.2MHz
قناة التلفزيون	82-88MHz

مدى الترددات لبعض الإشارات المختلفة	
إرسال إذاعة FM	88-108MHz
الإرسال الخلوي	824-891.5MHz
التلفزيون للأقمار الصناعية C Band	3.7-[illegible]
التلفزيون الرقمي بالأقمار الصناعية	12.2-12.7GHz

ومركبات الإشارة الحقيقية تضيف في جدول التردد ولا تعطى سعتها بتعبير رياضي بسيط . الخلاصة إن كل الإشارات هي مجموعة من مركبات جيبيه وهي فكرة أساسية في الهندسة الكهربائية يمكن إيجاد السعة والطور للإشارة المعطاة بالتحليل النظري أو مختبر القياسات (باستخدام جهاز يسمى محلل الطيف Spectrum Analyzer) غالبا نصمم نظام معالجة الإشارة الحاملة للمعلومات ويجب الأخذ بالاعتبار كيفية استجابة النظام للمركبات الترددية المتغيرة(المختلفة) .



الشكل (3-9)

المرشحات Filters

هناك عدة تطبيقات التي يمكن ان نحتاج فيها إلى مدى ترددي معين ورفض مدى ترددي آخر . يمكن اختيار أي مدى ترددي باستخدام دوائر كهربائية تسمى

بالترشيح. معظم المرشحات تأخذ عدة أشكال لكن أبرزها وأكثرها انتشاراً نسبياً هي دوائر RLC البسيطة مكونة من مواسعات ومحاثات ومقاومة. دعامة دوائر المرشح لما هو محدد على سبيل المثال في الشكل (5-9) نقاط الإشارة المراد ترشيحها على أطراف الإدخال وحيث تكون المركبة الخارجة هي ذات التردد المطلوب في أطراف الخرج. مثلاً دوائر التلفزيون تتلقى موجة مكونة من مجموعة إشارات من مرسلين عدة ويستخدم المرشح لاختيار المركبة ذات مدى ترددي من 470MHz إلى 890MHz وتعطي صور القناة. وباختيار القناة 9 التلفزيونية مثلاً يتم رفض غيرها من الإشارات. ثم تعالج هذه الإشارات ويستخلص منها معلومات الصوت والصورة.

إن ممانعة الملف والمكثف تتغير مع التردد. مثلاً ممانعة الملف هي

$$Z_L = X_L\angle 90^\circ = 2\pi f L\angle 90^\circ$$

لذلك مركبات الترددات العالية لإشارة الفولتية تحصل قيمة الممانعة للملف أعلى مقارنة بمركبات الترددات المنخفضة. وبالتالي الدوائر الكهربائية تستجيب في اختيارية الإشارة المركبة حيث يعتمد على التردد لذلك دوائر RLC المرشحات تمثل إحدى طرقها الكهربائية.

سنتطرق إلى عدة أمثلة خاصة آخر هذا الفصل.

دالة التحويل Transfer Function

الشكل (5-9) يتضمن مخططين. افترض أننا سلطنا تيار دخل جيبي ذو تردد f وله ضابط طور V_{in} في الحالة المستقرة للإشارة الخارجة هي إشارة جيبية ولها نفس تردد الإشارة الداخلة. خرج ضابط الطور يرمز له بـ V_{out}. دالة التحويل (H(f)) (Transfer Function) لطرفي مرشح تعرف بأنها النسبة بين فولتية ضابط الطور الخارج إلى فولتية ضابط الطور الداخلة كدالة للتردد

$$H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}}$$

وبحسب نقطة ترابط الطور تكون دالة التحويل معقدة ولها قيمة وطور ويمكن رؤية ذلك القيمة والطور كلاهما دالة للتردد. قيمة دالة التحويل هي النسبة بين السعة الخارجة إلى السعة الداخلة. طور دالة التحويل هو زاوية الطور الخارج مطروح منه زاوية الطور الداخل. لذلك تم رسم قيمة دالة التحويل مقابلة للتردد على شكل منحنى مركبة ترددية كذلك طور دالة التحويل يرسم مقابل التردد على طول كل مركبة ترددية

مثال 9.1

استخدم دائرة التحويل لإيجاد الخرج. دائرة التحويل $H(f)$ للمرشح موضحة في الشكل (9.4) (يلاحظ القيمة المطلقة $|H(f)|$ والطور $\angle H(f)$ مقابل التردد) في الشكل. إذا كانت الإشارة الداخلة هي

$$v_{in}(t) = 2\cos(2000\pi t + 40^\circ)$$

جد (كدالة للزمن) الخرج للمرشح.

الحل

يلاحظ أن التردد للإشارة الداخلة يساوي 1000Hz وبالعودة إلى الشكل (9.4) نرى أن الطور والقيمة لدالة التحويل هي $|H(1000)| = 3$ و $\angle H(1000) = 30^\circ$ على الترتيب. لذلك نجد أن

$$H(1000) = 3\angle 30^\circ = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

طور الإشارة الداخلة هو

$$V_{in} = 2\angle 40^\circ$$

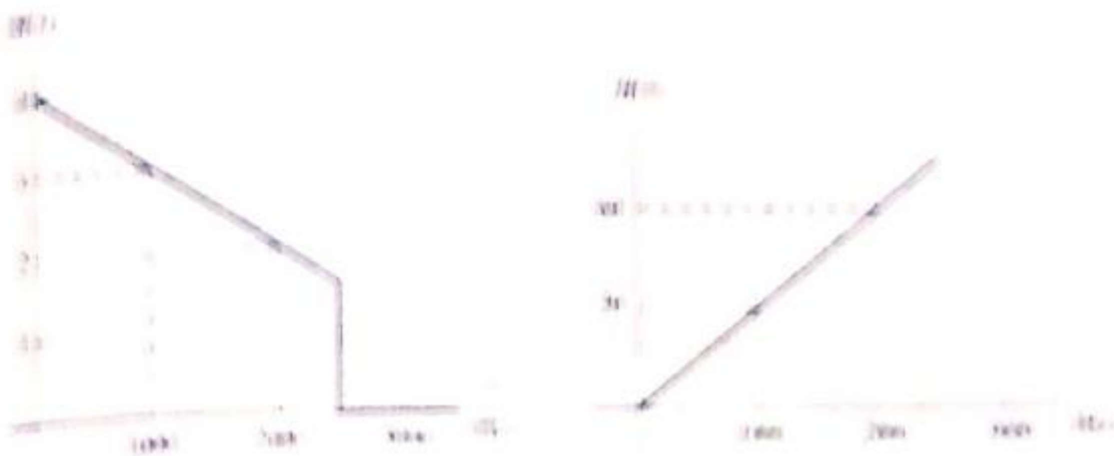
ونجد أن

$V_{out} = H(2000)\cdot V_{in} = 3\angle 30^\circ \cdot 2\angle 40^\circ = 6\angle 70^\circ$

إذاً الإشارة الخارجة هي

$v_{out}(t) = 6\cos(2000\pi t + 70^\circ)$

في هذه الحالة سعة الإشارة الداخلة تضاعفت ثلاث مرات بواسطة المرشح وتم خلال طور الإشارة أزيح بمقدار 30° هذه النتائج موضحة في القيم المشار إليها في الرسم لدالة التحويل عند $f = 1000Hz$



الشكل (9-4)

سؤال (9-1)

اعد المثال (9-1) إذا كانت الإشارة الداخلة :

(a) $V_{in}(t) = 2\cos(4000\pi t)$

(b) $V_{in}(t) = 1\cos(6000\pi t - 20^\circ)$

ملاحظ إن تأثير المرشح للقيمة والطور للإشارة يعتمد على تردد الإشارة .

ط) الموازن التخطيطي

يختص النظام الصوتي بالموازن التخطيطي وهو مرشح يتم فيه ضبط دالة التحويل وبصورة عامة التحكم في الموازنة تعطي توضيح مقارب إلا أن قيمة دالة التحويل معاكس للتردد

في الحقيقة يتكون الموازن من مرشحين أحدهما للقناة اليسرى و الآخر للقناة اليمنى و التحكم بكليهما .

يضبط المستخدمين دالة التحويل للحصول على مجموع من السعات معاكسة للتردد للحصول على المطلوب .

إشارة الدخل مع تعدد المركبات :

إذا كانت إشارة الإدخال للمرشح تتكون من عدة مركبات ترددية فيمكن إيجاد الخرج لأي مركبة دخل منفصلة ثم إضافتها إلى الإشارة الخارجة . هـذا التطبيق يتم استخدامه بنظرية (Superposition) التي تم التطرق لها في الجزء (2-9).

بإتباع الخطوات التالية لإيجاد خرج المرشح للدخل مع تعدد المركبات الداخلة هي :

1- جد التردد والطور الموضح في أي مركبة دخل .

2- جد القيمة (المعقدة) لدالة التحويل لكل مركبة .

3- وضح ضابط الطور لكل مركبة خرج وذلك بضرب ضابط الطور في كل مركبة دخل . بتطبيق قيمة دالة التحويل .

4- حول ضابط الطور إلى مركبة الخرج كدالة للزمن عكس التردد ضمن دالة الزمن هذه ينتج الخرج .

مثال2-9

استخدام دالة التحويل بتعدد الإشارات المركبة

افرض أن الإشارة الداخلة للمرشح للشكل (2-9) هي

$V_{in}(t) = 2\cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t - 70^\circ)$

جد الصيغة الزمنية للإشارة الخارجة

الحل:

مبدئيا نفصل الإشارة الدخل إلى مكوناتها. المركبة الأولى هي

$V_{in}(t) = 2\cos(2000\pi t)$

والمركبة الثانية هي

$V_{in}(t) = \cos(4000\pi t - 70^\circ)$

نلاحظ الترددات للمكونات هي 2000Hz, 1000Hz وبالرجوع إلى دالة التحويل في الشكل (٨-٥) نجد أن

$H(1000) = 3\angle 30^\circ$

$H(2000) = 2\angle 0^\circ$

والطور الخارج لمركبات الدخل هي

$V_{out1} = H(1000) \times V_{in1} = 3\angle 30^\circ \times 2\angle 0^\circ = 6\angle 30^\circ$

$V_{out2} = H(1000) \times V_{in2} = 2\angle 60^\circ \times 1\angle -70^\circ = 2\angle -10^\circ$

أيضا يمكن كتابة المركبات الخارجية كدالة للزمن

$V_{out}(t) = 6\cos(2000\pi t + 20^\circ)$

$V_{out}(t) = 2\cos(4000\pi t - 10^\circ)$

أخيرا نجمع المركبات الخارجة لإيجاد الفولتية الخارجة

$V_{out}(t) = V_{out1}(t) + V_{out2}(t)$

$V_{out}(t) = 6\cos(2000\pi t + 30^\circ) + 2\cos(4000\pi t - 10^\circ)$

لاحظ أننا لم نجمع الطور لـ [illegible] و [illegible] في المثال (2-9) الإشارة العامة لضابط الطور، طورت الإشارة الجيبية لكل تردد منفصلة. يجب تحويل ضابط الطور العكسي إلى ... من الإشارة المتعددة قبل إضافة المركبات.

الإشارة الخاصة للمعلومات في العالم تتكون من الآلاف من المركبات ، عمليا يمكن إيجاد خرج المرشح لإشارة الدخل يمكن باستخدام الخطوات في المثال (2-9)

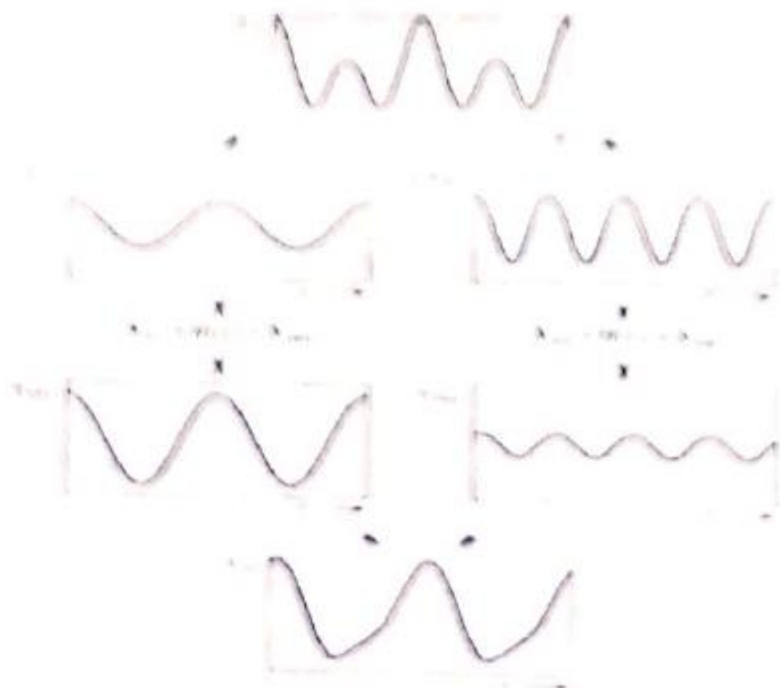
في الخلاصة يمكن القول أن الدوائر الخطية تصبح كالتالي:

1- فصل إشارات الدخل إلى مركبات لها تردد مختلف.

2- تعديل السعة والطور في أي مركبة معتمدة على التردد.

3- إضافة المركبات المعدلة لإيجاد الإشارة الخارجة. هذه العمليات مشار لها في الشكل (5-9)

دالة التحويل للمرشح مهمة لأنها توضح تغير المركبات في السعة والطور.



الشكل (5-9)



الشكل (9-6)

تجربة إيجاد دالة التحويل

لإيجاد دالة التحويل للمرشح نربط مصدر جيبي لطرف الإدخال. نقيس السعة والطور لكلا إشارتي الإدخال والإخراج ونقسم ضابط الطور الداخل على ضابط الطور الخارج. نكرر هذه العملية لكل تردد. تمثيل التجربة مشار إليه في الشكل (9-6) ويمكن استخدام أجهزة القياس مثل الفولتميتر والأوسيلوسكوب لقياس السعة والطور.

في الجزء اللاحق في الفصل نستخدم التحليل الرياضي لإيجاد دالة التحويل لعدد من الدوائر الكهربائية

سؤال (9-2)

انظر إلى دالة التحويل في الشكل (9-4) إشارة الدخل معطاة بـ

$$V_{in}(t) = 2\cos(1000\pi t + 20^\circ) + 3\cos(3000\pi t)$$

جد إشارة الخرج ؟

الجواب

$$V_{out}(t) = 7\cos(1000\pi t + 35^\circ) + 7.5\cos(3000\pi t + 45^\circ)$$

سؤال (9-3) :

انظر إلى دالة التحويل في الشكل (9-4) إشارة الدخل معطاة بـ

$$V_{in}(t) = 2\cos(2000\pi t + 20^\circ) + 5\cos(6000\pi t)$$

جد إشارة الخرج ؟

الجواب:

$$V_{out}(t) = 6\cos(2000\pi t + 30^\circ)$$

يلاحظ أن مركبة التردد 3KHz رفضت بالكامل بواسطة المرشح .

9.3 مرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى First Order Low Pass Filter

في الشكل (9.7) نلاحظ أنها دائرة تعمل على تمرير المركبات الترددية المنخفضة ورفض مركبات الترددات العالية (بعبارة أخرى للترددات المنخفضة سعة الخرج تقارب سعة الدخل أما في حالة الترددات العالية سعة الخرج اقل بكثير من سعة الدخل) في الفصل الرابع رأينا المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى التي تصف تلك الدائرة . بسبب موقع تلك الدوائر تسمى بمرشح التمرير المنخفض ذو الرتبة الأولى . لإيجاد دالة التحويل نسلط إشارة جيبيه على الدخل لها ضابط طور V_{in} ثم نحلل الدائرة كدالة لمصدر التردد .

تيار ضابط الطور هو فولتية للدخل مقسومة على المعاوقة للدائرة ويعطى ب

$$I = \frac{V_{in}}{R + 1/j2\pi fC} \qquad (9-3)$$

ضابط الطور للفولتية الخارجة ينتج من ضابط الطور للتيار و المعاوقة للمتسعة.

$$V_{out} = \frac{1}{j2\pi fC} I \qquad (9-4)$$

باستخدام المعادلة (9-3) وبالتعويض بقيمة I عند

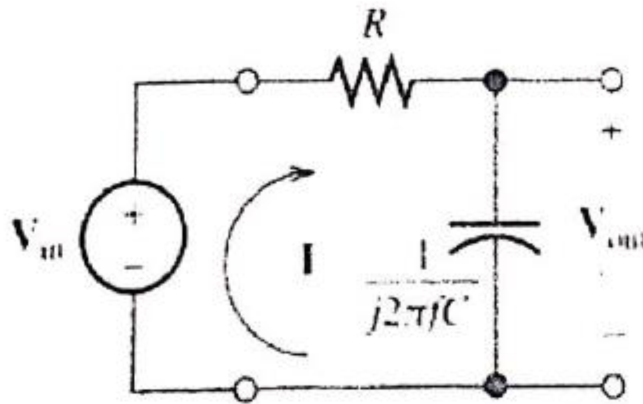
$$V_{out} = \frac{1}{j2\pi fC} \times \frac{V_{in}}{R + 1/j2\pi fC} \qquad (9-5)$$

وكما ذكرنا أن دالة التحويل (H(f)) تعرف بأنها النسبة بين ضابط الطور للخرج إلى ضابط الطور للدخل .

$$H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}} \qquad (9-6)$$

وبترتيب المعادلة (9-5) نجد

$$H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{1}{1+j2\pi\, f\, RC} \qquad (9-7)$$



الشكل (9-7)

أيضا نعرف المقدار

$$f_B=\frac{1}{2\pi\, RC}$$

ثم يمكن كتابة دالة التحويل كالآتي

$$H(f)=\frac{1}{1+j(f/f_B)} \qquad (9-9)$$

رسم قيمة وطور دالة التحويل

Magnitude and Phase Plots of the transfer function

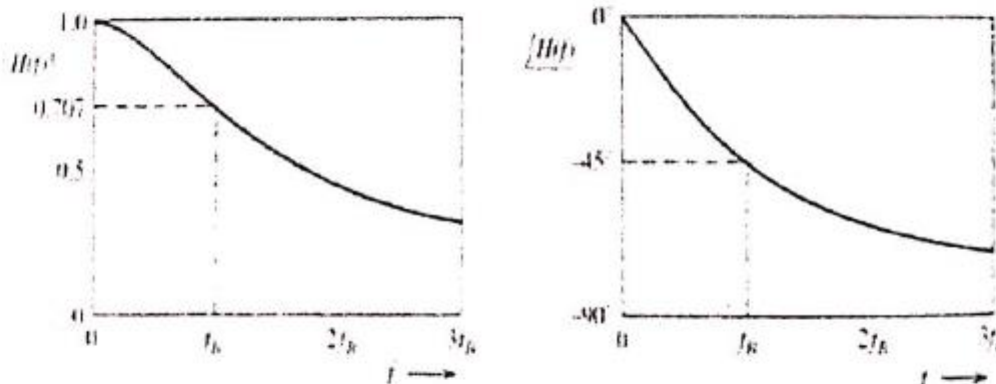
كما هو موضح أن دالة التحويل لها كمية مركبة لها قيمة وزاوية طور وبالرجوع إلى المعادلة (9-9) نلاحظ أن قيمة دالة التحويل تساوي قيمة البسط (تساوي الواحد) على قيمة المقام وتذكر أن تلك القيمة مركبة تعطى بالجذر التربيعي لمجموع مربع الأجزاء الحقيقية كالآتي :

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_B)^2}} \qquad (9-10)$$

وبالعودة إلى المعادلة (9-9) زاوية الطور لدالة التحويل هي طور البسط (يساوي صفر) مطروحا منه طور المقام كالآتي

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right) \qquad (9-11)$$

رسم القيمة والطور لدالة التحويل موضحة في الشكل (9-8) فبالنسبة للترددات الواطئة فان القيمة تقارب الواحد والطور تساوي تقريبا صفر . معنى هـذا أن السعة والطور للمركبات ذات التردد المنخفض تتأثر قليل جدا بالمرشح أي أن المركبات الترددية القليلة تمر إلى الخرج دون أي تغير في السعة والطور .



(9-8) ••••

من ناحية أخرى عند الترددات العالية ($f >> f_B$) فإن قيمة دالة التحويل تقارب الصفر . لذلك تكون سعة الخرج اقل بكثير من سعة الدخل لمركبات الترددات العالية. يمكن القول أن مركبات الترددات العالية يتم رفضها بواسطة المرشح مع ذلك في الترددات العالية طور دالة التحويل يقارب -90^o ولذلك ستقل السعة ومركبات التردد العالي تزحف في الطور .

ويلاحظ أن عند $f = f_B$ فان القيمة للخرج هي $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ من قيمة إشارات الدخل . فعندما سعة الفولتية تضرب بعامل $\frac{1}{\sqrt{2}}$ فان القدرة تساوي النصف وذلك لان القدرة تتناسب مع مربع الفولتية لذلك سمي f_B بتردد نصف القدرة

تطبيق دالة التحويل Application The Transfer Function

وكما لاحظنا في الجزء (1-9) إذا كانت إشارة الإدخال تتكون من عدة مركبات مختلفة في التردد يمكن استخدام دالة التحويل لحساب الخرج لأي مركبة منفصلة . ثم يمكن إيجاد الخرج كامل بجمع المركبات المنفصلة .

مثال 3-9 حساب خرج RC للمرور المنخفض

افرض أن الإشارة الداخلة هي

$$V_{in}(t) = 5\cos(20\pi t) + 5\cos(200\pi t) + 5\cos(2000\pi t)$$

مسلطة على مرشح تمرير منخفض RC في الشكل (9-9). وضح الإشارة الخارجة .

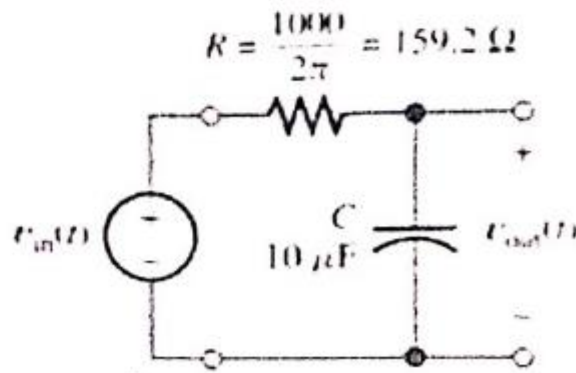
الحل:

في هذا الجزء تم تقليل المرشح ذو التمرير المنخفض وتردد نصف القدرة يعطى بـ

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\, x(1000/2\pi)x10x10^{-6}} = 100Hz$$

المركبة الأولى في إشارة الدخل هي :

$$V_{in}(t)=5\cos(20\pi t)$$



الشكل (9-9)

حيث أن $V_{in}=5\angle 0^o$ والتردد الزاوي هو ؟20=´ لذلك $f=\frac{\omega}{2\pi}=10$ ودالة التحويل للدائرة معطاة بالمعادلة (9-9) التي أعيدت هنا .

$$H(f)=\frac{1}{1+j(f/f_B)}$$

تقدر دالة التحويل لمركبة التردد الأول (f=10) بالاتي :

$$H(10)=\frac{1}{1+j(10/100)}=0.9950\angle-5.71^o$$

ضابط الطور الخارج لمركبة التردد f=10 تساوي ضابط الطور الداخل مضروبا في دالة التحويل أي :

$$V_{out\,1}=H(10)\times V_{in\,1}$$
$$=0.9950\angle-5.71^o)\times(5\angle 0^o)$$
$$=4.975\angle-5.71$$

لذلك فإن الخرج للمركبة الأولى لإشارة الإدخال هي :

$V_{out1}(t) = 4.975\cos(20^{\pi} t - 5.71^{o})$

وبالمثل المركبة الثانية لإشارة الدخل هي :

$V_{in2}(t) = 5\cos(200^{\pi})$

ونجد ان :

$V_{in} = 5\angle 0^{o}$

التردد للمركبة الثانية f=100

$$H(100) = \frac{1}{1 + j(100/100)} = 0.707\angle -45^{o}$$

$$V_{out2} = H(100) \times V_{in2}$$
$$= (0.707\angle -45^{o}) \times (5\angle 0^{o}) = 3.535\angle -45^{o}$$

كذلك الخرج للمركبة الثانية لإشارة الدخل هي

$V_{out2}(t) = 3.535\cos(200\pi t - 45^{o})$

أخيرا المركبة الثالثة والأخيرة هي :

$V_{in3}(t) = 3.535\cos(200\pi t)$

$V_{in3} = 5\angle 0^{o}$

$$H(1000) = \frac{1}{1 + j(100/100)} = 0.0995\angle -84.29^{o}$$

$$V_{out3} = H(1000)V_{in3}$$
$$= 0.4975\cos(2000\pi t - 84.29^{o}) \times (5\angle 0^{o}) = 0.4975\angle -84.29^{o}$$

إذا الفولتية للمركبة الثالثة لإشارة الدخل هي

$V_{out3} = 0.4975\cos(2000\pi t - 84.29^{o})$

والآن يمكن كتابة صيغة الإشارة الخارجة وذلك بجمع المركبات الخارجة

$V_{out}(t) = 4.975\cos(20\pi t - 5.71^{o}) + 3.535\cos(200\pi t - 45^{o})$
$+ 0.4975\cos(2000\pi t - 84.29^{o})$

نلاحظ أن المرشح يتعامل باختلاف اي مركبة للإشارة $V_{in}(t)$ فمركبة f=10 لم تتأثر تقريبا في السعة والطور أما مركبة f=100 قلت في السعة بعامل يساوي 0.7071 والطور ازيح ب(-45^{0}) . أما السعة للمركبة f=1000 قلت بدرجة في القيمة تقريبا . لذلك المرشح يعمل عكس مركبات الترددات العالية .

تطبيق مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الأولى :

إن ابسط تطبيق لمرشح التمرير المنخفض ذو الدرجة الأولى هو التحكم بالصوت في إرسال AM يعدل لرنين المقاومة كذلك تردد القطع للمرشح . افترض اننا نسمع الأخبار من محطة إرسال AM وبسبب عاصفة ضوضائية أي ضوضاء كهربائية فان إشارات مركبات الصوت ستصل إلى اقل نهاية لمدى الترددات الصوتية. في هذه الحالة تستطيع التحكم إلى اقل من تردد القطع ثم ترفض مركبات الضوضاء ذات التردد العالي لكي يمرر مركبات الصوت المرغوبة . وبهذه الطريقة يمكن تحسين النسبة المرغوب فيها من إشارة القدرة إلى إشارة الضوضاء الناتجة من مكبر الصوت .

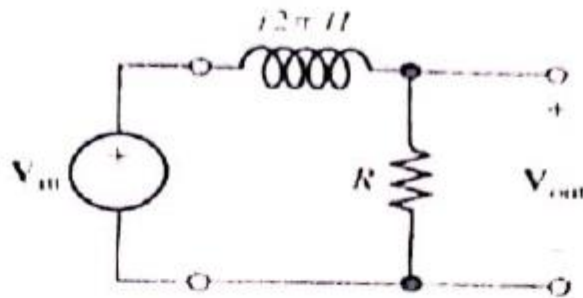
استخدام ضابط الطور مع مركبات مختلفة في التردد

تذكر أن ضابط الطور يجمع فقط إشارة جيبيه لها نفس التردد ومن المهم أن نفهم أننا لا نجمع ضابط الطور للمركبات ذات التردد المختلف لذلك المثال الماضي استخدمنا ضابط الطور لإيجاد المركبات الخارجة كدالة زمن بعد ذلك تم إضافتها .

سؤال (9-4):

اشتق تعبير لدالة التحويل $H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}}$ للمرشح الموضح في الشكل (9-10) .

وضح كيف تأخذ $H(f)$ نفس صيغة المعادلة (9-9) وإذا عرفنا $f_B=\frac{R}{2\pi L}$



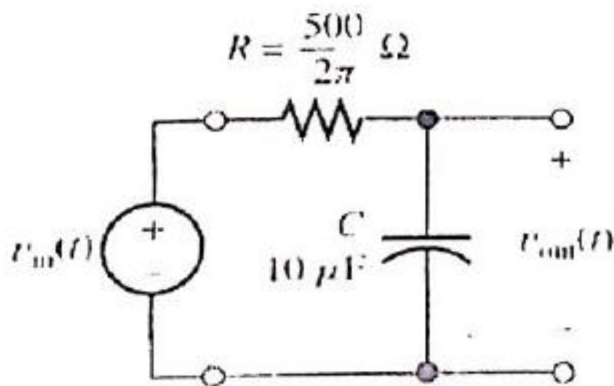
الشكل (9-10)

سؤال (9-5):

افرض أن إشارة الدخل للدائرة الموضحة في الشكل (9-11) هي

$$V_{in}(t) = 10\cos(40\pi\, t) + 5\cos(1000\pi\, t) + 5\cos(2\pi\, 10^4\, t)$$

جد التعبير لإشارة الخرج $V_{out}(t)$ ؟



الشكل (9-11)

الجواب :

$$V_{out}(t) = 9.95\cos(40\pi\, t - 5.71^{\circ} + 1.86\cos(1000\pi\, t - 68.2^{\circ})$$
$$+0.100\cos(2\pi \times 10^4 t - 88.9^{\circ})$$

الديسبل ، التوصيل المتسلسل و مقاييس التردد اللوغاريتمي

Decibels, The Cascade Connection And Logarithmic Frequency Scales

بالمقارنة مع أداء المرشحات المختلفة من المفيد أن نعبر عن متجه دالـة التحويـل بالديسبل ولتحويل قيمـة دالـة التحويـل إلى الديسـبل نضـرب اللوغـاريتم الطبيعـي (اساس 10) بدالة التحويل في 20 (دالة التحويل هي النسبة بين الفولتيـات وتحويلـها إلى ديسبل عشرين مرة للوغاريتم هذه النسبة) من جهة أخرى النسبة للقدرة تحول إلى ديسبل بواسطة اخذ 10 مرات للوغاريتم هذه النسبة

$$|H(f)|_{dB} = 20\log|H(f)| \qquad (9-12)$$

الجدول (2-9) يوضح الديسيبل المكافئ لقيم مختارة لدالة التحويل . نلاحـظ أن الديسبل المكافئ موجب القيمة واكبر من الواحد . كذلك الديسبل المكـافئ لـه قيمـة سالبة اقل من الواحد .

في تطبيقات عدة ، إمكانية قوة رفـض الإشـارة مـهم جـدا علـى سـبيل المثـال المشكلة العامة لإشارة الصوت هي قلة الفولتية لخط القدرة المتردد بـدون جمعـها مـع الإشارة . عندما تنطبق على مكبر الصوت مركبة 60Hz ينتج طنين غير مرغوب فيه .

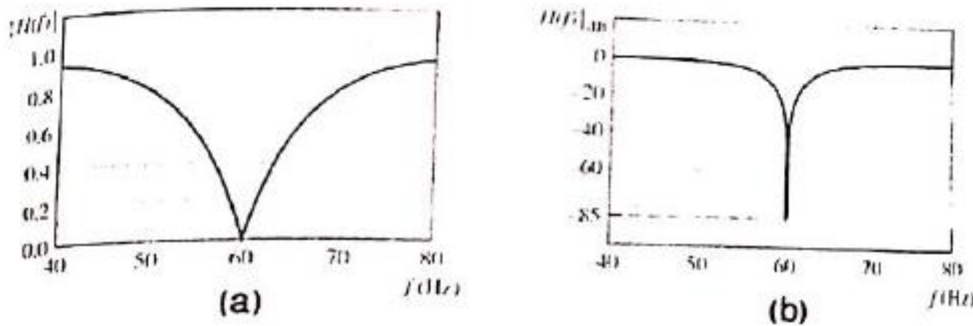
$H(f)$	$H(f)_{dB}$
100	40
10	20
2	6
$\sqrt{2}$	3
1	0
$1/\sqrt{2}$	−3
1/2	−6
0.1	−20
0.01	−40

الجدول(2-9)

وبصورة عامـة تقـترب مـن هـذه المشكلة وذلـك بالمحاولـة للحـد مـن المسـار الكهربائي وذلك بإضافة فولتية خط القدرة مع إشارة الصوت المرغـوب فيـها . لكـن

بعض الأحيان هذه الطريقة غير ممكنة . ثـم نحـاول تصميـم مرشـح يرفـض مركبات 60Hz ويمرر مركبات الترددات الأخرى . قيمة دالة التحويل للمرشح يحقق في الشكل (9-12a) . المرشح الذي صمم للحد من المركبات التي لها مدى تـرددي ضيـق يسمى مرشح القطع (Notch Filter) . إذا كان تقليـل طنـين الجـهار فيـه صعوبـة فـان دالـة التحويل يجب أن يكون 80dB- أو اقل لمركبة 60Hz .هذا يتوافـق مـع $|H(f)| = 10^{-4}$ أو اقل . ومن جهة أخرى قيمة دالة التحويـل يجـب أن تعلـق إلى الواحـد للمركبات المراد مرورها بالمرشح كذلك مدى الترددات المارة مثل تمرير النطاق .

وعند رسم $|H(f)|$ بعيدا عن تحويل إلى ديسبل يصعب توضيح القيـم في نفس الرسم . فعند اختيار مقياس لتوضيح قيمة تمرير النطاق لا نستطيع رؤيـة القيمـة التي اقل من 60Hz . في هذه الحالة للرسم الموضح في الشكل (9-12a) . ومن جهة أخـرى عند اختيار قياس خطي يظهر بوضوح عند 60Hz



الشكل (9-12)

كذلك عند تغير القيمة إلى الديسـبل كـلا الجزئيـين للقيمـة تـرى مثـلا الشكل (9-12b) يوضح مكافئ الديسبيل لقيمة النطاق حـوالي الواحـد (0dB) وذلـك عند 60Hz .القيمة دائما اقل (اقل80dB-) .

أن احد المحاسن من تحويل قيمة دالة التحويل إلى ديسبل قبل الرسم هو صغير جدا أو كبير جدا يمكن أن يظهر بوضوح في رسم الإشارة . أيضا سنرى محاسن أخرى

لرسم الديسبل لعدة دوائر مرشـحات موضحة بخطوط مستقيمة (مـزودة بمقياس لوغاريتمي يستخدم للتردد).

الربط المتسلسل(المتعاقب) للشبكات ذات منفذين Cascade Two-Port Network

عند ربط سلسلة ذو طرفين إدخال دائـرة أخـرى نقـول أن الربـط متسلسـل . وهذا موضح في الشكل (13-9) . ويلاحظ ان الفولتية الخارجة لأول شبكة لها جزئيين هي فولتية الدخل لجزء الثاني . إن دالة التحويل الكلية هي

$$H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}}$$

كذلك فولتية الخرج لربط السلسلة هو خرج المرحلة الثانية ($V_{out}=V_{in2}$) كذلك الدخل للدوائر المتسلسلة هو دخل المرحلة الأولى ($V_{in}=V_{in2}$) لذلك

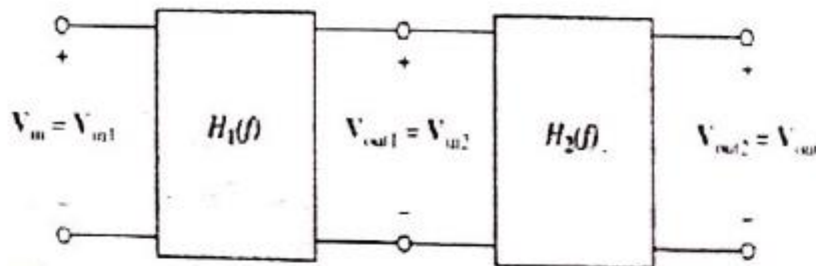
$$H(f)=\frac{V_{out2}}{V_{in1}}$$

وبالضرب والقسمة على V_{out1} نحصل على

$$H(f)=\frac{V_{out1}}{V_{in1}}*\frac{V_{out2}}{V_{out1}}$$

الآن فولتية الخرج لأول جزئي دخل إلى ثاني جزئيين ($V_{out1}=V_{in2}$) لذلك

$$H(f)=\frac{V_{out1}}{V_{in1}}*\frac{V_{out2}}{V_{in1}}$$



الشكل (13-9)

اخيرا يمكن كتابة المعادلة

$$H(f)=H_1(f)xH_2(f) \qquad (9-13)$$

لذلك فإن دالة التحويل للربط المتسلسل هو حاصل ضرب دالة التحويل لجزئي الشبكة .

ويمكن تطبيق هذا على ثلاثة أو أكثر من الدوائر المربوطة بشكل متعاقب. فولتية المصدر يصعب تطبيقــها في المعادلـة (9-13) وذلـك لاعتمـاد دالـة التحويـل لجزئيين بالالتحاق لطرفي الإخراج . لذلك لتطبيــق المعادلـة (9-13) يجـب إيجـاد $H_1(f)$ مع ملحق الجزء الثاني . وبأخذ القيمة لطرفي المعادلة والتعبير عنها بالديسبل نحصل على:

$$20\log|H(f)|=20\log\left[|H_{1(f)}|\times|H_2(f)|\right] \qquad (9-14)$$

وباستخدام قاعدة اللوغاريتم لحاصل الضرب وهي تساوي مجموع اللوغـاريتم كالتالي

$$(9-15) \quad 20\log|H(f)|=20\log|H_1(f)|+20\log|H2(f)|$$

ويمكن كتابتها كالتالي :

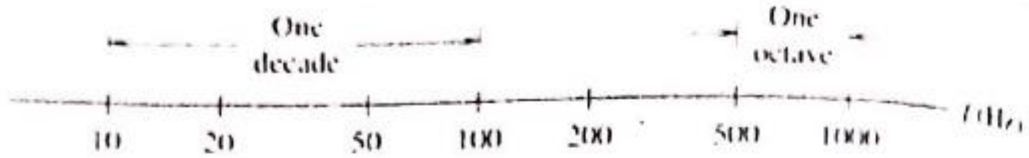
$$|H(f)|_{dB}=|H_1(f)|_{dB}+|H_2(f)|_{dB} \qquad (9-16)$$

مقياس التردد للوغاريتمي Logarithmic Frequency Scales

غالبـا يسـتخدم المقيـاس للوغـاريتمي عنـد رسـم دالـة التحويـل في المقيـاس للوغاريتمي يضرب المتغير بعامل معطى لمسـاواة الإضافـة في الطـول للاحداثيـات في (المقياس الخطي الطول المساوي للمقياس يطبق بإضافة كمية معطـاة للمتغـير) فمثلا مقياس الـتردد للوغـاريتمي الموضـح في الشـكل (9-14) العشـرdecade : هـو مـدى للترددات التي لها نسبة التردد العالي إلى الأقل تساوي 10 . فمثـلا مـدى الـتردد (2-20Hz) هو واحد عشري (one decade) كذلك المدى من 50 إلى 500Hz هو عشرين (two decades) لان (50Hzإلى 500Hz) هو (one decade) عشـري واحـد مـن 500 إلى 5000Hz هو عشرين آخر.

ثماني الوحدات An Octave

هو تغير اثنين إلى واحد في التردد مثلا المدى من 10 إلى 20Hz هو واحد ثماني (One Octave) . المدى من (2-16 KHz) هو ثلاثة ثماني (3octave)



الشكل (9-14)

افترض أننا عندنا ترددات f_1 و f_2 حيث f_2 حيث $f_1>f_2$.العدد العشري (decade) بين f_1 و f_2 يعطى بالمعادلة

$$number\ of\ decades = \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \qquad (9-17)$$

ونلاحظ أن أساس اللوغاريتم هو 10 وعدد octave بين الترددين هي

$$number\ of\ octaves = \log_2\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = \frac{\log(f_2/f_1)}{\log(2)} \qquad (9-18)$$

ومن محاسن مقياس التردد للوغاريتمي مقارنة بالمقياس الخطي هو الاختلاف في القيمة أو الطور لدالة التحويل لأقل مدى من الترددات مثل من 10 إلى 20Hz كذلك الاختلاف في المدى العالي مثل من 10إلى 20MHz ويمكن أن نلاحظ بوضوح في رسم الإشارة في المقياس الخطي أيضا المدى المنخفض بحيث يكون عدة مجموعات أو المدى العالي يكون خارج المقياس .

سؤال (9-6)

افترض أن $|H(f)| = 50$ جد مكافئ بالديسبل ؟

الجواب :

$$\left|H(f)\right|_{dB} = 50dB$$

سؤال (9-7)

(a)افرض أن $\left|H(f)\right|_{dB} = 15dB$ جد H(f) ؟

(b)اعد السؤال عندما $\left|H(f)\right|_{dB} = 30dB$

الجواب:

(a) H (f) = 5.62(b) H (f) = 31.6

سؤال (9-8)

ما التردد الذي اكبر من 1000Hz بـ two octaves ؟

اقل ب three octave ؟

أعلى ب tow decade ؟

اقل ب one decade ؟

الجواب:

(a) 4000 Hz هو اكبر من 1000Hz ب two octaves

(b) 125Hz (c) 100Hz (d) 100Hz

سؤال (9-9)

ما هو التردد في النصف بين الترددين في المقياس للوغاريتمي الترددي ؟

في المقياس التردد الخطي ؟

الجواب :

(a)316.2 هو التردد النصف بين الترددين في المقياس للوغاريتمي .

(b)550 في المقياس الخطي ؟

سؤال (9-10)

ما هي عدد decade بين f_1=20Hz و f_2=20Hz

كم عدد octave ؟

الجواب :

$$No\,decade = \log\frac{15KHz}{20KHz} = 2.87 \quad (a)$$

$$No\,octave = \frac{\log(15KHz/20KHz)}{\log 2} = 9.55 \quad (b)$$

9-4 مخططات (رسوم) بود Bode Plots

توضح رسوم بود القيمة لدالة الشبكة بالديسبل والتردد بإستخدام المقياس للوغاريتمي للتردد وتوضيح الإشارة في رسم واحد ذات القيم الصغيرة لنطاق واسع للترددات في رسم واحد . رسوم بود مفيدة خاصة لبيان دوال التحويل مع ذلك فإن رسوم بود لدالة الشبكة غالبا ما تكون مقاربة إلى خط مستقيم لذلك فهي سهلة الرسم (في الحقيقة يتم استخدام الحاسب للرسم وهذه الميزة مهمة لتوضيح رسوم بود) .

اخيرا لفهم رسوم بود يمكننا عمل تقدير سريع عند التعامل مع دوال التحويل.

يمكن إعادة معادلات دالة التحويل ذات التمرير المنخفض من الدرجة الأولى

$$H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

وقيمة دالة التحويل تعطى بالمعادلة (9-10) وهي :

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}}$$

ولتحويل القيمة إلى بالديسبل نضرب 20 في لوغاريتم القيمة

$$|H(f)|_{dB} = 20\log|H(f)|$$

وبالتعويض بقيمة دالة التحويل نحصل على

$$|H(f)|_{dB} = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+(f/f_B)^2}}$$

وباستخدام خاصية اللوغاريتم نحصل على

$$|H(f)|_{dB} = 20\log(1) - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_B}\right)^2}$$

أخيرا بما ان

$$\log(\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log(x)$$

نجد ان :

$$H(f)_{dB} = -\log\left[1+\left(\frac{f}{f_B}\right)^2\right] \qquad (9-19)$$

ونلاحظ أن القيمة المعطاة بالمعادلة (9-19) تساوي تقريبا 0dB عندما f<<fB . لذلك للترددات المنخفضة فان دالة التحويل تمثل تقريبا بالخط المستقيم العمودي كما في الشكل (9-15) والمكتوب عليه (low frequency asymptote) الخط المقارب للتردد المنخفض.

الجدول (9-3) يوضح قيم للمعادلة (9-20) لترددات مختارة .

f	$\|H(f)\|_{dB}$
f_B	0
$2f_B$	−6
$10f_B$	−20
$100f_B$	−40
$1000f_B$	−60

ومن ناحية أخرى عندما f>>fB فان المعادلة (9-19) تساوي تقريبا

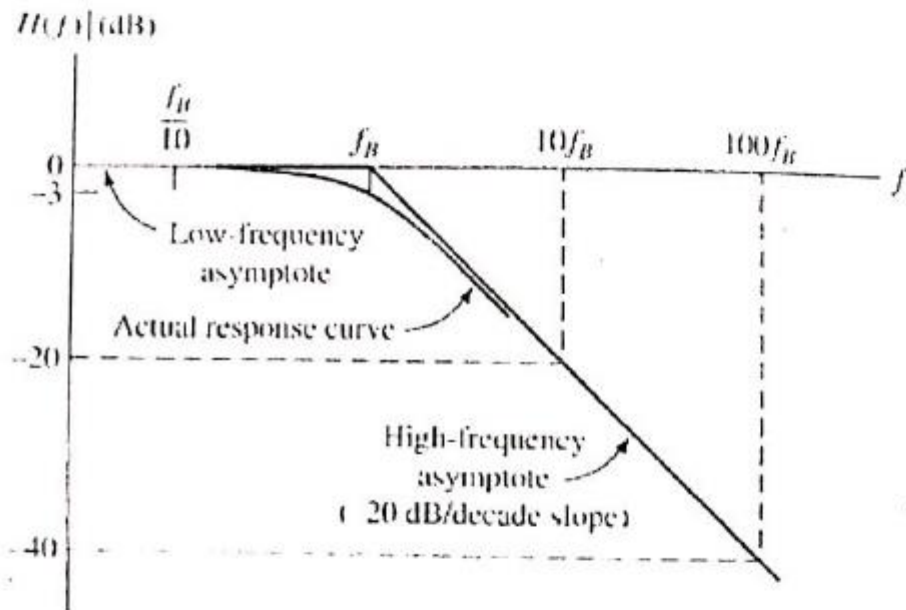
$$|H(f)|_{dB} \cong -20\log(\frac{f}{f_B}) \qquad (9-20)$$

وبتقدير القيم المختلفة للتردد f نحصل على النتائج الموضحـة في الجـدول (9-3) ويرسم نتائج القيم في خط مستقيم كما في الميل في الجانب الأيمن مـن الشـكل (9-15) مكتوب عليه المستقيم المقارب للتردد العالي (high frequency asymptote) ويلاحـظ أن خطوط المستقيمات المقاربة تتقاطع عند تردد نصف القدرة ولهذا السبب يطلق على f_B تردد الزاوية أو تردد القطع . أيضا يلاحظ أن الميل المستقيم المقارب للـتردد العـالي هو 20- ديسبل لكل عشرة (20 decibel per decad-) للتردد. يمكن التعبير عـن هـذا الميل بـ6dB- لكل ثماني (octave) أي (6dB per octave-) .

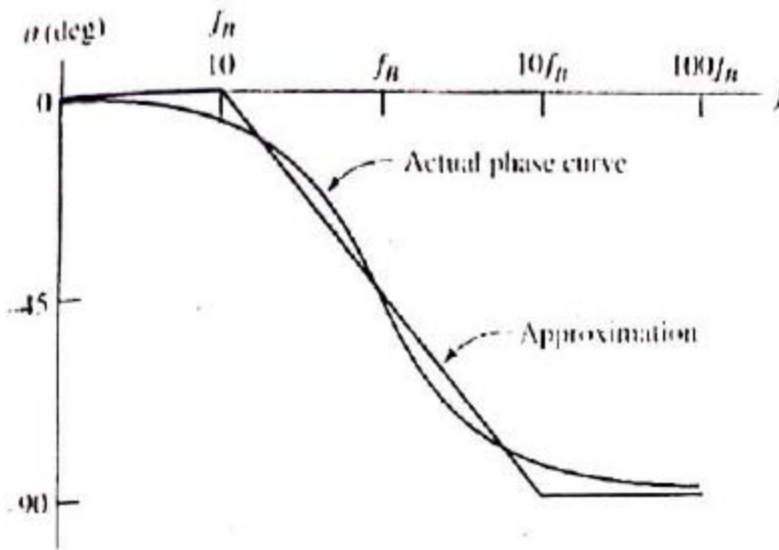
$$|H(f)|_{dB} = 30dB$$

لذلك المستقيمات المقاربة فيها خطأ بحوالي 3dB فقط عند تردد الزاوية .

المنحنى الحقيقي $|H(f)|_{dB}$ موضح في الشكل (9-15)



الشكل (9-15)



الشكل (16-9)

رسم الطور

الطور لدالة التحويل للتمرير المنخفض ذو الدرجة الأولى يعطى بالمعادلة (9-11) التي أعيدت هنا للتوضيح

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

نجد الطور يقترب للصفر عند الترددات المنخفضة جدا وعند تردد القطع يساوي -45° ويقترب من 90° عند الترددات العالية . الشكل (16-9) يوضح الرسم للطور كدالة للتردد . يلاحظ أن المنحنى يمكن تقريبه بعدة أجزاء خطوط مستقيمة وهي :

1- الخط العمودي عند الصفر ل $f<f_B/10$

2- الخط المائل من طور الصفر عند $f_B/10$ إلى -90° عند $10f_B$

3- الخط العمودي عند -90o ل $f>10f_B$

منحنى الطور الحقيقي ينقسم من ذلك الخط المستقيم التقريبي بواسطة اقل من 6° لذلك من السهولة عمل رسم تقريبي للطور . هناك عدة دوال للدوائر يمكن رسمها بطرق فعندنا إثبات لدائرة RC بسيطة للتمرير المنخفض كذلك لن نحول تطوير المهارة عند تلك الدرجة العالية والرسوم الدالة للسعة والطور لدوائر RLC هي سهلة يمكن رسمها بواسطة برامج الكمبيوتر .

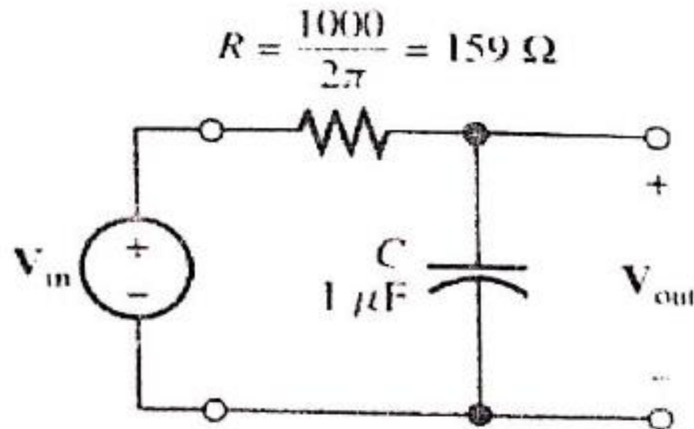
سنرى طريقة يدوية مقاربة لتحليل ورسم الرسوم الدالة لمرشح RC للتمرير المنخفض وذلك لتوضيح الفكرة والمصطلحات .

سؤال(9-11) :

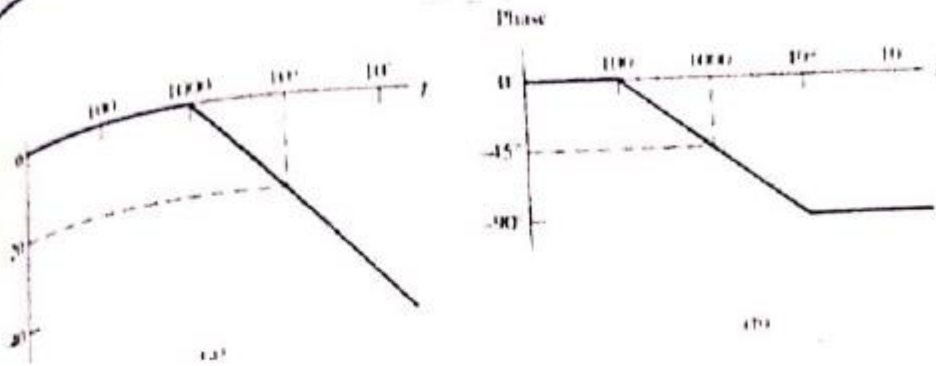
ارسم الخط المستقيم التقريبي الدال للسعة ورسم الطور لمقياس الدائرة الموضحة في الشكل (9-17)

الجواب :

انظر إلى الشكل (9-18)



الشكل (9-17)



الشكل (9-18)

9-5 مرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى

First-Order High Pass Filters

الدائرة الموضحة في الشكل (9-19) تسمى مرشح التمريـر العـالي مـن الدرجة الأولى ويمكن تحليلها كنفس تحليل دائرة المرشح التمرير المنخفـض الموضـح سابقاً في بداية الفصل . دالة التحويل تعطى بـ .

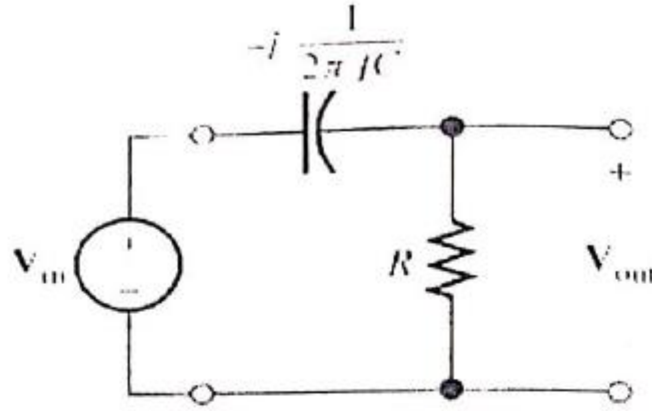
$$H(f)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{j(f/f_B)}{1+j2\pi f RC} \qquad (9-21)$$

حيث

$$f_B=\frac{1}{2\pi RC} \qquad (9-22)$$

سؤال (9-12)

استخدم تحليل الدائرة لاشتقاق دالة التحويل للدائرة في الشكل (9-19) وكذلك ضع المعادلة (9-22) في المعادلة (9-21) ؟



الشكل (9-19)

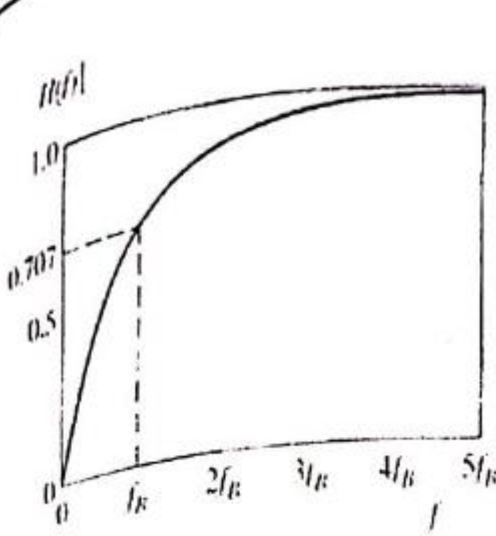
قيمة وطور دالة التحويل

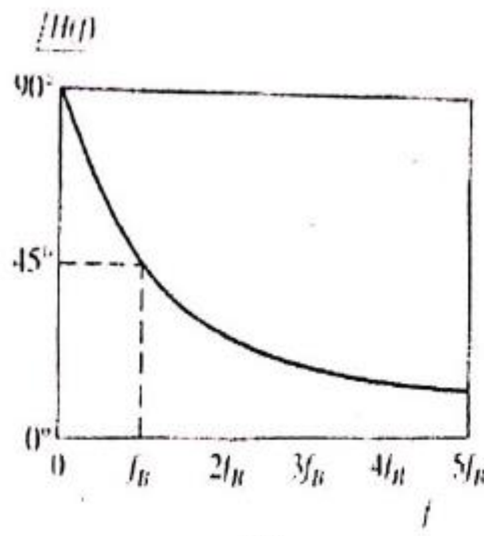
قيمة دالة التحويل معطاة بالاتي

$$|H(f)| = \frac{f/f_B}{\sqrt{1+\left(f/f_B\right)}}$$

هذه المعادلة رسمت في الشكل (9-20a) ويلاحظ أن قيمة دالة التحويل يتجه نحو الصفر عند dc ($f=0$) وعند الترددات العالية ($f \gg f_B$) فان قيمة دالة التحويل تقترب إلى الواحد . لذلك فإن هذا المرشح يمرر مركبات الترددات العالية ويميل إلى رفض مركبات الترددات الواطئة . وهذا هو السبب في تسمية الدائرة بمرشح التمرير العالي .

مرشحات التمرير العالي مفيدة عند الرغبة في مركبات الترددات العالية ورفض مركبات التردد المنخفض مثلا افرض أننا نريد تسجيل تغريد طائر في بيئة ضوضائية ويعتبر صوت الطائر في قسم الترددات العالية من مدى الصوت المسموع . مدى الترددات المسموعة تقريبا بين 20Hz-5KHz وتردد تغريد الطائر يقع في مدى أكثر من 2KHz . ومن جهة أخرى الضوضاء تتركز عند الترددات المنخفضة على سبيل المثال صوت عربات الشحن الثقيلة عند مرورها بالأرض تنتج ضوضاء قوية لها مركبات ترددها اقل من 2KHz ولتسجيل صوت تغريد الطائر قريب جدا من مصدر ضوضاء فان مرشح التمرير العالي مفيد جدا هنا فيتم اختيار R وC لتحقيق تردد نصف القدرة f_B ويقارب 2KHz بعد ذلك المرشح يمرر النغمة للطائر ويرفض الضوضاء





الشكل (9-20)

تذكر أن إذا كانت سعة المركبة تضرب بعامل يساوي $\frac{1}{\sqrt{2}}$ كذلـك القـدرة هي مركبة يمكن تضرب المقاومة

بعامل يساوي $\frac{1}{2}$ ول $f=f_B$ فان $|H(f)|=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$ لذلك في حالـة مرشح التمرير المنخفض يدعى f_B بتردد نصف القدرة (أيضا هنا له عدة اسما بديلة هي تردد الزاوية وتردد القطع) .

الطور لدالة التحويل للتمرير العالي (معادلة(9-21)) تعطى ب

$$\angle H(f)=90^o-\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

رسم إزاحة الطور لمرشح التمرير العالي موضح في الشكل (9-20b) .

الرسوم الدالة لمرشح التمرير العالي من الدرجة الأولى :

كما رأينا أن انسب طريقة لرسم دالة التحويل تستخدم في رسوم الدالة التي يتم في تحويل القيمة إلى ديسبل ويستخدم مقياس التردد للوغاريتمي .قيـم دالـة التحويل للتمرير العالي تساوي بالديسبل :

ويمكن كتابة المعادلة كالتالي :

$$|H(f)|_{dB} \cong -20\log\left(\frac{f/f_B}{\sqrt{1+(f/f_B)^2}}\right) \qquad (9-24)$$

$$|H(f)|_{dB} = 20\log\left(\frac{f}{f_B}\right) - 10\log\left[1+\left(\frac{f}{f_B}\right)^2\right] \qquad (9-25)$$

وعند $f<<f_B$ يكون الجزء الثاني من الجهة اليمنى للمعادلة (9-25) يساوي تقريبا صفر لذلك عندما $f<<f_B$ نجد :

$$|H(f)|_{dB} = 20\log\left(\frac{f}{f_B}\right) \qquad (9-26)$$

وباختيار بعض القيم ل f نجد القيم المعطاة في الجدول (9-4) وبرسم تلك القيم يتضح المستقيم المقارب للتردد المنخفض في الجانب الأيسر من الشكل (9-21a) ويلاحظ أن ميل المستقيم المقارب المرسوم على اليسار بنسبة 20dB لكل عشري 20) dB per decade) وعند $f>>f_B$ فان المعادلة (9-25) تعطي قيمة تقريبا تساوي الصفر (عندما $f>>f_B$) نجد

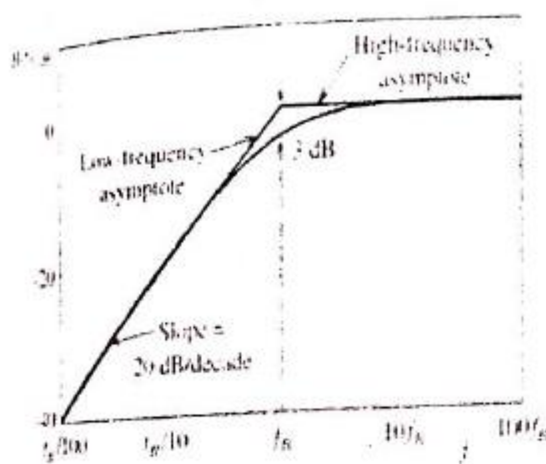
$$|H(f_B)|_{dB} \cong 0 \qquad (9-27)$$

وهذه ترسم كمستقيم مقارب للتردد العالي كما في الشكل (9-21a) يلاحظ أن المستقيم المقارب للتردد العالي والمستقيم المقارب للتردد المنخفض يتقاطعان عند $f=f_B$ ولهذا السبب يسمى f_B بتردد القطع)

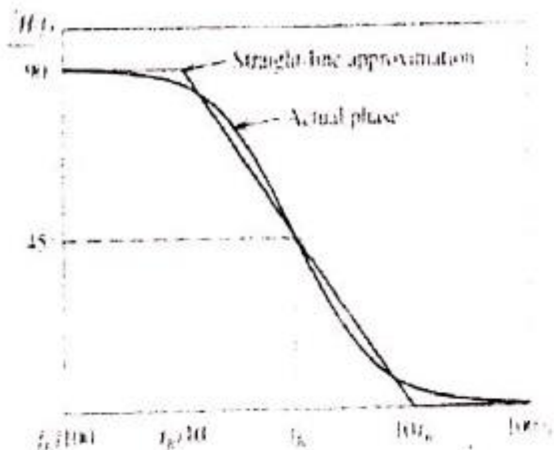
الجدول يبين (9-4) القيم التقريبية في المعادلة (9-29) لترددات مختارة

f	$\|H(f)\|_{dB}$
f_B	0
$f_B/2$	-6
$f_B/10$	20-
$f_B/100$	40-

الجدول (9-4)



(a)



(b)

الشكل (9-21)

القيم الحقيقية لـ $|H(f)|_{dB}$ هي ايضا رسمت كما في الشكل (9-21a) ويلاحظ أن القيمة الحقيقية عند $f=f_B$ هي: $|H(f)|_{dB} = -3dB$ لذلك المنحنى الحقيقي هو 3dB فقط من المستقيم المقارب عند $f=f_B$. ولترددات أخرى يقترب المنحنى الحقيقي إلى المستقيم المقارب . الرسوم الدالة للطور موضحة في الشكل (2-21b) وهي خط مستقيم تقريبا .

مثال 9-4 إيجاد تردد القطع العالي f_B لمرشح التمرير العالي

افرض ان لدينا مرشح تمرير عالي من الدرجة الأولى ذو دالة تحويل سعتها 3dB- عند تردد f=60Hz . جد تردد القطع f_B لهذا المرشح

الحل:

ان ميل إشارة التردد المنخفض هي عند نسبة 20dB/decade فيتم اختيار f_B كالتالي :

$$\frac{30dB}{20dB/decade} = 1.5\,decade$$

وعند أكثر من 60Hz نستخدم المعادلة (9-17) نجد أن:

$$\log\frac{f_B}{60Hz} = 1.5$$

وهي مكافئة لـ

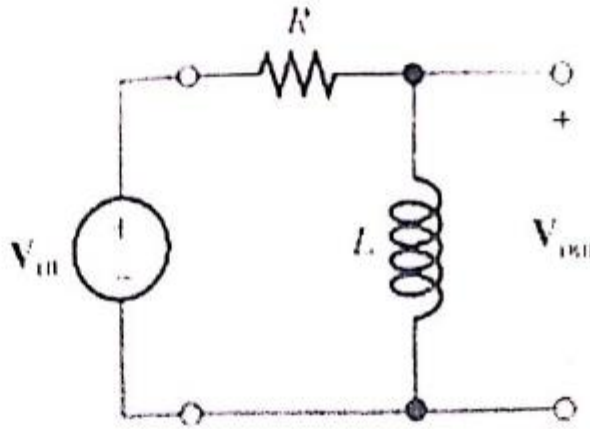
$$\frac{f_B}{60Hz} = 10^{1.5} = 31.6$$

$$f_B = 1900Hz$$

غالبا ما نحتاج إلى مرشح يقوم بتقليل سعة المركبات عند التردد المعطى بدرجة عالية ولكن يهمل التأثير في المركبات القريبة من الترددات . المثال السابق يوضح تقليل السعة للمركبات المعطاة بواسطة أعظم عامل باستخدام مرشح الدرجة الأولى بحيث يجب وضع تردد القطع بعيدا عن التردد المراد رفضه . كذلك تتأثر مركبات الترددات الأخرى ولحل هذه المشكلة تستخدم مرشحات معقدة (ذات درجة عالية) وستطرق لمرشح الدرجة الثانية في نهاية هذا الفصل .

سؤال (9-13)

في الدائرة الموضحة في الشكل (9-22) اثبت أن دالة التحويل لهذا المرشح تعطى بالمعادلة (9-21) إذا كان تردد نصف القدرة هو $f_B=R/2$ ´ L؟



الشكل (9-22)

سؤال (9-14) :

افرض أننا نحتاج إلى مرشح تمرير عالي RC من الدرجة الأولى حيث يقلل السعة للمركبة عند التردد 1KHz بـ 50dB . المقاومة تساوي $1K\Omega$. جد تردد تنصيف القدرة f_B والمتسعة C ؟

الجواب :

C=503PF , f_B=316KHz

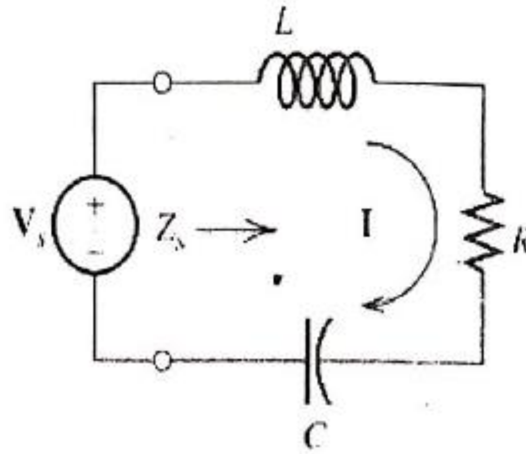
9-6 رنين التوالي Series Resonance

في هذا القسم والقسم القادم سنتطرق إلى دائرة الرنين . هذه الدوائر هي مرشحات تقوم بتمرير الإشارة المرغوب فيها ورفض الإشارة الغير المرغوب فيها وهي أفضل أداء من مرشحات الدرجة الأولى مثل المرشحات المستخدمة في المستقبل والإرسال مثلا . تطبيق آخر هو مرشح القطع (notch filter) لإزالة تداخل 60Hz من إشارة الإرسال . الرنين هو ظاهرة تظهر في النظام الميكانيكي كذلك في الدوائر الكهربائية . وتر الآلة الموسيقية وهو نظام ميكانيكي رنيني . وعندما يسلط التردد

لمصدر جيبي على دائرة الرنين فان الفولتية تكون أعلى من فولتية المصـدر الـتي تظـهر على الدائرة .

مثال آخر هو قنطرة توكوما الضيقة عام 1940 . اشـتقت بواسـطة قـوة الريـاح تركيب رنين القنطرة ناتج عن اهتزاز وانتزاع أجزاء القنطرة . وبالنظر إلى دائرة الرنـين المتوالية في الشكل (9-23) فإن المعاوقة المنظورة من المصدر بواسطة المعادلة التالية :

$$Z_S(f) = j2\pi fL + R - J\frac{1}{2\pi fC} \qquad (9-28)$$



الشكل (9-23)

إن تردد الرنين f_0 يعرف بأنه التردد الـذي عنـده تكـون المعاوقـة هـي مقاومـة خالصة أي أن المفاعلة الكلية تساوي صفر. ولجعل المفاعلـة صفـر يجـب أن تتسـاوي معاوقة الملف مع معاوقة المتسعة في القيمة أي

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi fC} \qquad (9-29)$$

وبترتيب المعادلة نحصل على تردد الرنين

عامل النوعية Qs يعرف بأنه النسبة بين مفاعلة الملف عند تردد الرنين إلى قيمة المقاومة R .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (9-30)$$

$$Q_S = \frac{2\pi f_0 L}{R} \qquad (9-31)$$

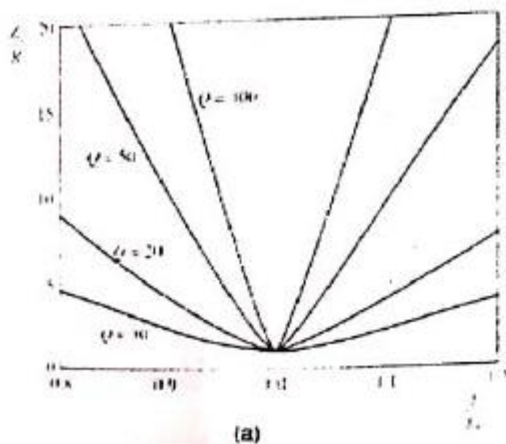
وبحل المعادلة (9-29) وبالتعويض بقيمة L في المعادلة (9-31) نحصل على صيغة أخرى لعامل النوعية .

$$Q_S = \frac{1}{2\pi f_0 CR} \qquad (9-32)$$

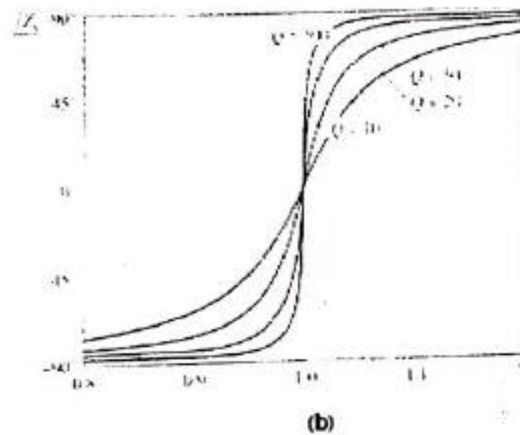
وباستخدام المعادلة (9-30) و (9-31) وبالتعويض في المعادلة (9-28) نحصل على معادلة للمعاوقة كالتالي

$$Z_S(f) = R\left[1 + jQ_S\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)\right] \qquad (9-33)$$

كذلك دائرة الرنين المتوالية توصف بعامل النوعية Qs وتردد الرنين f_o . رسم القيمة الطبيعية والطور للمعاوقة هو عكس النسبة f/f_o للتردد الطبيعي وهي موضحة في الشكل (9-24) . ويلاحظ أن قيمة المعاوقة أقل عند تردد الرنين .



(a)



(b)

الشكل (9-24)

دائرة رنين التوالي لمرشح تمرير النطاق

بالعودة إلى الشكل (9-23) التيار يعطى بـ

$$I = \frac{Vs}{Z_S\left(f\right)}$$

وباستخدام المعادلة (9-23) وبالتعويض بالمعاوقة نجد أن

$$I = \frac{V_S / R}{1 + Q_s\left(f / f_0 - f_0 / f\right)}$$

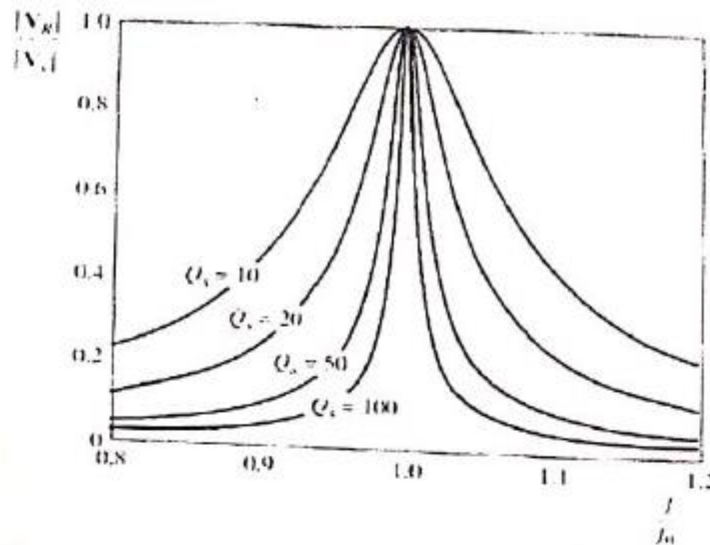
الفولتية المسلطة على المقاومة هي

$$V_R = RI = \frac{V_S}{1 + Q_s\left(f / f_0 - f_0 / f\right)}$$

وبالقسمة على Vs نحصل على دالة التحويل

$$\frac{V_R}{V_S} == \frac{1}{1 + jQ_s\left(f / f_0 - f_0 / f\right)}$$

أن رسم القيمة 1 كدالة للتردد f موضح في الشكل (9-25) لقيم مختلفة ل Qs



الشكل (9-25)

لو فرضنا أن مصدر جيبي له سعة ثابتة وتردد متغير فان عنـد الـترددات المنخفضة فان قيمة المعاوقة للمتسعة تكون كبيرة والتيار I صغير في القيمة كذلك V_R صغـير القيمة (مقارنة ب V_S) . أما عند الرنين فان قيمة المعاوقة الكلية تقل إلى اقـل قيمـة (إن المفاعلة للملف تلغي المفاعلة للمتسعة) . كذلك تكون قيمـة التيـار كبـيرة و $V_R=V_S$. أما عند الترددات العالية فان معاوقة الملف كبيرة وقيمة التيار صغيرة وV_R صغيرة .

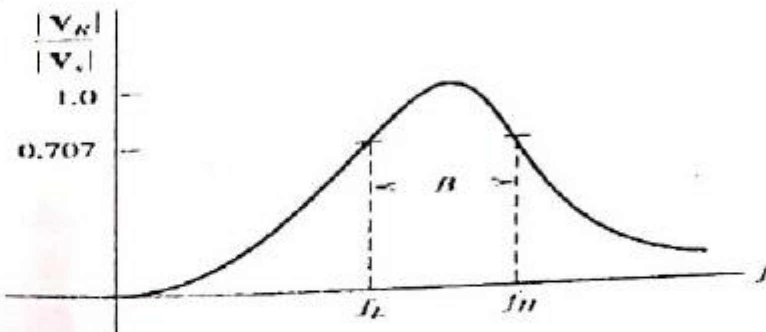
الآن افرض أننا سلطنا إشارة مصدر له مركبات ترددية حول تردد الرنـين فـان المركبات للمصدر تقرب لتردد الرنين عبر المقاومة مع تغير في السعة . كذلك المركبات التي لها ترددات عالية أو منخفضة حقيقية تقل في السعة لذلك يتمركز نطاق المركبـات عند تردد الرنين المار حتى يتم رفض المركبات البعيدة من تردد الرنين .يمكن القول ان دائرة الرنين هي مرشح تمرير النطاق . وتذكر أن تردد تنصيـف القـدرة للمرشـح هـو تردد لأي قيمة لدالة التحويل وله بداية من أعلى بعامل يساوي $0.707=\frac{1}{\sqrt{2}}$

ولدوائر الرنين المتوالية هناك تـردد تنصيـف قـدرة f_L و f_H وهـذا موضـح في الشكل (9-26) . عرض الحزمة B لهذا المرشح هو الفرق بين ترددي تنصيف القدرة

$$B=f_H-f_L \qquad (9-34)$$

ولدائرة الرنين المتوالية نجد أن

$$B=\frac{f_0}{Q_S} \qquad (9-35)$$



الشكل (9-26)

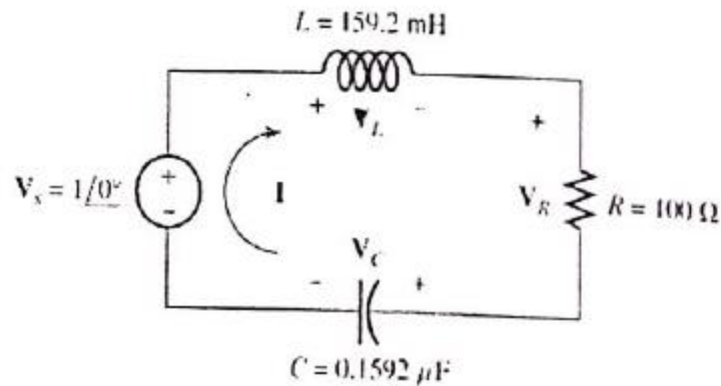
كذلك عندما Qs>>1 فان تـرددات تنصيـف القـدرة يعطـى بالمعادلـة التقريبيـة التالية :

$$f_H \cong f_0 + \frac{B}{2} \qquad (9-36)$$

$$f_L \cong f_0 - \frac{B}{2} \qquad (9-37)$$

مثال 9-5 دائرة الرنين المتوالية

في دائرة الرنـين المتواليـة الموضحـة في الشـكل (27-9) احسـب تـردد الرنـين ؟ وعرض الحزمة ؟ وتردد تنصيف القدرة ؟ افـرض أن تـردد المصـدر هـو نفسـه تـردد الرنين . جد فولتية ضابط الطور المارة بالعناصر وارسم مخطط الطور ؟



الشكل (27-9)

الحل :

اولا : لحساب تردد الرنين نقوم باستخدام المعادلة (30-9)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1592 \times 0.1592 \times 10^{-6}}} = 1000Hz$$

عامل النوعية يعطى بالمعادلة (31-9)

$$Q_S = \frac{2\pi\ f_0\ L}{R} = \frac{2\pi \times 1000 \times 0.1592}{100} = 10$$

عرض الحزمة يعطى بالمعادلة (9-35)

$$B = \frac{f_0}{Q_S} = \frac{1000}{10} = 100\,Hz$$

باستخدام المعادلة (9-36) و (9-37) لإيجاد ترددات نصف القدرة التقريبية

$$f_H \cong f_0 + \frac{B}{2} = 1000 + \frac{100}{2} = 1050\,Hz$$

$$f_L \cong f_0 - \frac{B}{2} = 1000 - \frac{100}{2} = 950\,Hz$$

وعند الرنين فإن معاوقة المتسعة و المحاثة هي

$$Z_L = j2\pi f_o L = j2\pi \times 1000 \times 0.1592 = j1000\ \Omega$$

$$Z_C = -j\frac{1}{2\pi f_0 C} = -j\frac{1}{2\pi \times 1000 \times 0.1592 \times 10^{-6}} = -j1000\Omega$$

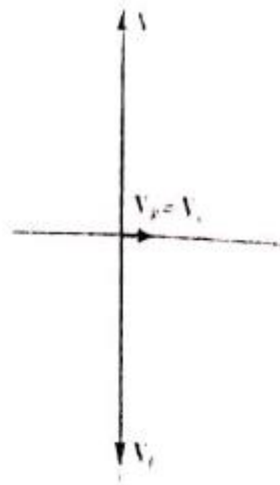
وهذا يؤكد أن المفاعلات متساوية في القيمة [illegible] تردد [illegible] . المعاوقة الكلية للدائرة هي

$$Z_s = R\ [illegible] = [illegible] + j1000 - j1000$$

[illegible]

تيار ضابط الطور يعطى بالمعادله

$$I = [illegible] = [illegible] = [illegible]\ 0°$$



الشكل (9-28)

الفولتية المسلطة على العناصر هي .

$$V_R = RI = 100 \times 0.01 \angle 0^o = 1\angle 0^o$$

$$\angle 0^o = 10\angle 90^o \quad V_L=Z_LI=j1000 \times 0.01$$

$$\angle 0^o = 10\angle -90^o \quad V_C=Z_CI= -j1000 \times 0.01$$

مخطط ضابط الطور موضح في الشكل (9-28) .و يلاحظ أن الفولتيـة المسـلطة على الملف والمتسعة هي اكبر من قيمة فولتية المصدر . ومع هذا فإن قانون كيرشـوف للفولتية كافي لان V_L و V_C متخالفين الطور ويلغي أحدهما الأخر (محصلتهما صفر).

في المثال (9-5) وجدنا قيمة الفولتية المسلطة علـى الملـف والمتسـعة وQ_S أعلـى برات من فولتية المصدر . لذلك عامل النوعية العالي يؤدي إلى تكبير عالي للفولتية.

سؤال (9-15) :

جد قيم R و C لدائرة الرنـين المتواليـة الـتي لهـا $L=10$ىH و f_o=1MHz و Q_S أوجد عرض الحزمة والقيمة التقريبية لتردد نصف القدرة في الدائرة ؟

الجواب :

f_H=1010KHz , f_L=990KHz , B = 20KHz , R = 1.257? , C = 2533pF

سؤال (9-16) :

أفرض أن الفولتية $V_S = 1\angle 0^o$ عند تردد 1MHz حيث تسلط على الدائرة في السؤال (9-15) . جد فولتية ضابط الطور المسلطة على المقاومة والمتسعة والحاثة .

الجواب :

$1\angle -90^o$, $V_C = 50\ 1\angle 90^o$ $V_L = 50\ 1\angle 0^o$ $V_R =$

سؤال (9-17) :

جد قيمة R و L لدائرة الرنـين المتواليـة لهـا C= 470pF وتـردد رنـين 5MHz وعرض حزمة 200KHz

الجواب:

L=2.156ىH ، R = 2.709 Ω

9-7 رنين التوازي Resonant Parallel

نوع أخر من دوائر الرنين المعروفة هي دوائر الرنين المتوازية وهـي موضحـة في الشكل (9-29) .

معاوقة الدائرة تعطى بالمعادلة

$$Z_P = \frac{1}{1/R + j2\pi fC - j(1/2\pi f L)} \qquad (9-38)$$

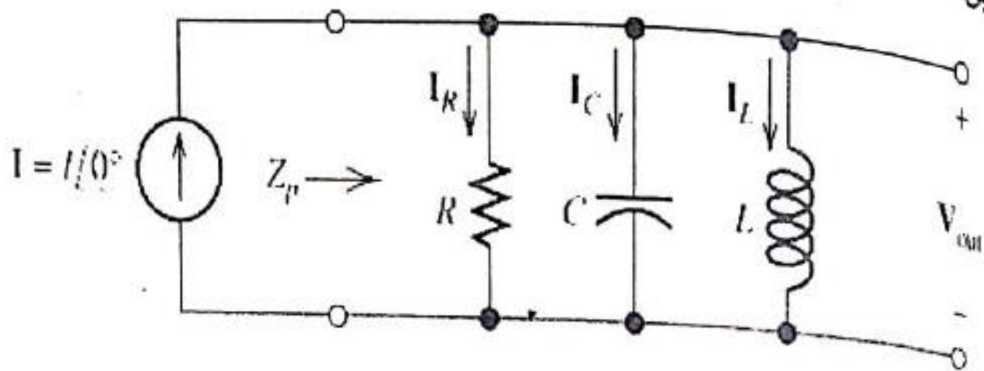
وكما في دائرة الرنين المتوالية تردد الرنين f_o هو تردد عندما تكون المعاوقـة هي المقاومة فقط وهذا يوضح إلغاء الجزء التخيلي للمقام في المعادلة (9-38) لذلك نجد

$$2\pi\ f\,c_o = \frac{1}{2\pi\ f_0\,L} \qquad (9-39)$$

وبإيجاد تردد الرنين نجد

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (9-40)$$

وهي نفس المعادلات المعبر هنـا في دوائـر الرنـين المتواليـة المشـروح في القسـم السابق (9-6)



الشكل (9-29)

ولدائرة الرنين المتوازية نعرف عامل النوعية Q_p كنسبة بين المقاومـة إلى المفاعلـة للملف عند الرنين :

$$Q_P = \frac{R}{2\pi\ f_0\,L} \qquad (9-42)$$

نلاحظ أن الصيغة هي نفسها لعامل النوعية لدوائر الرنين المتوازية وبحل المعادلة (9-40) وبالتعويض بقيمـة L في المعادلـة (9-41) نحصـل علـى صيغـة أخـرى لعـامل النوعية

$$Q_P = 2\pi\ f_0\,CR \qquad (9-42)$$

وعند حـل المعادلـة (9-41) و (9-42) وبـالتعويض بقيمـة L و C في المعادلـة (9-38) نجد

$$Z_P = \frac{R}{1 + jQ_p\left(f/f_o - f_o/f\right)} \qquad (9-43)$$

الفولتية المسلطة على دائرة الرنين المتوازية تنتج ضابط الطور للتيار ومعاوقة

$$Vout = \frac{IR}{1 + jQ_p\left(f/f_o - f_o/f\right)} \qquad (9-44)$$

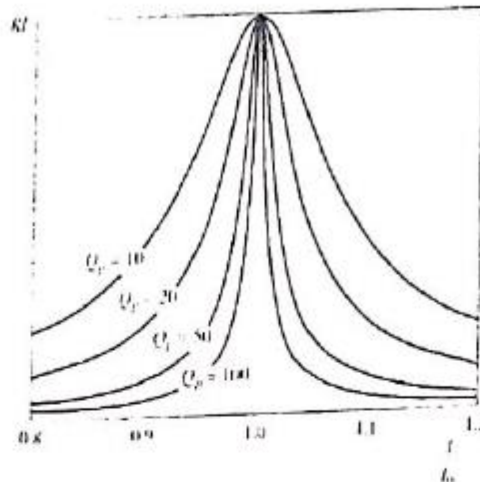
افترض أن لدينا تيار ثابت في القيمة والفولتية والتردد متغير فيكون رسم قيمة الفولتية لدائرة الرنين المتوازية كما موضح في الشكل (9-30) . نلاحظ أن قيمة الفولتية تصل إلى أعلى قيمة Vo max = RI عند تردد الرنين .

هذا المنحنى هو نفس شكل المنحنى لدالة التحويل لدائرة الرنين المتوالية .

ترددا تنصيف القدرة f_L و f_H يعرفان بأنهما الترددات التي عندها تصل قيمة الفولتية إلى أعلى قيمة مضروبة ب $\frac{1}{\sqrt{2}}$ وعرض الحزمة للدائرة يعطى ب

$$B = f_H - f_L \qquad (9-45)$$

وفي الحقيقة يمكن التعبير عن عرض الحزمة بدلالة تردد الرنين وعامل النوعية



الشكل (9-30)

9-6 دوائر الرنين المتوازية

مثال: اوجد قيمة L و C لدائرة رنين متوازية لهـا R=10K? K f_o=1MHz , B = 100KHz واذا كانت $I=10^{-3}\angle 0^0$. ارسم مخطط الطور موضحا التيار المار خـلال كـل العناصر في دائرة الرنين ؟

الحل :

اولا : نقوم بحساب عامل النوعية للدائرة وبالعودة إلى المعادلة (9-46) نجد

$$Q_P = \frac{f_0}{B} = \frac{10^6}{10^5} = 10$$

وبحل المعادلة (9-41) وبالتعويض فيما نجد

$$L = \frac{R_0}{2\pi f_o Q_P} = \frac{10^4}{2\pi \times 10^6 \times 10} = 159.2\mu H$$

كذلك نستخدم المعادلة (9-42) نجد

$$C = \frac{Q_P}{2\pi f_0 R} = \frac{10}{2\pi \times 10^6 \times 10^4} = 159.2PF$$

وعند الرنين الفولتية تعطى ب

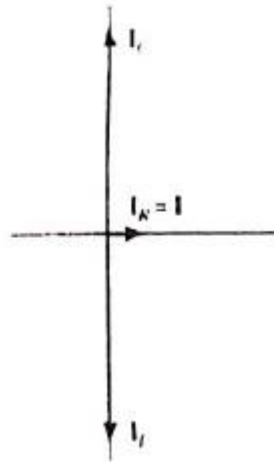
$$Vout = IR = \left(10^{-3}\angle 0^o\right)\times 10^4 = 10\angle 0^o$$

والتيار يعطى بـ

$$I_R = \frac{Vout}{R} = 10^{-3}\angle 0^o$$

$$I_L = \frac{Vout}{j2\pi f_o L} = \frac{10\angle 0^o}{j10^3} = 10^{-2}\angle -90^o$$

$$I_C = \frac{Vout}{-j/2\pi f_o C}\frac{10\angle 0^o}{-j10^3} = 10^{-2}\angle 90^o$$



الشكل (31-9)

مخطط الطور موضح في الشكل (31-9) ويلاحظ أن التيار المار خلال الملف والمتسعة هو كبير في القيمة مقارنة بالتيار المسلط. لذلك I_C ، I_L متعاكسان بالطور ومحصلتهما صفر .

سؤال(18-9)

دائرة رنين متوازية لها L= 100 ,C=500PF ى H , R=10K? جد تردد الرنين وعامل النوعية وعرض الحزمة ؟

الجواب: Q_p=22.36 , f_o=711.8KHz , B=31.83KHz

سؤال (19-9)

دائرة رنين نوازي فيها B=200KHz,f_o=10MHz , R=1k? جد L و C ؟

الجواب:L=031183ى H , C=795.8PF

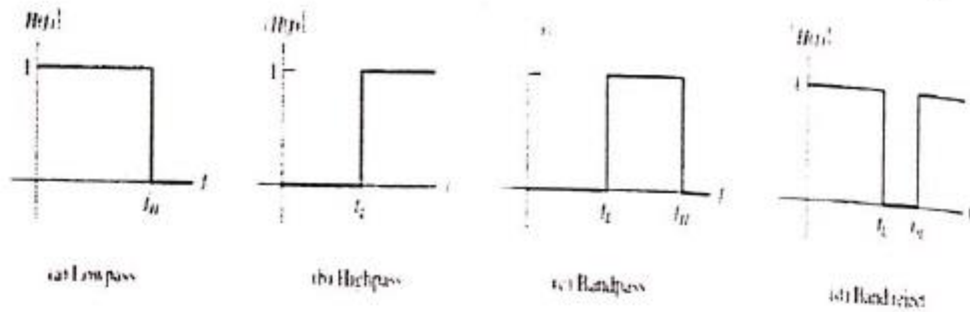
9-8 المرشحات المثالية ومرشحات الدرجة الثانية

Ideal and Second Order Filters

في مناقشة تركيب المرشح من المفيد أن نذكر المرشحات المثالية فالمرشح المثالي يمرر مركبات المدى الترددي المرغوب دون تغير في السعة أو الطور كما يجب تماما مركبات التردد الغير مرغوبة . ويعتمد على موقع الترددات المارة والمرفوضة . وهناك عدة أنواع للمرشحات مثل مرشحات تمرير منخفض وتمرير عالي وتمرير النطاق ورفض (منع مرور) النطاق .

دالة التحويل H(f) لكل الأنواع الأربعة المثالية موضحة في الشكل (9-32)

$$H(f)=\frac{V_{OUT}}{V_{in}}$$



الشكل (9-32)

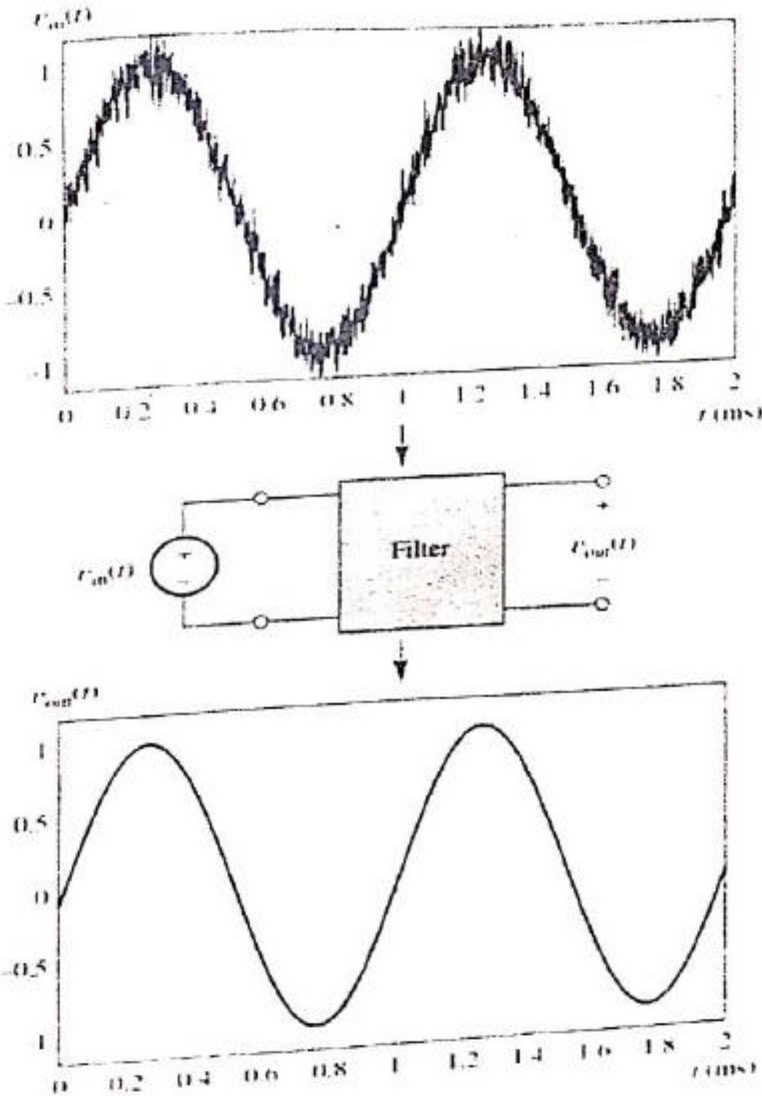
مرشح التمرير المنخفض المثالي : موضح في الشكل (9-32a) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد اقل من تردد القطع f_H ويرفض الترددات التي أعلى من تردد f_H

مرشح التمرير العالي المثالي : في الشكل (9-32b) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد أعلى من تردد القطع f_L ويرفض الترددات التي أعلى من تردد f_L

مرشح تمرير النطاق المثالي : في الشكل (9-32c) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد بين ترددي القطع f_H, f_L ورفض المركبات الخارجة عن هذا المدى .

مرشح رفض النطاق المثالي : في الشكل (9-32d) الـذي يدعى بمرشح القطع ويرفض المركبات التي لها تردد بين ترددي القطع f_H, f_L ويمـرر المركبات خارج هذا المدى .

وكما ذكرنا أن المرشحات مفيدة عندما تحتوي الإشارة على مركبـات مرغوب فيها في مدى ترددي معين وعلى مركبات غير مرغوب فيها في مدى ترددي أخر.



الشكل (9-33)

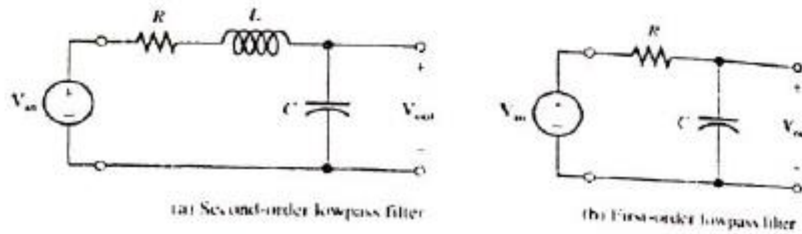
مثلا الشكل(9-33a) يوضح موجة جيبيه 1KHz شـوهت بضوضـاء ذات تـردد عالٍ وبتمرير إشارة الضوضاء خلال مرشح التمرير المنخفض نتخلص من الضوضاء.

لكن من الصعوبة بناء مرشحات مثالية و بالإمكـان تصميـم مرشـحات تعمـل أعمال افضل في رفض المركبات الغير مرغوبة مع المحافظـة علـى المركبـات المرغوبـة . لذلك نرى أن دوائر الدرجـة الثانيـة تمثـل أفضـل (تقـارب المثاليـة) مقارنـة بدوائـر مرشحات الدرجة الأولى المذكورة في بداية الفصل.

مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الثانية Second Order Low Pass Filter

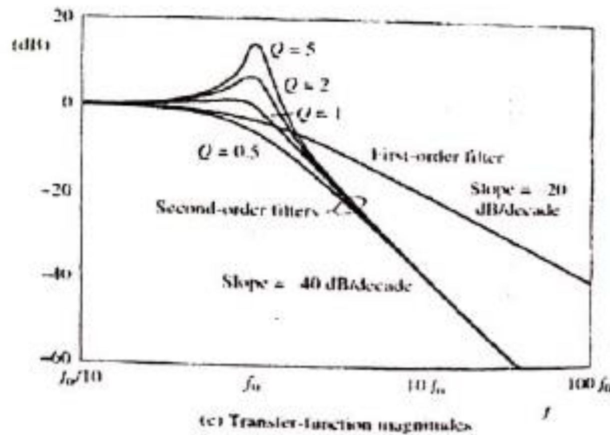
الشكل(9-34a) يوضح مرشح تمرير منخفض من الدرجة الثانيـة أساسـه دائـرة الرنين المتوالية في الجزء 9-6 . حيث يخصص المرشح بتردد الرنين f_o وعامل النوعية Q_s المعطى في المعادلة (9-30) ودالة التحويل للدائرة يعطى ب

$$H(f) = \frac{V_{OUT}}{V_{in}} = \frac{-jQ_S(f_o/f)}{1+jQ(f/f_o - f_o/f)} \qquad (9-47)$$



(a) Second-order lowpass filter

(b) First-order lowpass filter



(c) Transfer-function magnitudes

الشكل(9-34)

الرسم الدال لقيمة دالة التحويل موضح في الشكل (9-34c) . ويلاحظ أن عند $Q_S>>1$ فان قيمة دالة التحويل تصل إلى أعظم قيمة كذلك بالقرب من تـردد الرنين. وبصورة عامة في تصميم المرشح نريد الربح هو أعلى قيمة عند عدم ظهور قيمة دالة التحويل بالزيادة قبل غلق الدورة.

دالة التحويل لهذه القيمة Q_S تسمى بالأعلى مستوى Maximally Flat كذلك نعرف في دالة Butter Worth وغالبا ما تكون لمرشح التمرير المنخفض .

مقارنة بين المرشحات من الدرجة الأولى والثانية :

في الشكل (9-34b) يوضح مرشح تمرير منخفض مـن الدرجـة الأولى والرسم الدال لدالة التحويل في الشكل

(9-34c) . دائرة مرشح الدرجة الأولى توصف بتردد نصف القدرة f_B

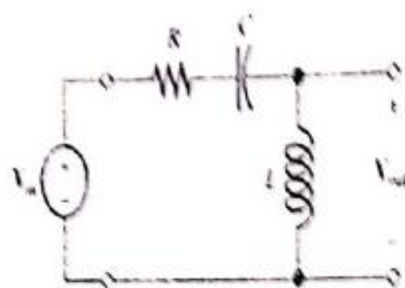
$$f_B = 1/2\pi\ RC$$

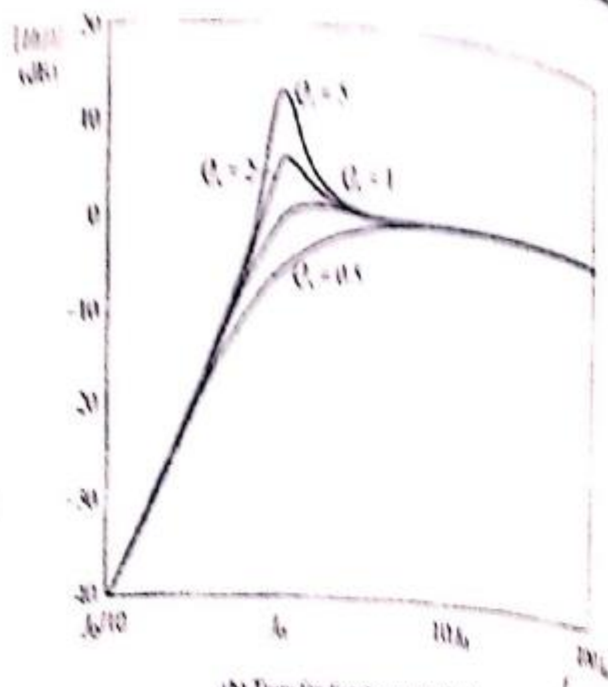
(نضع $f_o=f_B$ لعملية المقارنة)

يلاحظ أن عند اعلي تردد من f_o فان قيمة دالة التحويل أكثر انحدار لمرشح من الدرجة الثانية (-40Db/decade هي عكس -20dB/decade)

مرشح التمرير العالي من الدرجة الثانية

مرشح التمرير العالي من الرتبة الثانيـة موضـح في الشـكل (9-35a) . والرسم الدال للقيمة موضح في الشكل (9-35b) .هنا أيضا نريد القيمة التي تكون تقريبا ثابتة عند إمكانية تمرير النطاق لذلك نختار $Q_S=1$ (وبعبارة أخرى نريد تصميم مرشح يشبه تماما المرشح المثالي).





(a) Circuit diagram

(b) Transfer-function magnitude

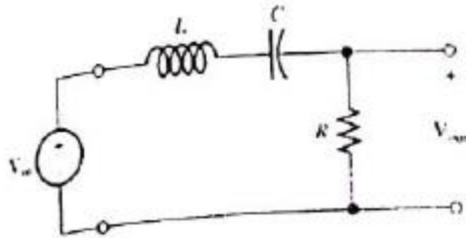
الشكل (9-35)

مرشح تمرير النطاق من الدرجة الثانية •

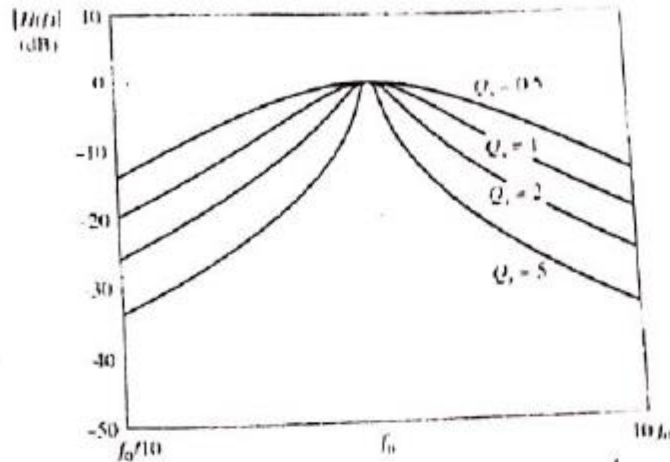
مرشح تمرير النطاق من الدرجــة الثانية موضــح في الشكل (9-36a) والرســم الدال للقيمة موضح في الشكل (9-36b). عرض الحزمة لنصف القدرة يعطى بالمعادلة (9-34) و (9-35) وهي

$$B = f_H - f_L$$

$$B = \frac{f_0}{Q_S}$$



(a) Circuit diagram

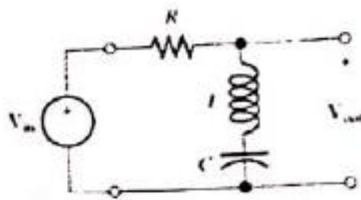


(b) Transfer-function magnitude

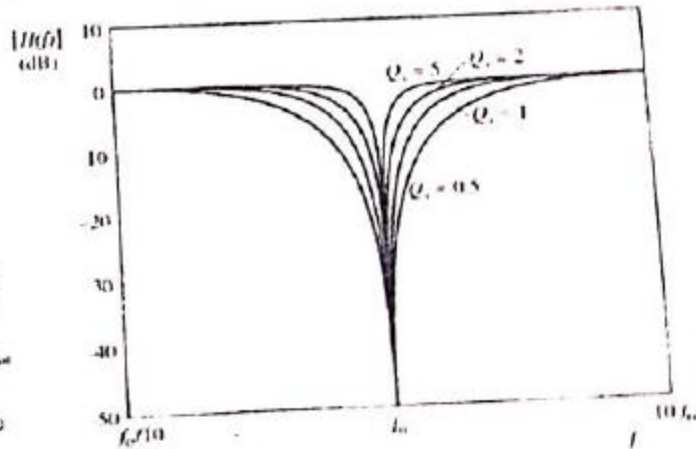
الشكل (9-36)

مرشح رفض النطاق من الدرجة الثانية (مرشح القطع)

مرشح رفض النطاق من الدرجة الثانية موضـح في الشـكل (9-37a) والرسم الدال على القيمة موضح في الشكل (9-37b) . نظريا قيمة دالة التحويل تساوي صفر عند $f=f_0$ (بالديسبل تطبق إلى $|H(f_o)| = -\infty\, dB$) . كذلـك الملفـات الحقيقيـة لها مقاومات توالي لذلك رفض مركبات f_0 غير كامل في الدوائر الحقيقية .



(a) Circuit diagram



(b) Transfer-function magnitude

الشكل (9-37)

مثال 9-7 تصميم المرشح

افرض اننا بحاجة لمرشح يمرر المركبات التي تمرر اعلي من 1KHz ويرفض المركبات التي اقل من 1KHz . اختر شكل الدائرة المناسبة من التبة الثانية . اختر L=5mH وخصص قيم مناسبة إلى المركبات الأخرى ؟

الحل :

لتمرير مركبة ذات تردد عالي ورفض مركبات الترددات الواطئة نحتاج إلى مرشح تمرير عالي . مخطط الدائرة من الدرجة الثانية لمرشح التمرير العالي موضح في الشكل (9-35a). وبتطبيق دالة التحويل لرسم القيمة كما في الشكل (9-35b) . دائما نريد دالة التحويل تكون تقريبا ثابتة في مرور نطاقي كذلك نختار $Q \cong 1$ ونختار f_0=1KHz ولذلك تمر المركبات التي اعلى من 1KHz بينما لاتمر مركبات التردد الواطئ لا تمر وبحل المعادلة

(9-30) بالتعويض فيها بالمتسعة نجد :

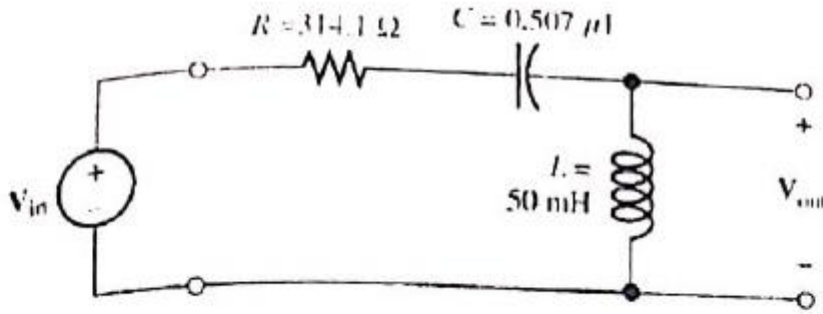
$$C = \frac{1}{(2\pi)^2 f_0^{\ 2} L} = \frac{1}{(2\pi)^2 x 10^6 x 50 x 10^{-3}}$$

Fى=0.50

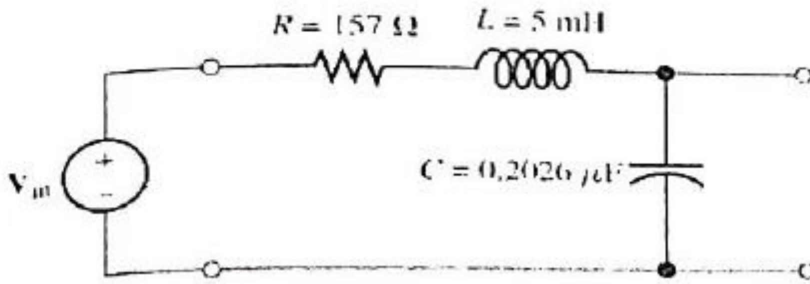
وبحل المعادلة (9-31) للمقاومة وبالتعويض بالقيم نجد

$$R = \frac{2\pi\ f_0\ L}{Q_S} = \frac{2\pi \times 1000 \times 50 \times 10^{-3}}{1} = 314.1\Omega$$

الدائرة والقيم موضحة في الشكل (9-38)



الشكل(9-38)



الشكل (9-39)

هناك العديد من الأسباب وهي لماذا يجب عدم استخدام نفس القيم التي تم حسابها في مركبات المثال الأخير :

أولا القيم الثابتة للمتسعات والمقاومات تحدد بسهولة فقط وفق معايير محدده ومع ذلك التصميم يدعى مرشح رفض المركبات التي اقل من 1KHz ويمرر المركبات التي اعلي من 1KHz واختيار تردد f_0=1KHz حيث يعتمد أهميته في رفض الترددات المنخفضة وتمرير الترددات العالية دون التغير في السعة .

أخيرا اختيار قيم Q_s في بعض الأحيان اعتباطي . عمليا نختار مركبات متغيرة مستخدمين حسابات كنقطة بداية ثم نضبط تجربة المرشح لمعظم القراءات الممكنة.

سؤال (9-20) :

افرض اننا نحتاج مرشح يمرر المركبات التي اقل من 5KHz . واختر شكل الدائرة من التبة الثانية مناسبة حيث L=5mH واقترح قيم نحتاج اليها اخرى .

الجواب :

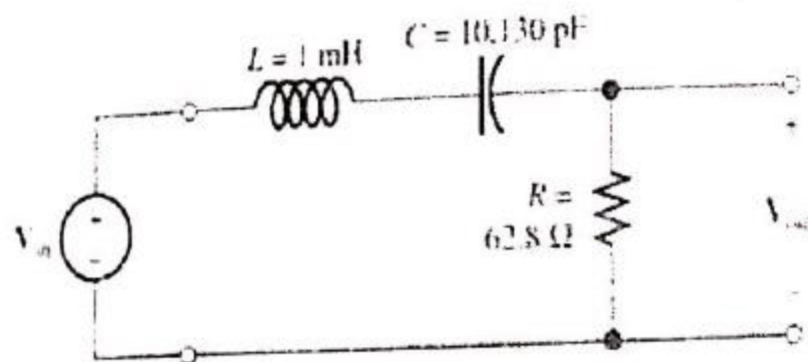
انظر الشكل (9-39)

سؤال (9-21) :

افرض إننا نحتاج مرشح يمرر المركبات التي بين f_L=45KHz و f_H=55KHz حيث يرفض اعلي أو اقل من التردد ان صمم دائرة مستخدما ملف 1mH .

الجواب :

نحتاج إلى مرشح تمرير نطاقي له $f_o \cong 50KHz$ و $Q = 5$ الدائرة هي موضحة في الشكل(9-40)



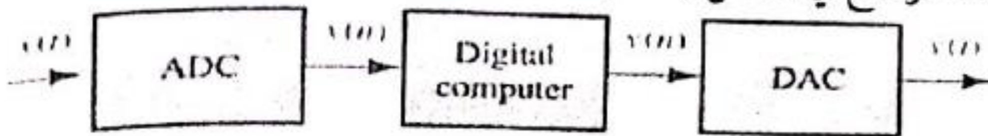
الشكل (9-40)

9-9 معالجة الإشارة الرقمية Digital Signal Processing

في ما مضى أخذنا فكرة عامة حول دوائر RLC كذلك هناك أنظمة حديثة تستخدم التقنيات المتطورة تدعى معالجة الإشارة الرقمية DSP في استخدام DSP

لإشارة المرشح . إشارة الدخل التماثلية X(f) تحول إلى صيغة رقمية (ارقـام متوالية) بواسطة محول تماثلي إلى رقمي (ADC) .

الحاسب الرقمي يستخدم إشارة الإدخال الرقمية لحساب تسلسل القيم لإشارة الخرج . أخيرا (عند الرغبة) القيم المحسوبة تحول إلى الصيغة التماثلية بواسطة محول من رقمي إلى تماثلي (DAC) لإنتاج إشارة الخرج y(t) . المخطط الكتلي الشامل لنظام DSP موضح في الشكل (9-41) .



الشكل (9-41)

هناك عمليات أخرى خارج الترشيح مثل تمييز الكلام حيث يتـم تنفيـذه بنظام DSP . يسـتخدم DSP في الأيـام الأولى لتلسـكوب الفضـاء لتوضيـح الصـور الغير الواضحة الناتجة من الخطأ في تصميم التلسكوب .

كمثال على منتجات صنعت بتكنولوجياDSP هي اعلـى وضـوح في التلفزيـون وخلايا السماعات الرقمية مشغل الموسيقى MP3. DSP واسع المجال واسـتمر تطوره بسرعة لإنتاج منتجات لم يسبق مثلها من قبل .

سيتم شرح المرشحات الرقمية باختصار جدا ولإعطاء تلميح سريع حـول هـذا المجال .

تحويل الإشارات من الصيغة التماثلية إلى الرقمية :

الإشارة التماثلية تحول إلى صيغة رقمية بDAC في خطوتين : الأولى يتـم اخـذ عينات الإشارة التماثلية وحسب دورة زمنية تم تخصص لكل عينة كلمة شفرة وتمثـل قيمة العينة . والكلمة المشفرة تكون من إعداد ثنائية . هذه العملية موضحة في الشكل (9-42) . في أي قيمة عينة تمثل بثلاثة إعداد مشـفرة وتطبـق علـى سـعة النطـاق التي

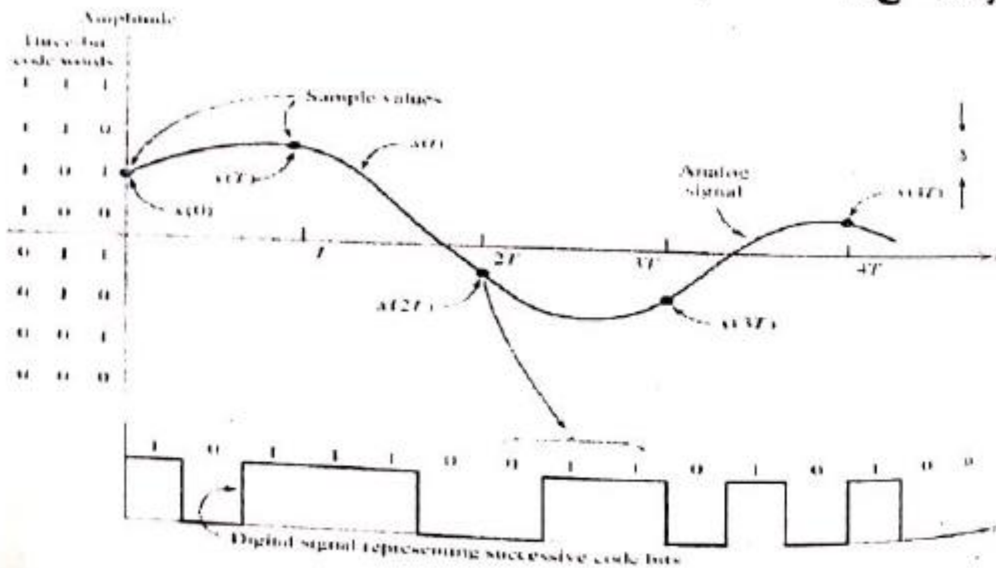
تحدر إليها العينة . لذلك كل قيمة للعينة تحول إلى كلمة شفرة الـتي تمثـل فيمـا بعـد بإشارة رقمية كما في الشكل .

النسبة f_s عنـد أي إشـارة يجـب اخـذ عينتـها حيـث يعتمـد علـى الإشـارات المركبات الترددية . كما أن كل الإشارات الحقيقية يمكـن اعتبارهـا انـها تتكـون مـن مركبات جيبيه مختلفة في التردد والسعة والطور . إذا لم تحتوي الإشارة علـى مركبـات ذات تردد اعلي من f_H فان الإشارة (نظريا) نعيد بناءها من جديد من العينات لذلـك تردد العينة F_S يؤخذ اكبر من ضعف f_H .

$$F_S > 2f_H \qquad (9\text{-}48)$$

مثلا اعلى دقة لإشارة الصوت لها تردد اعلي حوالي 15KHz لذلـك اقـل نسـبة عينة نستخدم لإشارة الصوت 30KHz .

الاعتبارات العملية تجعل تردد العينة اكبر من التردد الأقل نظريا . فتقنية محـرك الصوت المدمج يحول أشارة الصوت إلى صيغة رقمية مع نسبة عينة 44.1KHz.طبيعيـا يتم اختيار اقل نسبة عينة عملية لتقليل كمية البيانات (التي على شكل شـفرة) الـتي تخزن أو تعالج بواسطة نظام DSP .



الشكل(9-42)

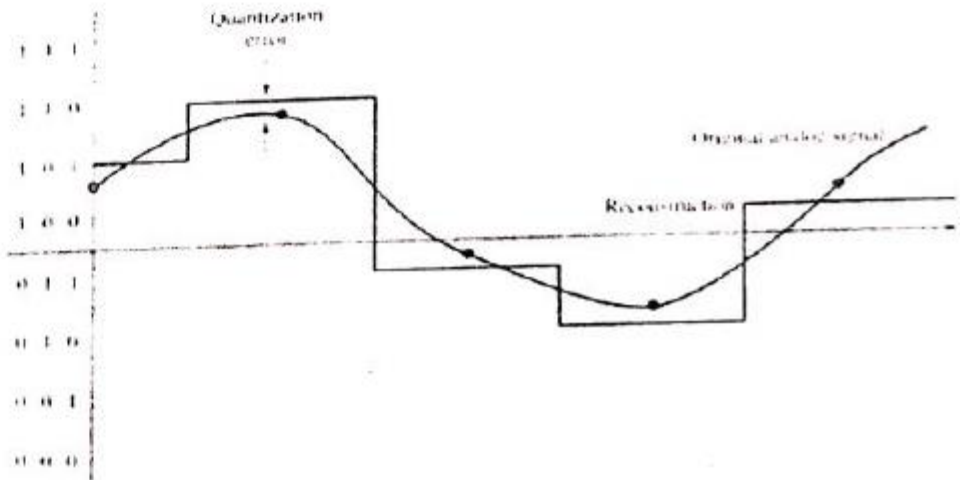
كذلك المسافة بين العينات T تتناسب عكسيا مع نسبة العينة

$$T = \frac{1}{f_S} \qquad (9-49)$$

الإجراء الثاني وهو المهم في تحويل الإشارة التماثلية إلى الرقمية وهي عدد النطاقات التي تستخدم فسعة الإشارة لا يمكن تمثيلها بالضبط بسبب إن كل السعات أعطى المنطقة نفس كلمة الشفرة . لذلك عندما يحول DAC كلمة الشفرة يتحقق الموجة الأصلية التماثلية . وبالإمكان إعادة بناؤها فقط بشكل تقريبي إلى اشارة جديدة لها فولتية في وسط كل منطقة وهذا موضح في الشكل (9-43) .كذلك بعض خطا التكميم يمكن تقليله باستخدام اكبر عدد من الناقلات التي تحتاج إلى كلمة شفرة طويلة . حيث أن العدد N لسعة النطاقات يرتبط بعدد البتات لكلمة الشفرة (Code Word) .

$N=2^K$ (9-50)

مثلا عند استخدام 8bit أي K=8 فان $N=2^8=256$ سعة للنطاقات في تقنية محرك المدمج له 6bit يستخدم في تمثيل قيم العينات ومع عدد تلك البتات فمن الصعوبة الاستماع وكشف الخطأ للتكميم في إشارة الصوت الجديدة .



الشكل (9-43)

اننا لمحتاج إلى ترقيم إشارة لها مدى من 1v- إلى 1v مع تحليل لـ $\Delta = 0.5mV$ (؟
مشار اليها في الركن الأيمن من الشكل (9-42)) .ثم اقل عدد للنطاقات هو مدى
الإشارة الكلية (2V) تقسم على ؟ وهذا ينتج N=4000 لذلك تحول N الى 2 مرفوع
الأس عدد صحيح $4000=2^{12}$

اي أن K=12 وبعبارة أخرى لمحتاج DAC إلى 12bit وما تبقى من هذا الجزء
سنتجاهل خطاء التكمية ونفترض أن كل القيم للعينات مفيدة إلى الحاسب .

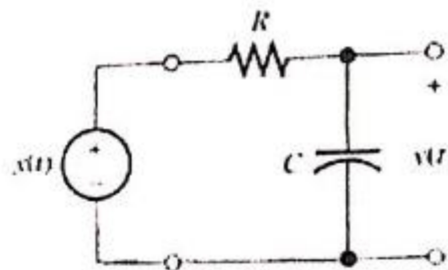
المرشحات الرقمية

كما لاحظنا إن DACs يحول الإشارة التماثلية إلى تسلسل من شفرات حيث
يمكن تمثيلها سعات الإشارة عند لحظة العينة .

كذلك الحاسوب يمكن حقيقة يعالج الشفرة الممثلة لسعة الإشارة . ايضا
الإشارة X(t) تحول إلى قائمة من القيم X(nT) حيث T هي الفاصل بين العينات و n
عدد صحيح متغير . غالبا ما نهمل دورة العينة من الملاحظات ونكتب عينات
الإدخال و الإخراج البسيطة مثل X(n) و y(n) .

مرشحات التمرير المنخفض الرقمي :

تصمم المرشحات الرقمية مثل تصميم مرشحات RLC المذكورة في بداية
الفصل مثلا لاحظ مرشح التمرير المنخفض RCمن الدرجة الأولى في الشكل (9-44)



الشكل (9-44)

يرمز لداخل الفولتية إلى $x(t)$ وخرج الفولتية إلى $y(t)$. يمكن كتابة معادلة كيرشوف للتردد في اعلى نقطة في المنسعة كالتالي :

$$\frac{y(t)-x(t)}{R}+C\frac{dy(t)}{dt}=0 \qquad (9\text{-}51)$$

بضرب كل حد بـ R ومستخدماً عامل ثابت الزمن حيث ان $\tau = RC$ اي

$$y(t)-x(t)+\tau\frac{dy(t)}{dt}=0 \qquad (9\text{-}52)$$

بإمكاننا أن نقرب الاشتقاق ليصبح :

$$\frac{dy(t)}{dt}\cong\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{y(n)-y(n-1)}{T} \qquad (9\text{-}53)$$

يمكن كتابة المعادلة التقريبية المكافئة لمعادلة التفاضلية كالتالي:

$$y(n)-x(n)+\tau\frac{y(n)-y(n-1)}{T}=0 \qquad (9\text{-}54)$$

هذا النوع من المعادلة هو بعض الأحيان يدعى (معادلة الاختلاف) بسبب انه يتطلب اختلاف بين العينات المتتالية . حل قيمة الخرج لدرجة n هي :

$$y(n)=ax(n-1)+(1-a)x(n) \qquad (9\text{-}55)$$

بهذا يمكن تعريف العامل (a)

$$a=\frac{\tau/T}{1+\tau/T} \qquad (9\text{-}56)$$

المعادلة(9-55) تعرف الحساب الذي يحتاج له خرج الحمل قبل مرشح تمرير منخفض في الدخل $x(n)$ لكل نقطة تعيين خرج الأزمنة السابقة لخرج قيمة بنصف الأزمنة $(1-a)$ وتكون قيمة الدخل المطلوبة دائماً $\tau >> T$ و a وحدته قليلة نوعاً ما من الواحد .

مثال 9-8

استجابة مرشح رقمي منخفض المرور ذو الدرجة الأولى:

احسب وارسم دخل وخرج العينات لـ $n = 0$ إلى $n = 20$ حيث أن $a = 0.9$ معطاة . الدخل هو مرحلة الدالة والتي تعرف بـ

$x(n) = 0$ عندما $n < 0$ و $x(n) = 1$ عندما $n \geq 0$

افرض ان $y(n) = 0$ لـ $n < 0$

الحل :

عندما نأخذ

$$y(0) = ay(-1) + (1-a)x(0) = 0.9 \times 0 + 0.1 \times 1 = 0.1$$

$$y(1) = ay(0) + (1-a)x(1) = 0.10$$

$$y(2) = ay(1) + (1-a)x(2) = 0.271$$

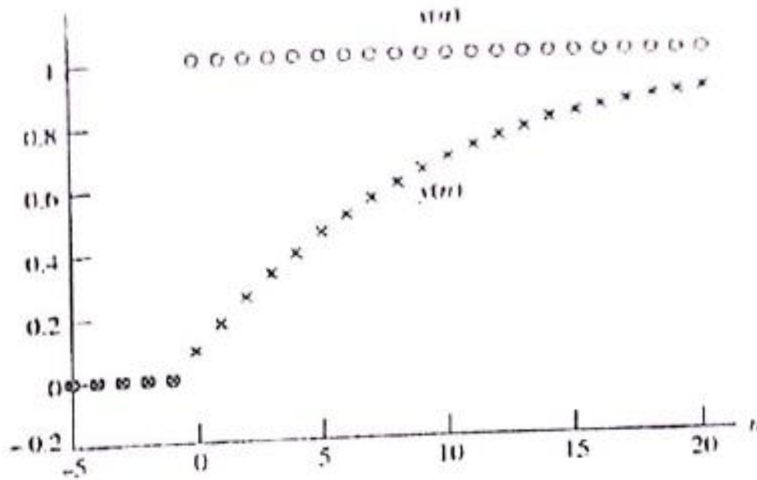
$$y(20) = 0.8906$$

الرسومات في x(n) وy(n) موضحة في الشكل (9-45). نلاحظ أن الاستجابة في المرشح الرقمي لمرحلة الدخل مشابهه تماماً للتي في المرشح RC .

سؤال(9-22) :

a) حدد القيمة لثابت الزمن τ في الفاصل الزمني لفترة التعيين (sampling) حيث ان T تطبق لـ $a = 0.9$

b) تذكر أن ثابت الزمن هو الذي يحتاج إليه مرحلة الاستجابة للوصول إلى القيمة النهائية وهي $1-\exp(-1)=0\cdot 632$. اخيرا قدر القيمة لثابت الزمن للاستجابة الموضحة في الشكل(9-45) .



الشكل(9-45)

مرشحات رقمية أخرى

باستطاعتنا تطوير مرشح مرور نطاقي رقمي أو مرشح تمرير عالي الذي يماثل مرشحات RLC التي نوقشت في بداية هذا الفصل . وبالرغم من هذا المرشحات الرقمية ذو الدرجة الأعلى هي محتملة التوليد . المعادلات التي تفسر هذه المرشحات

$$y(n)=\sum_{l=0}^{N}a_L y(n-1)+\sum_{k=0}^{M}b_k x(h-k) \quad (9\text{-}57)$$

نوع المرشح وادائه يعتمد على القيمة المختارة للمعامل a_L و b_k .و لمرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى في المثال (9-8). نجد أن معامل $a_1=0\cdot 9$ و $b_0=0\cdot 1$. وكل العوامل الأخرى تساوي الصفر .

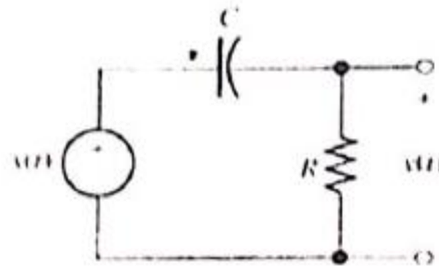
سؤال (9-46)

أنظر إلى مرشح التمرير العالي RC الموضــح في الشــكل(9-46) . طبـق الطريقـة المستخدمة لمرشح تمرير منخفض لإيجاد معادلته من النوع معادلة (9-57) لمرشح تمريـر عالي .

أعط تعبيراً لعوامل في فترات ثابت الزمن $RL = \tau$ وعينات الفاصل الزمني T

$$y(n) = a_1 y(n-1) + b_0 x(h) + b_1(n-1)$$

$$a_1 = b_0 = -b_1 = \frac{\tau/T}{1+\tau/T}$$



الشكل (9-46)

مرشح القطع البسيط

أسهل طريق للحصول على مرشح القطع . نختار $a_L = 0$ لكل مــن L حيـث أن $b_0 = 0\cdot5$ ، $b_d = 0\cdot5$ وبقية مجموعة العوامل لــ b_k تكـون بصفـر . ثـم خـرج المرشح الرقمي تعطى بـ $y(n) = 0\cdot5x(n) + 0\cdot5x(n-d) = 0\cdot5[x(n) + x(n-d)]$

كذلك كل عينة دخل تؤخر بزمن تأخير Td وتجمع لتيار العينة . اخيرا مجمـوع الدخل والتأخير معبر عنه مضروباً بـ $0\cdot5$. للنظر في هذه النتـائج في مرشـح القطـع نجد أن الموجة الجيبية تتأخر بفاصل زمني Td حيث يمكن ان تكتب كالتالي :

$$A\cos\left[\omega\left(t-Td\right)\right]=A\cos\left(\omega t-\omega Td\right)=A\cos\left(\omega t-0\right)$$

كذلك زمن التاخير Td لإزاحة الطور في ωTd راديان او $f_{Td}\times 360$ و للترددات الواطئة إزاحة الطور صغيرة، لذلك مركبات التردد الواطئ $x(n)$ تجمع مع الطور $x(n-d)$ ومن جهة اخرى للتردد نجد ان (9-58) $f_{notch}=\frac{1}{2Td}=\frac{f_s}{2d}$

إزاحة الطور هو $180°$. طبعاً عند إزاحة الموجة الجيبية بـ $180°$.ويجمعها مع الأصلية فإن المجموع يساوي صفر كذلك أي مركبة دخل لها التردد f_{notch} لا يظـهر في الخرج . مرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى ومرشح القطع البسيط هما العديد من المرشحات الرقمية التي يمكن تحقيقها باختيار قيم المعاملات في المعادلة (9-57) .

سؤال (9-24)

أفـرض أن تـردد العينـة $f_s=10KH_Z$. وتـردد رفـض المركبـة ذات التردد $500H_Z$ بواسطة مرشح القطع البسيط .

a) جد قيمة d المطلوبة

b) ما هي الصعوبة في إلغاء المركبة $300H_Z$ وضح ذلك:

الجواب:-

(a) d = 10 (b) المعادلة (9-58) توضح d = 16.67 لكن d يجب أن تكون قيم صحيحة.

كيفية استخدام DSP

ربما تتعجب في كيفية أن معالجة الإشارة الرقمية مفيداً جداً عند المهندس الغـير كهربائي . هنا القليل من الأمثلة التي تشير إلى بعض التطبيقات . عند تأدية وظيفتـك

ممكن أن تلاقي عدد من تطبيقات DSP المتشابهة في مجالك . التآكل أو النحت للدعامة تمثل مشكلة حقيقية ذات تأثير اقتصادي كبير . تحديداً إثناء الأعاصير والموجات العنيفة التي تتحرك على السطح . كذلك تقلبات الضغط التي تحدث في قاع البحر الذي يساهم في تآكل الدعامة . أفرض إنك مهندس غير كهربائي (سيكون معروف جيداً مهارتك المرتبطة بتآكل الدعامة) . تستخلص الإشارة بواسطة المنافسين والإشارة المطلوبة تكون مظلمة بواسطة ترددات عالية حيث تعمل مجسات الضغط ضوضاء عالية وبواسطة تداخل إشارة جيبيه $60H_z$ ناتجة من التيارات الأرضية بسبب وجود أنظمة توزيع القدرة الكهربائية .الآن عندك متخرجين من الجامعة ويتم اختيارهم في ذلك المشروع بسبب اختيارك في المجال الميكانيكي والهيدروليكي . مع ذلك أنت تحتاج خبرة في الهندسة الكهربائية ولجودة أفضل نريد الشخص في الشركة القادر على القيام بالتخلص من الضوضاء والتداخلات من البيانات بواسطة أجهزة الترشيح . مهمتك الأولية هي تطوير طريقة للحصول على إشارة نقية من خرج مجسات الضغط. يجب معرفة تامة بضوضاء البيانات التي يمكن أن يكون لها نموذج مثل الإشارة الجيبية حيث $1H_z$ أو أقل بالإضافة إلى السعة المساوية $60H_z$. تداخل الموجة الجيبيه بالإضافة إلى الضوضاء العشوائية المساوية في السعة مع مدى المركبات القريبة من صفر إلى $3KH_z$ وأعلى سعة عند $1500KH_z$.

أولاً تقرر استخدام برنامج (MATLAB) لمحاكاة إشارة الضوضاء ، بعد قليل من خطأ البداية ، يشار إلى مجموعة من نصوص معالجة الإشارة في دليل لغة البرمجة إضافة إلى مراجعة خبير موضوع الهندسة الكهربائية الخاص بك ثم تنتهي بالأوامر التالية

```
T= 0:1/6000:2;

Signal=cos(28pi8t);

Interference = cos(120*pi*t);
```

```
White_noise = randn(size(t));
For n = 2:12001
Acoustic_ noise(n) = 0.25*(white_noise(n)- white_noise(n-t));
End
X = signal + interference + acoustic_noise;
```

أول أمر هو توليد12001 عنصر من صف المصفوفة متضمنا زمن العينة لفترة ثانيتين مع تردد العينة $f_s = 6000H_Z$ الأمر الثاني والثالث تجعل صفوف المصفوفة تحتوي على عينات إشارة المحاكاة وتداخل $60H_Z$. في السطر الثاني نستخدم مزايا مولد الأرقام العشوائية الخاصة بـ MATLAP لتوليد الضوضاء البيضاء (White Noise) لها تركيب المركبات متساوية في السعة (في المعدل) عند الترددات التي اعلى من نصف تردد العينة .

الضوضاء البيضاء (White Noise) ترشح بواسطة أمر في نهاية الحلقة end loop. تنتج الضوضاء مع أكبر مركبة حول $1500H_Z$ (بطريقتك الخاصة يجب أن تقرا عن مرشح القطع الذي قد تم مناقشته سابقاً محاولاً بذلك أن تصل إلى مرشح من dc إلى $3KH_Z$ وله أعظم ربح $1500H_Z$).

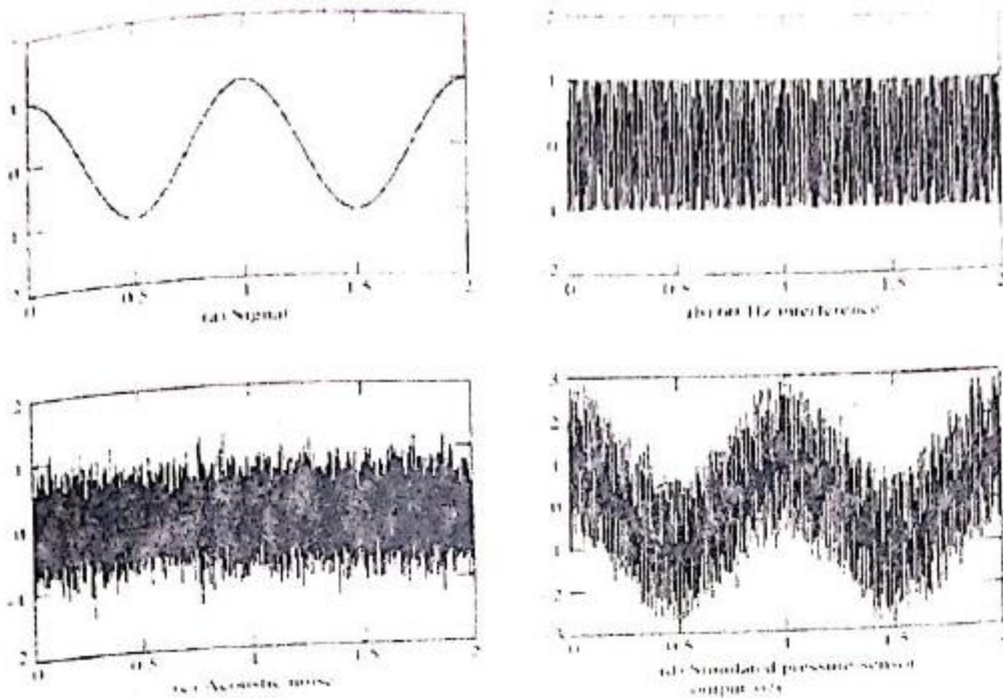
ثم ترسم النتائج مستخدما أوامر MATLAP :

```
Subplot (2,2,1)
Plot(t,signal)
Axis([0 2 -2 2 ])
Subplot (2,2,2)
```

```
Plot(t,interference)
Subplot(2,2,3)
Plot(t,acoustic_noise)
Axis([0 2 -2 2])
Subplot(2,2,4)
Plot(t,x)
Axis ([0 2 -3 3])
```

نتائج الرسم تظهر في الشكل (9-47) أعرض مجموعة الرسومات للمشرف عنك الذي سيقدر عملك وسيخبرك أنها متشابهه للبيانات الأولية التي قمنا بمعرفتها من خلال الزبائن المنافسين . حالياً المشكلة هي تصميم أو بناء المرشح الرقمي حيث يقوم بإزالة الضوضاء والتداخل مع الحفاظ على شكل وخصائص الموجة.

بدايةً عند استخدام مرشح القطع الرقمي لإلغاء تداخل الموجة الجيبية $60H_z$ المعادلة (9-58) تظهر أن باستخدام $d = 50$ ، $f_s = 6000$ نستطيع تحقيق مرشح القطع مع ربح يساوي الصفر بشكل دقيق $60H_z$ (حقيقة هذا أحد الأسباب لاختيار تردد العينة بـ $6000H_z$، سبب آخر هو أن $6000H_z$ ضعف أعلى تردد متوقع للضوضاء الصوتية . الخرج $z(n)$ لمرشح القطع يعطى بجزء $x(n)$ كالتالي :

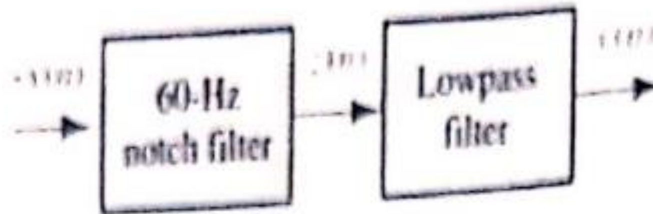


الشكل (9-47)

أيضاً انت بحاجة إلى مرشح تمرير منخفض للحد من الضوضاء الصوتية ويمكن أن تستخدم مرشح منخفض الذي تم مناقشته سابقاً .و بسبب انك لا ترغب في إبطال مرشح التمرير المنخفض لمكونات الإشارة. فإن عليك إختيار تردد القطع حوالي $50H_z$ لمرشح RS ذا التمرير المنخفض تردد القطع هو $f_B = \frac{1}{2\Pi RC}$

نوجد ثابت الزمن وذلك بالتعويض عن القيم نجد أن :-

$$\tau = RC = \frac{1}{2\Pi f_B} = \frac{1}{2\Pi(50)} = 3\cdot 183ms$$



الشكل (9-48)

ثابت الربح للمرشح الرقمي المكافئ (التقريبي) يعطى بالمعادلة (9-56)

$$a = \frac{\tau/T}{1+\tau/T} = \frac{3 \cdot 183 \times 10^{-3} \times 6000}{1+3 \cdot 183 \times 10^{-3} \times 6000}$$

وبالتعويض في المعادلة (9-55) نجد معادلة التعريف لمرشح التمرير المنخفض

$$y(n) = 0 \cdot 9503 y(n-1) + 0 \cdot 0497 z(n)$$

مخطط مفهوم للمرشح الرقمي موضح في الشكل (9-48) . أولاً مرشح القطع يعالج خرج المتحسس المحاكي $x(n)$ يزيل تداخل 60HZ الناتج في $z(n)$. بعد ذلك مرشح التمرير المنخفض يعالج $z(n)$ لإزالة الضوضاء الصوتية الناتجة من الخرج الأخير $y(n)$.

بعد ذلك نقوم باستخدام الأوامر التالية للمرشح المحاكي لمتحسس لإشارة الخرج المتولدة سابقاً:-

```
For n = 51: 12001

Z(n) = (X(n) + X(n-50))/2

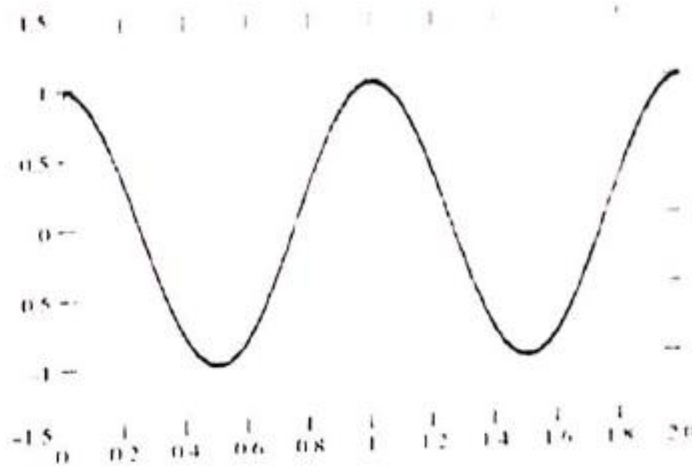
End

Y = zero (size(z));

For n = 2:12001
```

```
Y(n) = 0,9503 * Y(n-1) + 0,0497 * Z(n);
End
Plot(t,y)
```

نتيجة الخرج موضحة في الشكل (9-49). الخرج تقريباً يبدأ من 1Hz مع وجود ضوضاء قليلة باقية .



الشكل (9-49)

أحياناً المعرفة المحدودة للهندسة الكهربائية تزودك بفكرة عـن الأمـور الإضافيـة والمطلوبة لتحقيق النجاح في أي مجال من مجالات الهندسة.

الخلاصة Summary

1- الفكرة الأساسية لنظرية فورير هي إمكانية توليد أي إشارة بواسطة جمع موجات جيبيه له سعات وترددات وطور مناسبة .

2 - في التأثير المرشح يحول إشارة الدخل إلى مركبات جيبيه مختلفة في السعة والطـور كل مركبة تعتمد على التردد ومجموع المركبات ينتج إشارة الخرج غالبـاً تسـتخدم المرشح لتمرير المركبـات ذات المـدى الـترددي المطلـوب دون تغـير في السـعة أو الطور ويرفض مركبات الترددات الأخرى .

3- دالة التحويل لدائرة المرشح هو ضابط الطور الخارج مقسوماً على دخل ضابط الطور كدالة تردد. دالة التحويل هي قيمة موكبة توضح كيفية تأثير السعة والطور لمركبات الدخل المارة في المرشح .

4- نستخدم تحليل الدوائر مع ضابط الطور و المعاوقة المعقدة لإيجاد دالة التحويل للدائرة المعطاة.

5- يوصف مرشح الدرجة الأولى بتردد نصف القدرة.

6- قيمة دالة التحويل تحول إلى ديسبل بأخذ 20 مرة للوغاريتم الطبيعي للقيمة .

7- يوصل جزئي مرشحين بتوصيل الخرج الأول إلى الدخل للثاني . دالة التحويل الكلية للتوصلة المقاضية هي حاصل ضرب التحويل لكلا المرشحين .

وإذا تحولت دالة التحويل إلى ديسبل تكون دالة التحويل الكلية هي حاصل جمع الربط المتعاقب .

8- في مقياس التردد اللوغاريتمي التردد بضرب بعامل للزيادة في الطور على المحور والعشر decade هو المدى للترددات كنسبة بين التردد الأعلى إلى التردد الأقل هو عشرة. الثماني octave هو من اثنين إلى واحد تغير في التردد.

9- الرسوم الدالة توضح السعة لدالة الشبكة بالديسبل وهي تعاكس التردد مستخدماً مقياس اللوغاريتم للترددي.

10- الرسوم الدالة لمرشح الدرجة الأولى يقترب من خط مستقيم مقارب. في حالة مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الأولى ميل دالة التحويل يتجه أسفل عند $20dB/_{decade}$ للترددات التي أعلى من تردد نصف القدرة. للمرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى ميل قيمة دالة التحويل عند $20dB/_{decade}$ قبل تردد القطع.

11- العوامل المهمة لدوائر الرنين المتولية والمتوازية هم تردد الرنين وعامل النوعية للأنواع الأخرى المعاوقة هي المقاومة الحقيقية عند تردد القطع.

دوائر عامل النوعية العالي لها استجابة أكبر بكثير من في القيمة من المصادر المشتقة.

12- تقسم المرشحات إلى تمرير عالي ومنخفض وتمرير نطاق ومرشح رفض النطاق، المرشحات المثالية لها ربح (قيمة دالة التحويل) ثابت(لا تساوي الصفر) في مرشح تمرير النطاق أما في رفض النطاق يكون ربح الصفر .

13- دوائر الرنين المتوالية تستخدم كصيغة المرشحات للأنواع الأربعة.

14- مرشحات الدرجة الثانية توصف بتردد الرنين وعامل النوعية.

15- باستخدام معالجة الإشارة الرقمية DSP لمرشح الإشارة ، إشارة الدخل التماثلية $x(t)$ تحول إلى صيغة رقمية (أرقام متسلسلة) بواسطة محول تماثلي إلى رقمي (ADC) الحاسب الرقمي يستخدم إشارة الدخل المرقمة لحساب التسلسل للقيم لإشارة الخرج وأخيراً(إذا كان مطلوب) القيم المحسوبة تحول إلى تماثلية بواسطة محول رقمي وتماثلي (DAC) لإيجاد إشارة الخرج $y(t)$

16- إذا لم تحتوي الإشارة على مركبات تردد أعلى من f_H. الإشارة بالضبط تعيد بناءها من العينات يجب أخذ نسبة العينة f_S أعلى من ضعف f_H.

17- المرشحات الرقمية المكافئة المتشابهة يمكن إيجادها من مرشحات RLC.

الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين

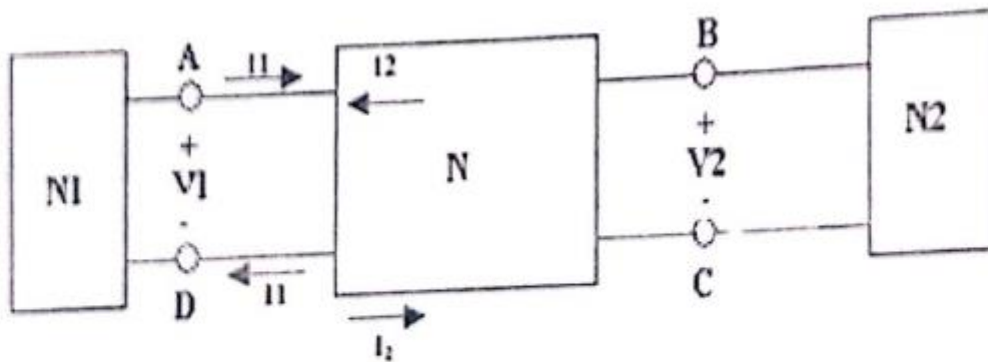
Two Port Networks

الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين Tow port networks

1-10 النهايات والأطراف:

في شبكة ثنائية الأطراف (two terminal network) العلاقة بين الفولتية والتيار هي المانعة الكهربائية Z= V/I .في الشبكات ذات أربع الأطراف، إذا تم ربط كل زوج من الأطراف بشكل منفصل إلى دائرة أخرى كما في الشكل (1-10) فإن المتغيرات الأربعة هي v2,v1,i2, i1 وتكون العلاقة بينهما بمعادلتين تسمى الخصائص الطرفية (Terminal characteristics) هذه المعادلتين مع الخصائص الطرفية من الدوائر المرتبطة. تزودنا بعد المعادلات الضرورية لحل المعادلات للمتغيرات الأربعة



الشكل(1-10)

2-10 بارمترات -Z: (Z- Parameters)

يمكن كتابة الخصائص الطرفية لشبكة ذات منفذين (Two-port network) ذات عناصر خطية ومصادر معتمدة في مجال S كالاتي

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \qquad (10\text{-}1)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

المعادلات Z_{ij} لها وحدات المعاوقة الكهربائية وتسمى بارمترات الشبكة (Z-Parameters). بارمترات-Z تسمى أيضا معاملات الممانعة المفتوحة لأنها تقاس عند طرف واحد بينهما يكون الطرف الأخر مفتوح (open) وهي كالأتي

$$Z_{11} = \frac{v_1}{i_1}\Big|_{i_2=0}$$

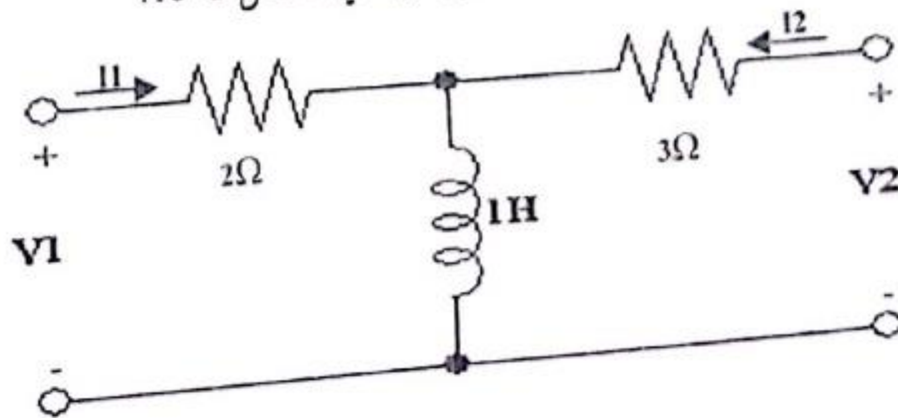
$$Z_{12} = \frac{v_1}{i_1}\Big|_{i_1=0} \qquad (10\text{-}2)$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$

مثال 1-10:

جد بارمترات-Z للدائرة ذات منفذين المبينة في الشكل 2-10.



الشكل (2-10)

الحل:-

نطبق KVL حول الحلقتين في الشكل (2-10) حيث أن التيارين هما I1 و I2 للحصول على

$$V1 = 2I1 + S(I1 + I2) = (2 + S)I1 + SI2 \qquad (10\text{-}3)$$

$$V2 = 3I2 + S(I1 + I2) = SI1 + (3 + S)I2$$

بمقارنة (1) و (3)، يمكن إيجاد البارمترات-Z الدائرة كالآتي

$$Z11 = S + 2$$

$$Z12 = Z21 = S \qquad (10\text{-}4)$$

$$Z22 = S + 3$$

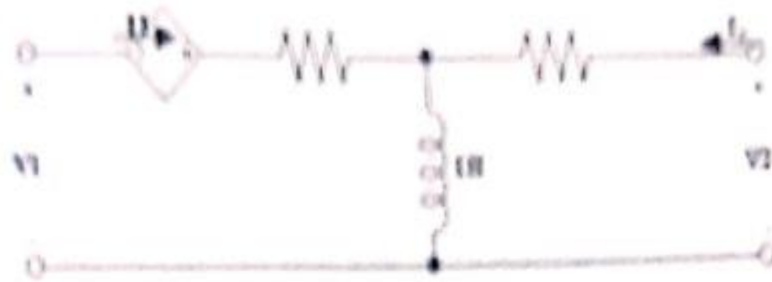
لاحظ أن Z12= Z21 .

الشبكات المتبادلة وغير المتبادلة: Reciprocal and Nonreciprocal Network

الشبكة ذات منفذين تسمى (Reciprocal) إذا كانت الممانعة التحويلية متساوية إي أن $Z_{21}=Z_{12}$. ولذلك في الشبكة ذات منفذين المتبادلة مع تيار I يغـذي منفذ واحد. فولتية الدائرة المفتوحة (Open circuit voltage)عند المنفذ الأخر تكون نفسها، بهدف النظر عن المنافذ . الفولتية تساوي V=Z12 I= Z21I. الشبكات التي تحتوي على مقاومات،ملفات ومكثفات متبادلة بصورة عامة . الشبكات التي لها مصادر تابعة (dependent sources) هي بصورة عامة غير متبادلة. (انظر المثال 2-10).

مثال 2-10:

دائرة ذات منفذين كما في الشكل 3-10 تحتوي على مصدر فولتية تابع للتيار. جد بارمترات-Z .



الشكل (3-10)

الحل:-

كما في المثال 1-10، نطبق KVL حول الحلقتين .

$$V1 = 2I1 - I2 + s(I1 + I2) = (2 + s)I1 + (s - 1)I2$$

$$V2 = 3I2 + s(I1 + I2) = sI1 + (3 + s)I2$$

وتكون بارمترات- Z كالآتي

$$Z11 = s+2 \qquad (10\text{-}5)$$

$$Z12 = s - 1$$

$$Z21 = s$$

$$Z22 = s+3$$

$$Z_{12} \neq Z_{21}$$

مع المصدر التابع في الدائرة، فإن الدائرة ذات المنفذين غير متبادلة.

3-10 مكافئ-T للشبكات المتبادلة (T-Equivalent of Reciprocal Networks)

يمكن تمثيل الشبكة المتبادلة بواسطة -T- المكافئ كما موضح في الشكل مكافئ- T في 4-10. يمكن إيجاد Za ، Zb، Zc من بارمترات- Z كالآتي

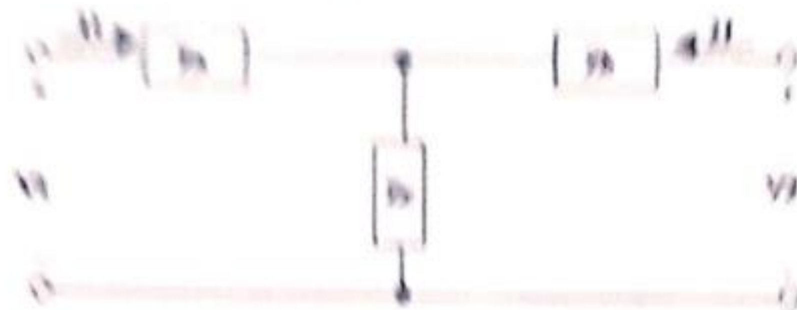
$$Za = Z11 - Z12 \qquad (10\text{-}6)$$

$$Zb = Z22 - Z21$$

$Z_c = Z_{12} = Z_{21}$

وليس بالضرورة أن تكون دائرة T الشبكة التالية التبادلية (Reciprocal)

مثال 4-10 جد بارمترات Z للشكل (4-10)



الشكل (4-10)

الحل :-

مرة أخرى نطبق KVL للحصول على:

$$V_1 = Z_aI_1 + Z_c(I_1 + I_2) = (Z_a + Z_c)I_1 + Z_cI_2$$

$$V_2 = Z_bI_2 + Z_c(I_1 + I_2) = Z_cI_1 + (Z_b + Z_c)I_2 \qquad (10\text{-}7)$$

بمقارنة المعادلات (1) و(7)، نجد Z- بارمترات

$$Z_{11} = Z_a + Z_c$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_c \qquad (10\text{-}8)$$

$$Z_{22} = Z_b + Z_c$$

4-10 بارمترات Y- ،Y- Parameters

يمكن كتابة الخصائص الطرفية، كما في المعادلة (9) حيث يتم التعبير عن I1 و I2 بدلالة V1 و V2.

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \qquad (10\text{-}9)$$

لذا المعاملات Yij هنا وحدات توصيلية وتسمى بارمترات Y أو بارمترات التوصيلية لدائرة القصر (Short- Circuit admittance) لأنها تقاس عند منفذ في حين يكون المنفذ الآخر دائرة قصر (Short circuit) . و تكون بارمترات Y

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

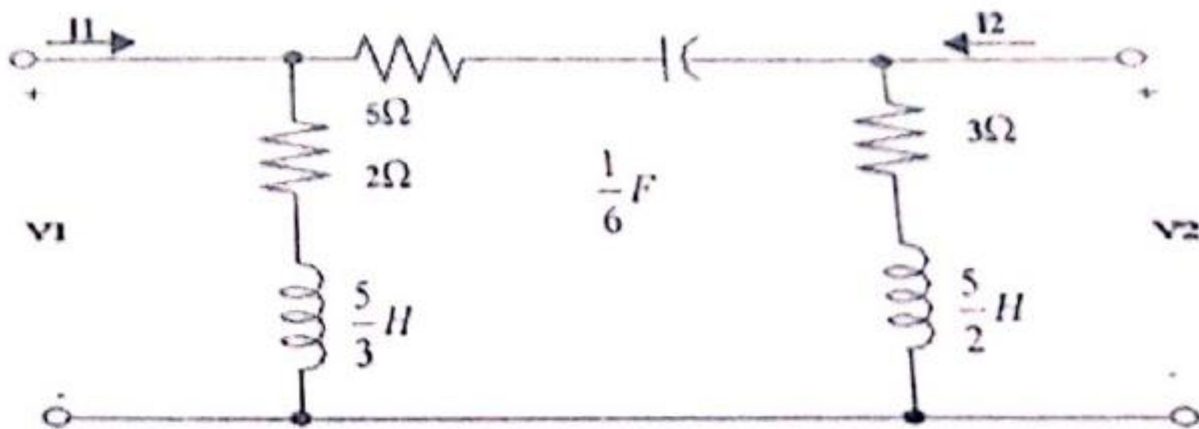
$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad (10\text{-}10)$$

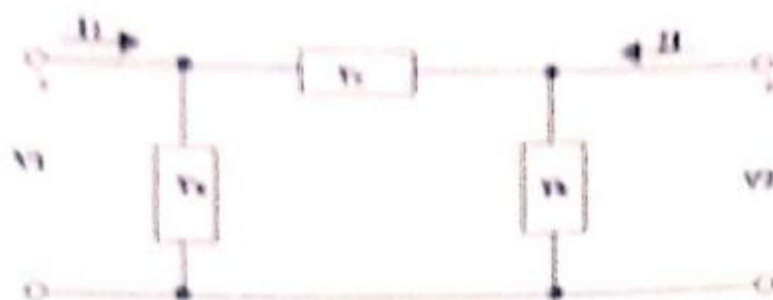
$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

مثال 4-10:

جد بارمترات Y من الدائرة في الشكل (5-10).



الشكل(5- 10)



الشكل (6-10)

الحل :-

نطبق KCL إلى دخل وخرج العقد،للملائمة نعين التوصيلية للفروع الثلاث بـ(Yc,Yb,Ya) كما في الشكل 6-10 لذلك،

$$Y_a = \frac{1}{2+5_s/3} = \frac{3}{5_s+6}$$
$$Y_b = \frac{1}{3+5_s/2} = \frac{2}{5_s+6} \qquad (10-11)$$
$$Y_c = \frac{1}{5+6/2} = \frac{S}{5_s+6}$$

وتكون معادلات العقد (node equations)

$$I1 = V1Ya + (V1 - V2)Yc = (Ya + Yc)V1 - YcV2$$
$$I2 = V2Ya + (V2 - V1)Yc = -YcV1 + (Yb + Yc)V2 \qquad (10-12)$$

وبمقارنة المعادلات (9) مع (12) ، نحصل على

$$Y11 = Ya + Yc$$
$$Y12 = Y21 = -Yc \qquad (10-13)$$
$$Y22 = Yb + Yc$$

وبالتعويض عن Ya ،Yc و Yb للمعادلة (11) في المعادلة (13)، نجد

$$Y_{11} = \frac{S+3}{5S+6}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-S}{5S+6} \qquad (10\text{-}14)$$

$$Y_{22} = \frac{S+2}{5S+6}$$

بما أن Y21=Y12 ، فان الدائرة ذات المنفذين متبادلة .

10-5 مكافئ – PI للشبكات المتبادلة

PI-Equivalent of Reciprocal Networks

الشبكة المتبادلة قد تشكل بواسطة مكافئ pi- الموضح في الشكل 6-10 . العناصر الثلاث لشبكة المكافئ – pi يمكن إيجاد بالحل العكسي .

نجد أولا بارمترات- Y من الشكل (6-10)ومن (10) لدينا

Y11 = Ya + Yc [شكل (10-7(a)]

Y21 = -Yc [شكل (10-7(b)]

Y21 = -Yc [شكل (10-7(a)]

Y22 = Yb+Yc [شكل (10-7(b)]

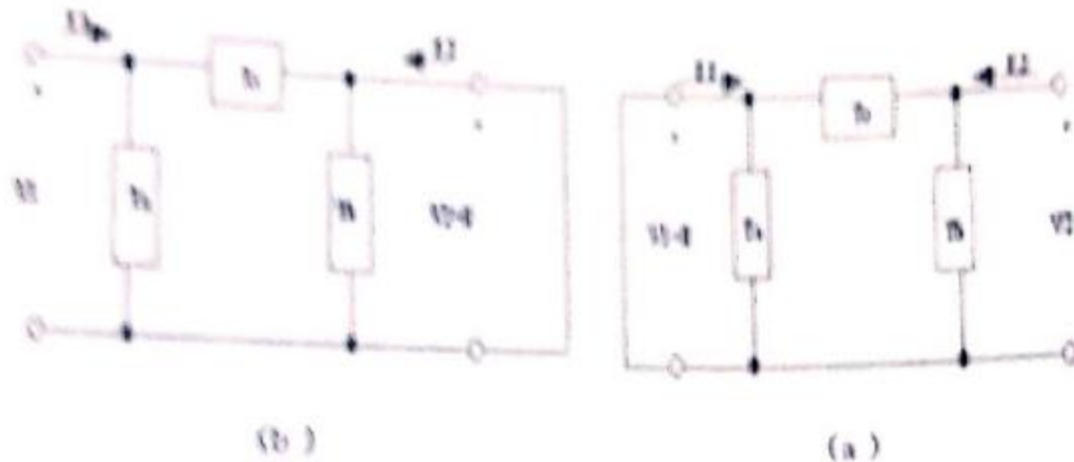
والتي منها نحصل على

$$Ya = Y11 + Y12$$

$$Yb = Y22 + Y12 \qquad (10\text{-}16)$$

$$Yc = -Y12 = -Y21$$

وليس بالضرورة أن تكون شبكة مكافئ PI قابلة للتحقيق.



الشكل (10-7)

10-6 تطبيقات الخصائص الطرفية، Application of terminal characteristics

إن المتغيرات الطرفية الأربعة I1 و I2 ، V1 و V2 في شبكة ذات منفذين مرتبط بالمعادلات (1) أو (9). وبربط الدائرة ذات المنفذين كما موضح في الشكل 10.1 نجد معادلتان إضافيتان وتحل المعادلات الأربعة نحصل على I1 ، I2 ، V1 و V2 بدون معرفة التركيب الداخلي للدائرة .

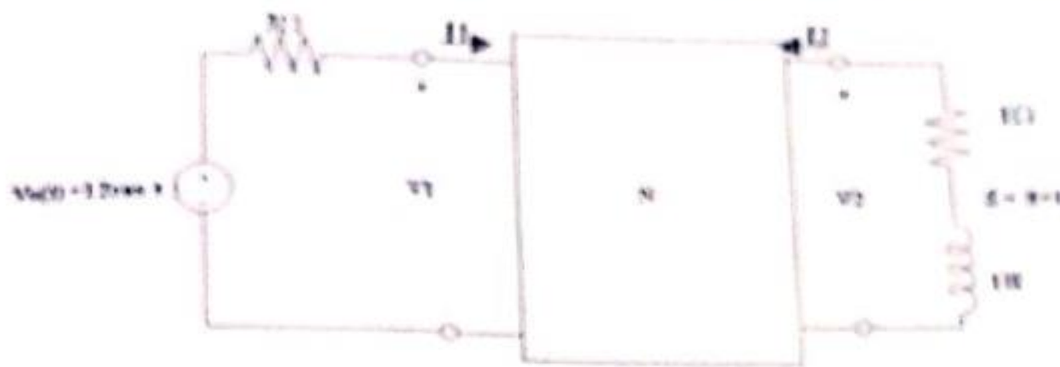
مثال 5-10:

بارمترات-Z لشبكة ذات منفذين هي

$Z11 = 2s + 1/s \qquad Z12 = Z21 = 2s \qquad Z22 = 2s + 4$

الشبكة مربوطة إلى المصدر و الحمل كما موضح في الشكل (8-10).

جد I1 ، I2 ، V1 و V2 .



الشكل (8-10)

الحل :-

الخصائص الطرفية معطاة بالمعادلات التالية:

$$V1 = (2s + 1/s)I1 + 2sI2$$

$$V2 = 2sI1 + (2s + 4)I1 \qquad (10\text{-}17)$$

التمثيل الطوري للفولتية VS(t) تكون VS =12V مع S=j ، من KVL حول حلقات الدخل والخرج لحصل على معادلتين أضافية (18)

$$VS = 3I1 + V1$$

$$0 = (1 + s)I2 + V2 \qquad (10\text{-}18)$$

بتعويض S=j و VS=12 من المعادلة (17) في المعادلة (18) لحصل على

$$V1 = jI1 + 2JI2$$

$$V2 = 3jI1 + (4 + 2j)I2$$

$$12 = 3I1 + V1$$

$$0 = (1 + j)I2 + V2$$

والتي فيها نجد أن

$I_1 = 1.20\angle 10.20$ $\qquad$ $I_2 = 1.13\angle 131.20$

$V_1 = 2.88\angle 37.50$ $\qquad$ $V_2 = 1.6\angle 93.80$

10-7 التحويل بين البارمترات Z و بارمترات Y

Conversion Between Z-and Y-parameters

يمكن ايجاد البارمترات – Y من البارمترات – Z بواسطة حل المعادلة (1) لإيجاد I1 و I2.

وبتطبيق قانون كرامر (Cramer's rule) على المعادلة (1) ، نحصل على

$$I_1 = \frac{Z_{22}}{D_{ZZ}} V_1 - \frac{Z_{12}}{D_{ZZ}} V_2$$

$$I_2 = \frac{-Z_{21}}{D_{ZZ}} V_1 + \frac{Z_{11}}{D_{ZZ}} V_2 \qquad (10-19)$$

حيث ان $D_{ZZ} = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$

يكون المحدد من المعادلات في (1). بمقارنة (19) مع (9) نملك

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D_{ZZ}}$$

$$Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{D_{ZZ}}$$

$$Y_{21} = \frac{-Z_{21}}{D_{ZZ}} \qquad (10-20)$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D_{ZZ}}$$

البارمترات– Z معطاة ولكن تكون البارمترات– Y موجودة ، يجب أن تكون المحددة DZZ لا تساوي صفر .

وبالعكس، البارامترات Y معطاة، البارامترات Z تكون

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D_{YY}}$$

$$Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{D_{YY}}$$

$$Y_{21} = \frac{-Z_{21}}{D_{YY}} \qquad (10\text{-}21)$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D_{YY}}$$

حيث أن $D_{YY} = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$ هي محددة الثوابت في (9). لكي تكون البارامترات Z للدائرة ذات طرفين مشتقة بارمترات Y لها ، D_{YY} يجب أن لا تساوي صفر.

مثال10-6:

اشارة إلى المثال 10.4 جد البارمترات Z للدائرة في الشكل (10-5) من البارمترات Y الخاصة بها.

الحل:-

يمكن إيجاد البارمترات Y للدائرة وكالاتي

$$Y_{11} = \frac{S+3}{5S+6} \qquad Y_{12} = Y_{21} = \frac{-S}{5S+6} \qquad Y_{22} = \frac{S+2}{5S+6}$$

وبالتعويض في (21) حيث $D_{YY} = 1/(5S+6)$ نحصل

$$Z11 = S + 2$$

$$Z12 = Z21 = S \qquad (10\text{-}22)$$

$$Z22 = S+3$$

البارمترات Z في (22) مطابقة إلى البارمترات Z للدائرة في الشكل (10-2) الدائرتين تكون مكافئة طالما الأطراف تكون مفتوحة، وهذا الشيء بواسطة التصميم. الشكل (10-2) هو مكافئ T للشكل (10-3) التكافؤ بين الشكل (10-2) و الشكل (10-3) يمكن تحقيقه مباشرة بتطبيق المعادلة (6) إلى البارمترات Z المعطاة في المعادلة (22) ليحصل شبكة مكافئ T

10-8 بارمترات h - : h-parameters

يمكن تمييز أو وصف دوائر ذات منفذين والأجهزة الالكترونية بالمعادلات التالية

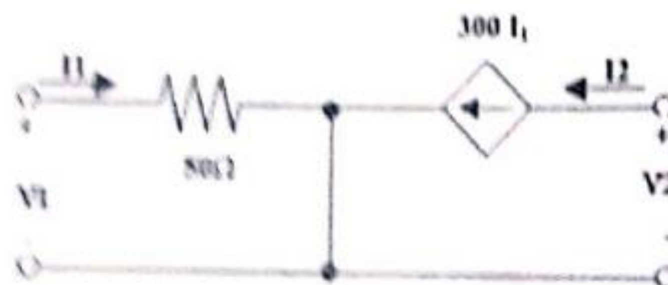
$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \qquad (10\text{-}23)$$

حيث المعاملات hij تسمى البارمترات الهجينة أو بارمترات h

مثال 10-7:

جد البارمترات - h للشكل (10-9)



الشكل (10-9)

الحل:-

هذا هو نموذج بسيط لترانزستور ثنائي الوصلة يعمل في المنطقة الخطية (Linear region of operation).

بالاستنتاج الخصائص الطرفية للشكل(10-9) تكون

$V1 = 50I1$ and $I2 = 300I1$

بمقارنة المعادلة (24) و المعادلة (23) نحصل على

$$h11 = 50 \quad h12 = 0 \quad h21 = 300 \quad h22 = 0 \quad (10\text{-}25)$$

10-9 بارمترات – g g-parameters

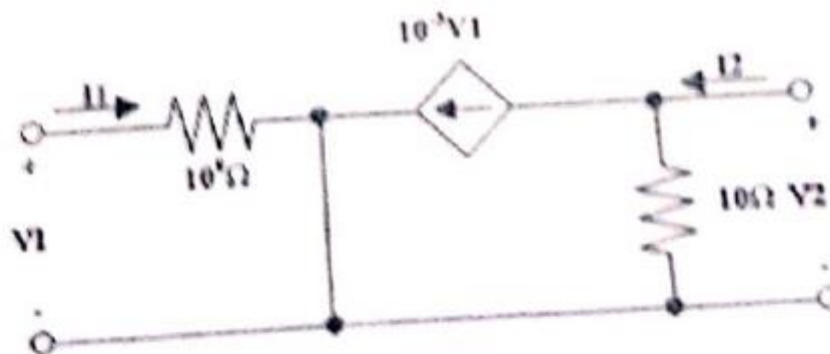
يمكن وصف الخصائص الطرفية لدائرة ذات منفذين و بمجموعة أخرى من البارمترات الهجينة معطاة في (26)

$$I1 = g11V1 + g12I2$$
$$V2 = g21V1 + g22I2 \qquad (10\text{-}26)$$

حيث عوامل [g] تسمى مقلوب الهجين أو بارمترات – g .

مثال 8-10:

أوجد البارمترات – g في الدائرة المبينة في الشكل (10-10) .



الشكل (10-10)

حل: هذا هو النموذج البسيط لترانزستور تأثير المجال في منطقة العمل الخطية. لإيجاد البارمترات- g ، نشتق أولا معادلة الطرف بتطبيق قانون كرشوف (kirchhoff's laws) عند الأطراف :

عند طرف الدخل : $V1 = 10^{9} I1$

عند طرف الخرج: $V2 = 10(I2-10^{-3} V1)$

أو

$$V_2 = 10I_2 - 10^{-2} V_1 \quad = 10^{9} I_1 \qquad (10\text{-}27)$$

بمقارنة المعادلات (27) و (26) نحصل على

$$g11 = 10^{-9} \quad g12 = 0 \quad g21 = -10^{-2} \quad g22 = 10 \qquad (10\text{-}28)$$

10-10 بارمترات الإرسال: Transmission parameters

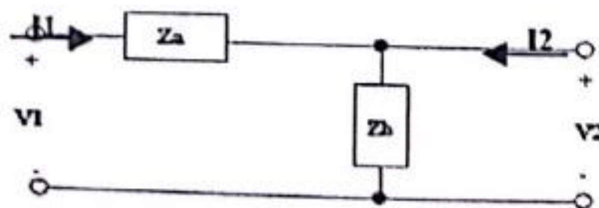
بارمترات الإرسال A ، B ، C و D تعبر عن تغيرات المصدر V1 و I1 المطلوب بدلالة وجود المتغيرات المستلم (Destination variables) V2 و I2 . ولذا تسمى ABCD أو بارمترات- T وتعرف بـ

$$V1 = AV2 - BI2 \qquad (10\text{-}29)$$

$$I1 = CV2 - DI2$$

مثال 10-9:

جد البارمترات - T للشكل (10-11) حيث Za و Zb لا تساوي صفر.



الشكل (10-11)

الحل :-

هذا نموذج بسيط لقطعة متزايدة من خط الإرسال. من(10-29) لدينا

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_s + Z_p}{Z_p} = 1 + Z_s Y_p$$

$$B = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = Z_s$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} = Y_p \qquad (10\text{-}30)$$

$$D = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} = 1$$

10-11 ربط الشبكات ذات المنفذين، Interconnecting Two – Port Networks

يمكن ربط الشبكات ذات المنفذين بعدة ترتيبات ، مثل على التوالي ، على التوازي أو بشكل متسلسل لكل شكل (ترتيب) هناك مجموعة من البارومترات التي تكون أكثر فائدة من الترتيبات الأخرى لوصف الشبكة .

ربط التوالي (Series Connection) الشكل (12-10) يوضح الاتصال المتوالي لشبكات ذات منفذين a و b مع بارومترات معاوقة الدائرة الكهربائية المفتوحة Za و Zb على التوالي . في هذا الترتيب، نستخدم البارمترات - Z لأنها مربوطة كاتصال التوالي لمعا وقتين كهربائيتين.

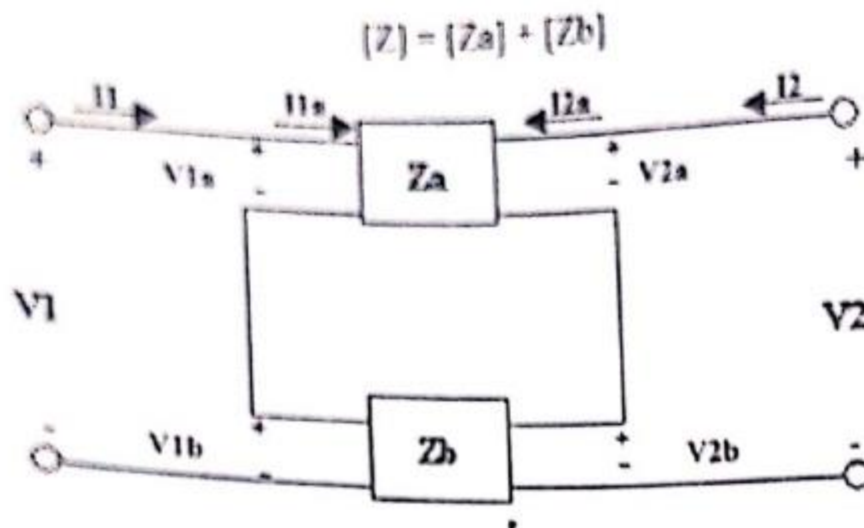
وتكون البارمترات - Z لربط التوالي :

$$Z11 = Z\,11,a + Z\,11,b$$

$$Z12 = Z12,a + Z12,b \qquad (10\text{-}31a)$$
$$Z21 = Z21,a + Z21,b$$
$$Z22 = Z22,a + Z22,b$$

أو شكل المصفوفة

$$[Z] = [Za] + [Zb]$$



الشكل (12-10)

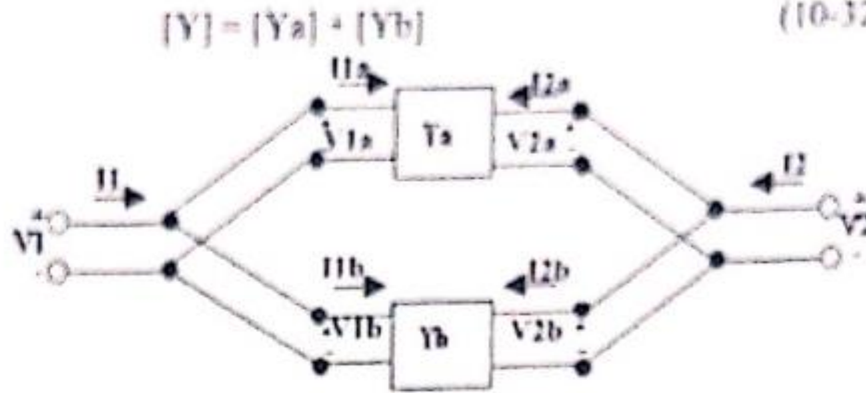
الربط المتوازي: **parallel connection**

الشكل (13-10) يوضح اتصال متوازي للشبكات ذات منفذين a وb بارمترات دخول دائرة القصر Ya و Yb . في هذه الحالة ، البارمترات - Y تكون ملائمة للعمل . البارمترات - Y للإيصال المتوازي يكون (انظر المسالة 10.11)

$$Y11 = Y11,a + Y11,b$$
$$Y12 = Y12,a + Y12,b$$
$$Y21 = Y21,a + Y21,b \qquad (10\text{-}32a)$$
$$Y22 = Y22,a + Y22,b$$

أو في شكل المصفوفة

$$[Y] = [Ya] + [Yb] \quad (10\text{-}32b)$$



الشكل (10-13)

الربط المتعاقب (المتسلسل): cascaded connection

الاتصال المتعاقب للشبكات ذات المنفذين a و b موضح في الشكل 14-10 . في هذه الحالة البارمترات - T تكون مناسبة جدا . البارمترات - T لمجموعة التعاقب .

$$A = AaAb + BaCb$$

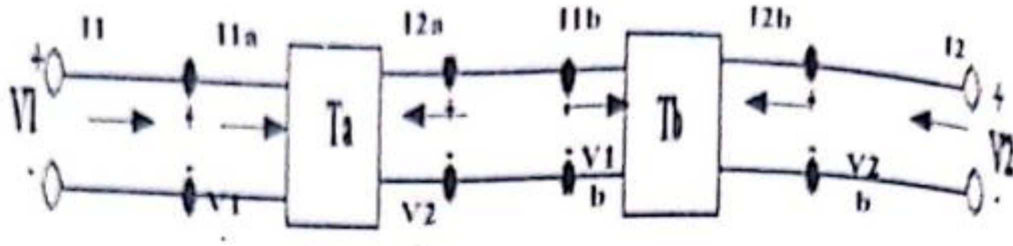
$$B = AaBb + BaDb \quad (10\text{-}33a)$$

$$C = CaAb + DaCb$$

$$D = CaBb + DaDb$$

أو في شكل المصفوفة ،

$$[T] = [Ta]\,[Tb] \quad (10\text{-}33b)$$



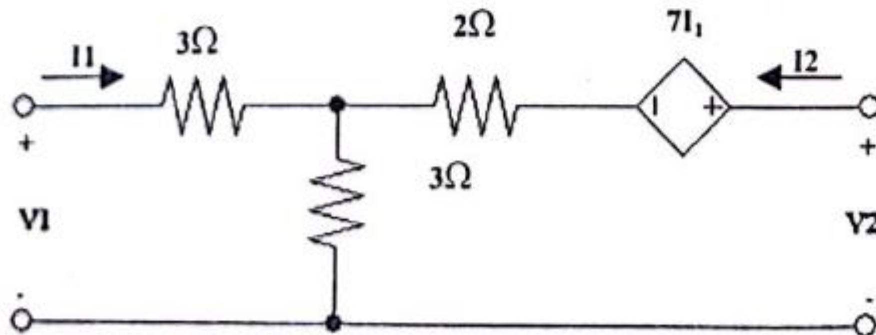
الشكل (10-14)

10-12 اختيار نوع البارمترات: Choice of parameter type

ما أنواع البارمترات التي تكون ملائمة لتعطي أفضل وصف لشبكة ذات منفذين أو جهاز ؟ عدة عوامل تؤثر على اختيار البارمترات . (1) من المحتمل إن بعض أنواع البارمترات غير موجودة و غير معرفة مطلقا .(أنظر المثال 10.10). (2) بعض البارمترات تكون ملائمة للعمل عند ربك الشبكة إلى الشبكات الأخرى . وبهذا الاعتبار، وبتخويل الشبكة ذات منفذين إلى مكافئ – Tأو مكافئ – PI وبعد ذلك نطبق التحليل المألوف ، مثل تخفيض العنصر و تجزئة التيار . يمكن أن نخفض كثيرا و نبسط الدائرة العامة . (3) لبعض الشبكات أو الأجهزة ، نوع معين من البارمترات يعطي دقة حسابية أفضل و حساسية أفضل عند الاستعمال ضمن الدائرة المربوطة.

مثال 10-10:

جد البارمترات – Z و Y من الشكل(10.15) .



الشكل (10-15)

نطبق KVL إلى حلقات الدخل والخرج . لذلك

حلقة الدخل : $V1 = 3I1 + 3(I1 + I2)$

حلقة الخرج : $V2 = 7I1 + 2I2 + 3(I1 + I2)$

أو

(10-34) $V1 = 6I1 + 3I2$ و $V2 = 10I1 + 5I2$

بمقارنة (34) و (2) نحصل على

$Z22 = 5$ $Z21 = 10$ $Z12 = 3$ $Z11 = 6$

البارمترات – Y تكون ليست معروفة لان تطبيق الطريقة المباشرة في (10) أو التحويل من البارمترات – Z ينتج

$D ZZ = 6(5) - 3(10) = 0$

10-13 خلاصة البارمترات و التحويل الطرفي

Summary of Terminal Parameter and Conversion

تُعرف البارمترات الطرفية بالمعادلات التالية

بارمترات -Z	بارمترات – h	بارمترات -T
$V1 = AV2 - BI2$	$V1 = h11I12V2$	$V1 = Z11I1 + Z12I2$
$I1 = CV2 - DI2$	$I1 = h21I1 + h22V2$	$V2 = Z21I1 + Z22I2$

بارمترات- g

$I1 = g11V1 + g12I2$

$V2 = g21V1 + g22I2$

بارمترات – Y

$I1 = Y11V1 + Y12V2$

$I2 = Y21V1 + Y22V$

$[I] = [Y] + [V]$

الجدول 1-10 يلخص التحويل بين البارامترات T- ،h ،g ،Y وZ. لكي يكون التحويل ممكن فان محدد البارامترات المصدر يجب أن لا يساوي الصفر .

جدول1-10

	Z		Y		h		g		T	
Z	Z_{11}	Z_{12}	$\frac{Y_{22}}{D_Y}$	$\frac{-Y_{12}}{D_Y}$	$\frac{D_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$\frac{-g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{D_T}{C}$
	Z_{21}	Z_{22}	$\frac{-Y_{21}}{D_Y}$	$\frac{Y_{11}}{D_Y}$	$\frac{-h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{D_g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$
Y	$\frac{Z_{22}}{D_Z}$	$\frac{-Z_{12}}{D_Z}$	Y_{11}	Y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$\frac{-h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{D_g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$\frac{-D_T}{B}$
	$\frac{-Z_{21}}{D_Z}$	$\frac{Z_{11}}{D_Z}$	Y_{21}	Y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{D_h}{h_{11}}$	$\frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$\frac{-1}{B}$	$\frac{A}{B}$
h	$\frac{D_Z}{Z_{22}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{D_g}$	$\frac{-g_{12}}{D_g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{D_T}{D}$
	$\frac{-Z_{21}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$	$\frac{D_Y}{Y_{11}}$	h_{21}	h_{22}	$\frac{-g_{21}}{D_g}$	$\frac{g_{11}}{D_g}$	$\frac{-1}{D}$	$\frac{C}{D}$
g	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{D_Y}{Y_{22}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{22}}$	$\frac{h_{22}}{D_h}$	$\frac{-h_{12}}{D_h}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$\frac{-D_T}{A}$
	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{D_Z}{Z_{11}}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$	$\frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{-h_{21}}{D_h}$	$\frac{h_{11}}{D_h}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$
T	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{D_Z}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{-D_h}{h_{21}}$	$\frac{-h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B
	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-D_Y}{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{-h_{22}}{h_{21}}$	$\frac{-1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{D_g}{g_{21}}$	C	D

(مسائل محلولة)

10.1 جد البارمترات – Z للدائرة في الشكل ((a) 16-10) ؟

الحل:

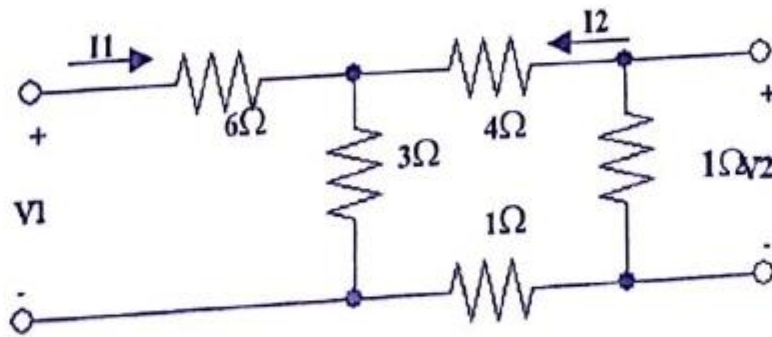
يمكن إيجاد Z11 و Z21 بربط المصدر إلى المنفذ ≠1 وترك المنفذ 2 مفتوح [الشكل (b) 16-10] .

تنتج مجموعة التوازي و التوالي للمقاومات مايلي

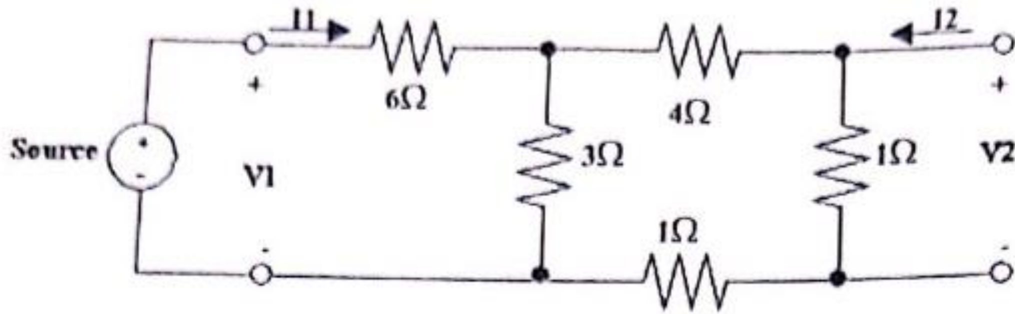
$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}|I_{2-10} = 8 \quad و \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}|I_{2=0} = \frac{1}{3}$$

بنفس الطريقة يمكن إيجاد Z22 و Z12 بربط المصدر إلى المنفذ ≠1 وترك المنفذ ≠2 مفتوح

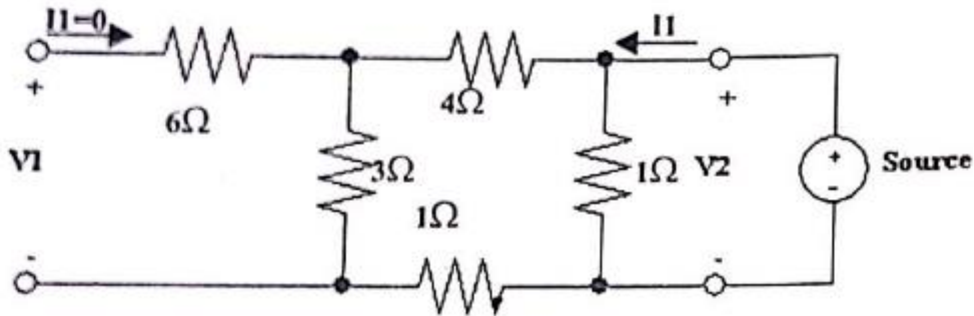
(الشكل (C 16-10)).



(a)



(b)



(c)

الشكل (10-16)

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}|I_{1=0} = \frac{1}{3}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}|I_{1=0} = \frac{8}{9}$$

الدائرة المتبادلة لان Z12 =Z21.

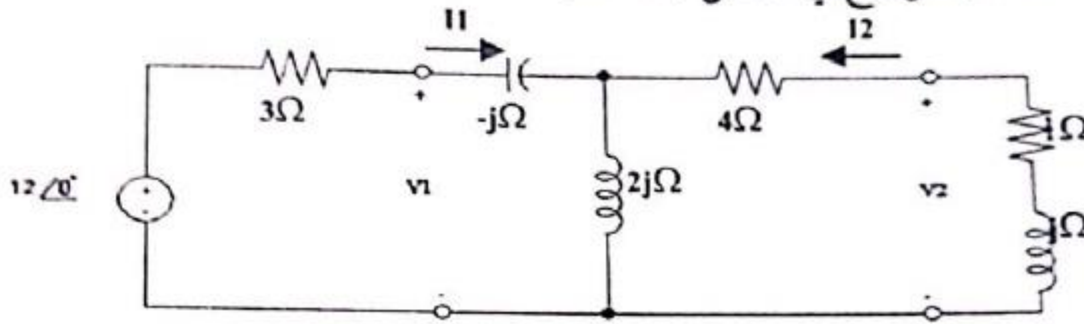
10.2 البارمترات لشبكة ذات منفذين N معطى بالمعادلات التالية :

Z11 = 2S + 1/S　　　Z12 = Z21 = 2S　　　Z22 = 2S +4

أوجد مكافئ – T لـ N . (b) ربطت الشبكة N إلى المصدر وحمل كما موضح في الشكل (8-10). استبدل N بمكافئ -T لها و ثم أكمل الحل لإيجاد الفروع الثلاث لشبكة المكافئ – T(شكل 4-13) هي

$$Z_a = Z_{11} - Z_{12} = 2S + \frac{1}{S} - 2S = \frac{1}{S}$$
$$Z_b = Z_{22} - Z_{12} = 2S + 4 - 2S = 4$$
$$Z_c = Z_{12} = Z_{21} = 2S$$

b) المكافئ -T لـ N ، ربط الدخل و الخرج .كما موضح في مجال الطور Phasor (domain) موضح في الشكل (17-10).

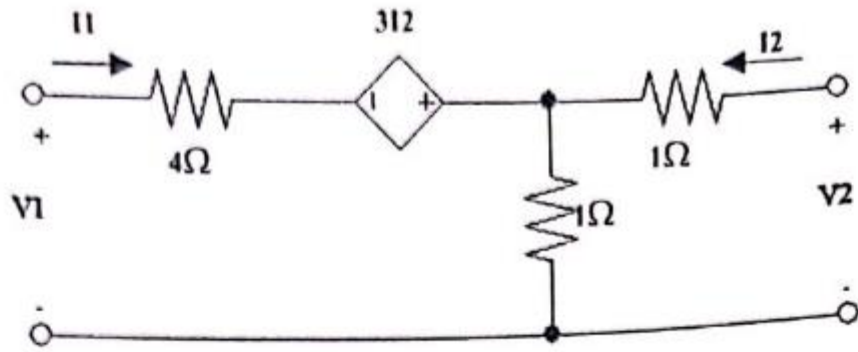


الشكل (17-10)

بتطبيق تقنيات التحليل المالوفة، المتضمنة تخفيض العنصر وتجزئة التيار، للشكل (17-10) نجد V2 ،V1 ،i2 i1 .

في مجال الطور	في مجال الزمن
I1 =3.29 cos (t-10.2)	$I1 = 3.29\angle -10.20$
I2 = 1.13 cos (t-131.2)	$I2 = 1.13\angle -131.20$
V1 = 2.88 cos (t-37.5)	$V1 = 2.88\angle 37.50$
V2 = 1.6 cos (t + 93.8)	$V2 = 1.6\angle 93.80$

10.3 جد البارمترات Z للشكل ذات المنفذين في الشكل (18-10).



الشكل (10-18)

بتطبيق KVL على منافذ الدخل و الخرج نحصل على المعادلات التالية

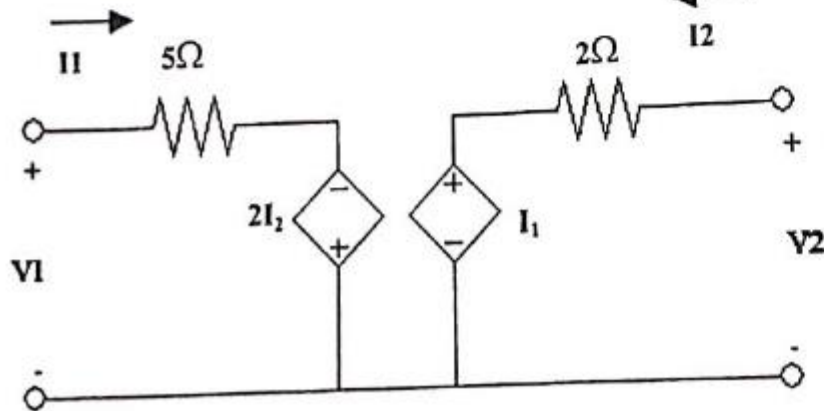
منفذ الدخل : $V1 = 4I1 - 3I2 + (I1+I2) = 5I1 - 2I2$

منفذ الخرج : $V2 = I2 + (I1+I2) = I1 + 2I2$

بتطبيق (2) للمعادلات أعلاه نحصل على

$Z21 = 1$ و $Z12 = 2$, $Z12 = 5$, $Z22 = 2$

10.4 جد البارمترات – Z للشبكة ذات منفذين للشكل (10-19) وقارن النتائج بتلك للمسألة 13.3.



الشكل (10-19)

KVLيعطي $V2 = I1 + 2I2$ و $V1 = 5I1 - 2I2$

المعادلات أعلاه مماثلة مع الخصائص الطرفية التي حصلنا عليها للشبكتان متكافئتان.

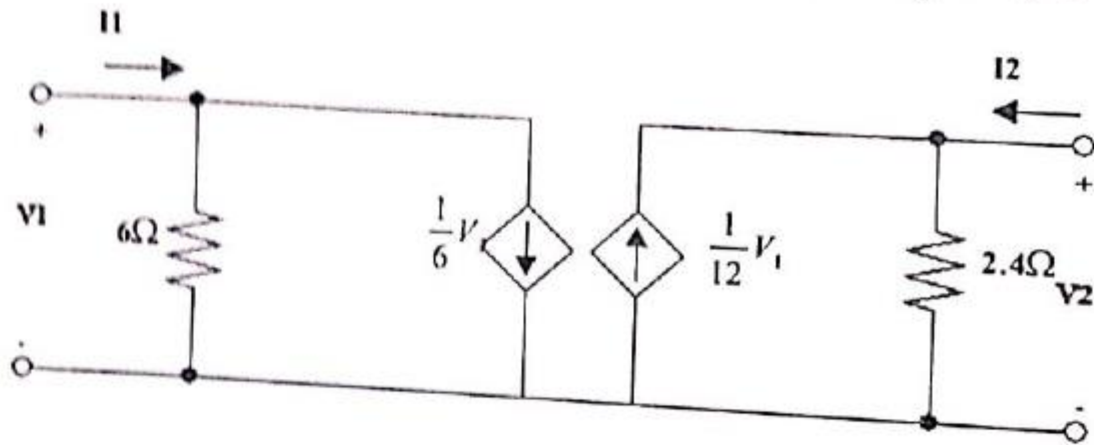
10.5 جد البارمترات -Y للشكل (10-19) مستخدما بارمترات -Z .

من المسألة 10.4 ، Z22= 2   Z21 = 1,   Z11 = 5, Z12 = -2,

بما أن ، DZZ = Z11Z22 – Z12Z21 = (5)(2) – (-2)(1) =12

$$Y_{11}=\frac{Z_{22}}{D_{ZZ}}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6} \quad Y_{12}=\frac{-Z_{12}}{D_{ZZ}}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6} \quad Y_{21}=\frac{-Z_{21}}{D_{ZZ}}=\frac{-1}{12} \quad Y_{22}=\frac{Z_{11}}{D_{ZZ}}=\frac{5}{12}$$

10.6. جد البارمترات -Y للشبكة ذات منفذين في الشكل (10-20) ووضح ان الشبكات في الشكلين 10-19 و 10-20 متكافئة.



الشكل (10-20)

بتطبيق KCL عند المنافذ للحصول على الخصائص الطرفية و البارمترات-Y .

لذلك

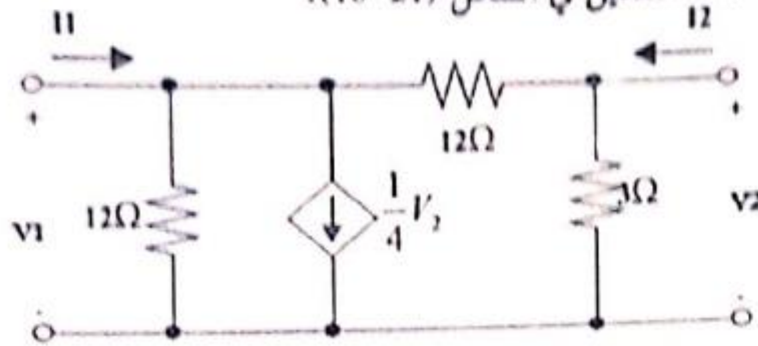
منفذ الدخل : $I_1 = \frac{V_1}{6} + \frac{V_2}{6}$

منفذ الخرج: $I_2 = \frac{V_2}{2.4} - \frac{V_1}{12}$

و $Y_{22} = \frac{1}{2.4} = \frac{5}{12}$ $Y_{21} = \frac{-1}{12}$ $Y_{12} = \frac{1}{6}$ $Y_{11} = \frac{1}{6}$

وهي متماثلة مع بارمترات - Y التي حصلنا عليها في المسألة (3.5) للشكل (10-19) . لذلك فان الشبكتان متكافئة .

10.7. طبق معادلات دائر القصر (Short circuit) (10) لإيجاد البارمترات - Y للشبكة ذات منفذين في الشكل (10-21).



الشكل (10-21)

$$I_1 = Y_{11}V_1\big|_{V_2=0} = \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right)V_1 \quad \text{او} \quad Y_{11} = \frac{1}{6}$$

$$I_1 = Y_{12}V_2\big|_{V_1=0} = \frac{V_2}{4} - \frac{V_2}{12}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)V_2 \quad \text{او} \quad Y_{12} = \frac{1}{6}$$

$$I_2 Y_{21}V_1\big|_{V_2=0} = -\frac{V_1}{12} \quad \text{او} \quad Y_{21} = -\frac{1}{12}$$

$$I_2 = Y_{22}V_2\big|_{V_1=0} = \frac{V_2}{3} + \frac{V_1}{12} = \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)V_2 \quad \text{او} \quad Y_{22} = \frac{5}{12}$$

10-8. طبق KCL عند عقد الشبكة في الشكل (10-21) للحصول على خصائصها الطرفية والبارمترات - Y . وضح ان الشبكات ذات المنفذين .

عقدة الدخل : (Input node) $I_1 = \frac{V_1}{12} + \frac{V_1 - V_2}{12} + \frac{V_2}{4}$

عقدة الخرج :(Output node) $I_2 = \frac{V_2}{3} + \frac{V_2 - V_1}{12}$

$$I_1 = \frac{1}{6}V_1 + \frac{1}{6}V_2 \qquad I = -\frac{1}{12}V_1 + \frac{5}{12}V_2$$

البارمترات – Y الملاحظة من معادلات الخصائص متماثلة مع البارمترات –Y' للدوائر في الشكل (18-10) ، (19-10) ، (20-10) لذا فان الدوائر الربع متكافئة .

9-10. بارمترات – Z لشبكة ذات منفذين N في الشكل ((a) 22-10) هي

Z11=45 Z21=Z12=3S Z22=9S

استبدل N بمكافئ –T لها . (b) استخدم حل الفرع (a) لإيجاد تيار الدخل i1 لـ

V_5=cos 1000 t v

الحل:

(a) الشبكة المتبادلة (reciprocal) لذا فان مكافئها –T موجود. ويمكن إيجاد عناصرها من (6) كما مبين في الدائرة فالشكل ((b)22 –10).

$$Za = Z11 - Z12 = 4s - 3s = s$$

$$Zb = Z22 - Z21 = 9s - 3s = 6s$$

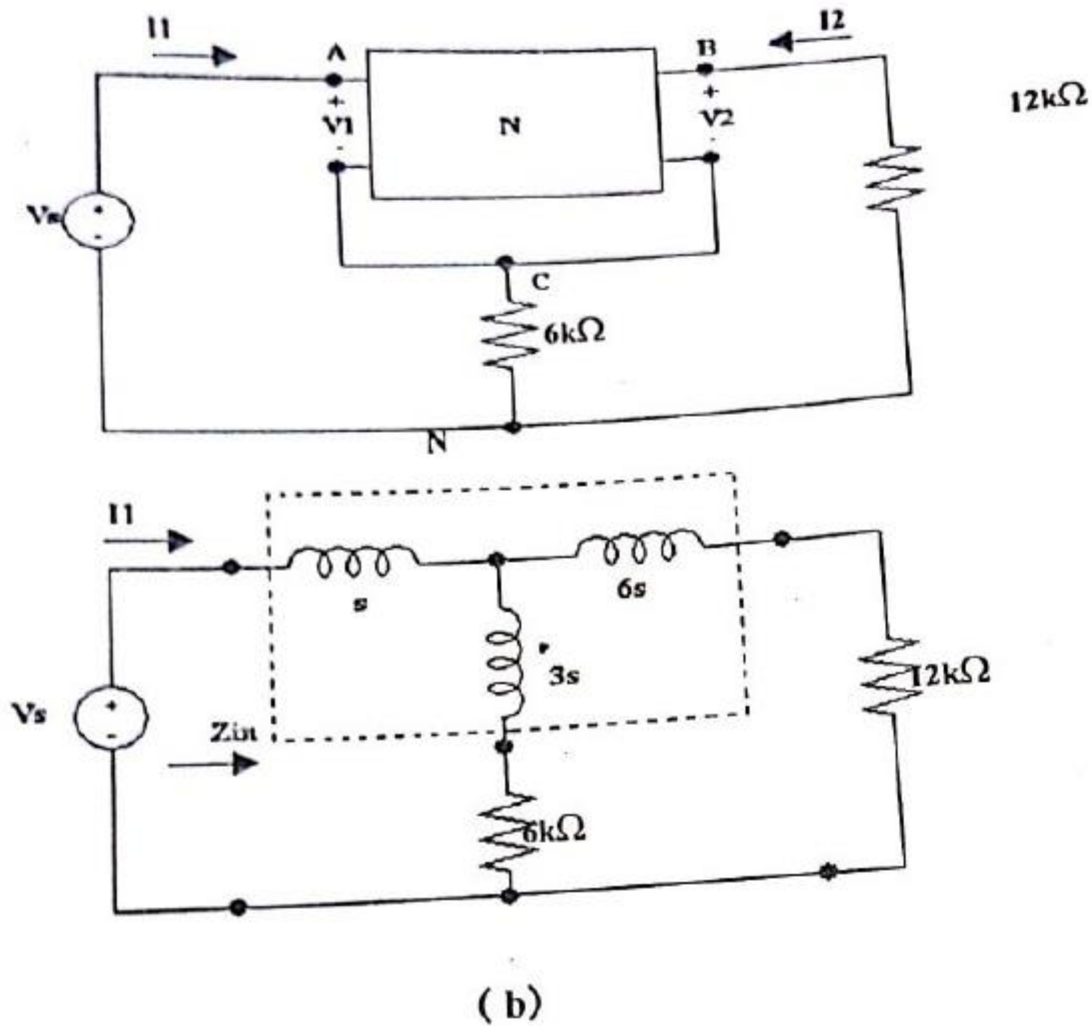
$$Zc = Z12 = Z21 = 3s$$

b) العناصر المتوالية و المتوازية بشكل متكرر في الشكل ((b)22-10) .مع المقاومات بالكيلو أوم و بـ Krad/s، لإيجاد Zin بالـ(kΩ) كما موضح أدناه .

$$Z_{in}(S)= Vs/I_1=s+\frac{(3s+6)(6s+12)}{9s+18}=3s+4$$

أو $Zin\ (j) = 3j + 4 = 5\angle 36.9\ K\Omega$

و $i1 = 0.2 \cos (1000t - 36.9)\ (mA)$



(b)

الشكل (10-22)

10-10 شبكتان ذات منفذين a و b ذات ممانعة الدائرة الكهربائية المفتوحة Za و Zb، مربوطة على التوالي.

(انظر شكل 10-12). أشتق معادلات البارمترات - Z (10a).

الحل:

من الشبكة a، لدينا

V1a = Z11. aI1 + Z12.a I2a

V2a = Z21.a I1a + Z22. b I2b

ومن الشبكة b، لدينا

$$V1b = Z11.b\ I1.b + Z12.b\ I2a$$

$$V2b = Z21.b\ I1.b + Z22.b\ I2b$$

ومن الربط بين a ،b عندنا

$$I1 = I1a = I1b \qquad V1 = V1a + V1b$$

$$I2 = I2b = I2b \qquad V2 = V2a + V2b$$

لذا،

$$V1 = (Z11.a + Z11.b)\ I1 + (Z12.a + Z12.b)\ I2$$

$$V2 = (Z21.a + Z21.b)\ I1 + (Z22.a + Z22.b)\ I2$$

ومنها بارمترات Z (31a) قد تم اشتقاقها .

11-10 شبكات ذات منفذين a،b بدائرة القصر (short-circuit) تقبل Ya ، Yb مرتبطة بالتوازي (أنظر شكل 13-10).

من شبكة a لدينا

$$I1a = Y11,a\ V1a + Y12,a\ V2a$$

$$I2a = Y21,a\ V1a + Y22,a\ V2a$$

ومن شبكة b لدينا

$$I1b = Y11,b\ V1b + Y12,b\ V2b$$

$$I2b = Y21,b\ V1b + Y22,b\ V2b$$

من الربط بين a وb عندنا

$$V1 = V1a = V1b \qquad I1 = I1a + I1b$$

$$V2 = V2b = V2b \qquad I2 = I2a + I2b$$

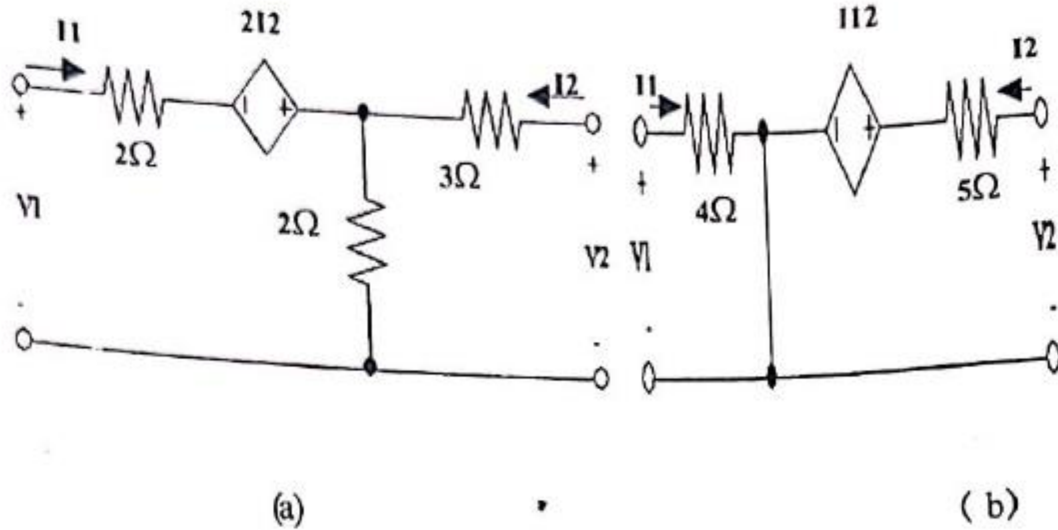
لذلك،

$$I1 = (Y11,a + Y11,b)V1 + (Y12,a + Y12,b)V2$$

$$I2 = (Y21,a + Y21,b)V1 + (Y22,a + Y22,b)V2$$

من البارمترات التي تنتج من (32a).

10-12 جد (a) البارمترات للدائرة من الشكل (a)23-10 و (b) النموذج المتكافئ الذي يستخدم قيم المقاومتين الموجبة ومصدر فولتية معتمد.



الشكل (23-10)

الحل:

بتطبيق KVL حول حلقات الدخل و الخرج نجد، على التوالي ،

$V1 = 2I1 - 2I2 + 2(I1 + I2) = 4I1$

$V2 = 3I2 + 2(I1 + I2) = 2I1 + 5I2$

البارمترات تكون $Z11 = 4$ ، $Z12 = 0$ ،$Z21 = 2$ و $Z22 = 5$.

الدائرة في الشكل ((b)23-10) بمقاومتين ومصدر فولتية ، لها نفس البارمترات – Z للدائرة في الشكل ((a)23-10) هذا مبين بتطبيق KVL على حلقات الدخل و الخرج.

10-13 (a) جد البارمترات للدائرة في الشكل (a)23-10 من البارمترات –Z

(b) جد نموذج مكافئ يستخدم قيم مقاومتين موجبة ومصدر تيار معتمد.

الحل:

من المسألة 12-10 $Z22 = 5،Z21 = 2 ، Z12 = 0 ، Z11 = 4$

و كذلك $DZZ = Z11Z22 - Z12Z21 = 20$

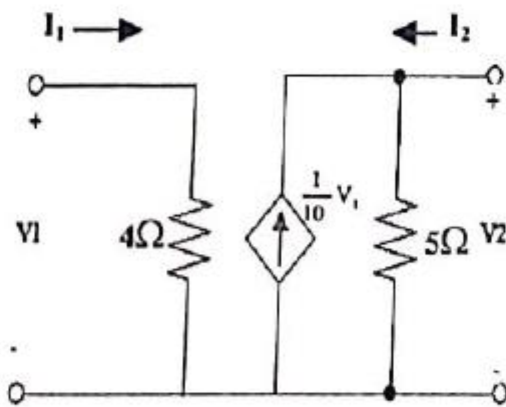
إذا، $Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{D_{zz}} = 0$

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D_{zz}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

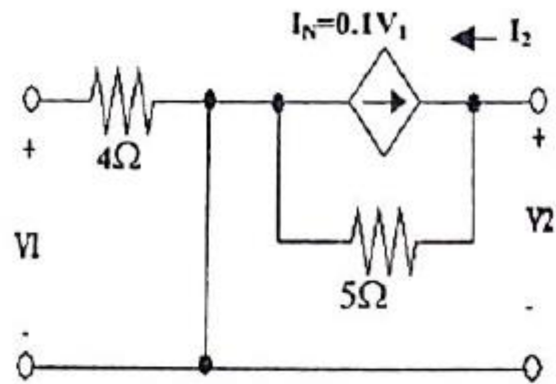
$$Y_{21} = \frac{-Z_{12}}{D_{zz}} = \frac{-2}{20} - \frac{-1}{10}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D_{zz}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(b) الشكل (24-10) بمقاومتين ومصدر تيـار ، لـه نفـس بارمـترات _Y كـالدائرة في الشكل (a) 23-10. هذا موضح بتطبيق KCL على عقد الدخل والخرج .



الشكل (24-10)

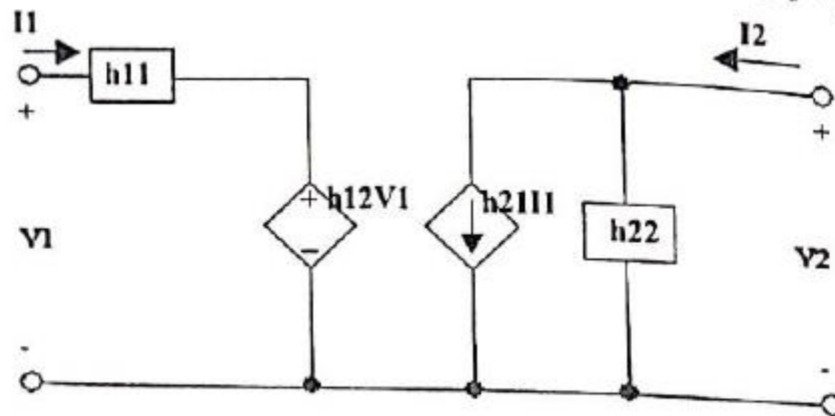


الشكل (25-10)

10-14 ارجع إلى الشبكة في الشكل ((b) 23-10)، حول فولتية المصدر و المقاومة التسلسلية إلى مكافئ نورتن (Norton equivalent) و يظهر ناتج تلك الشبكة مطابقة مع الشبكة في الشكل (24-10).

الحل:
مصدر التيار لمكافئ نورتن (Norton equivalent)يكون $IN = 2I1/5 = 0.4I1$.
لكن $I1 = V1/4$.
لذلك، $IN = 0.4I1 = 0.1V1$.المقاومة 5Ω موضوعة بالتوازي مع IN. الدائرة في الشكل (25-10) مشابهة للدائرة في الشكل (24-10).

10-15 البارمترات للشبكة ذات منفذين معينه. يظهر ذلك في الشبكة ربما خططت بالشبكة في الشكل (26-10) حيث h11 الممانعة الكهربائية، h12 ربح الفولتية ، h21 ربح التيار ، h22 الدخول.



الشكل (26-10)

الحل:

بتطبيق KVLحول حلقة الدخل نحصل على

$$V1 = h11I1 + h12V2$$

بتطبيق KCLعند عقدة الخرج نحصل على

$$I2 = h21I1 = h22V2$$

10-16 جد البارمترات -h للدائرة في الشكل (10-25) .

بمقارنة الدائرة في الشكل (10-25) مع تلك في الشكل (10-26)، نجد.

$h11= 4$ ، $h12 = 0$ ، $h21= -0.4$ ، Ω^{-1} $h22= 1/5 =0.2$

10-17 جد البارمترات للدائرة في الشكل 25-10 من بارمترات – Z وقارن بنتائج المثال(10-16).

الحل:

أرجع إلى المثال (10-10) لقيم البارمترات – Z و DZZ. أستخدم الجدول -10) (1 للتحويل من البارمترات –Z إلى البارمترات – h للدائرة .لذلك،

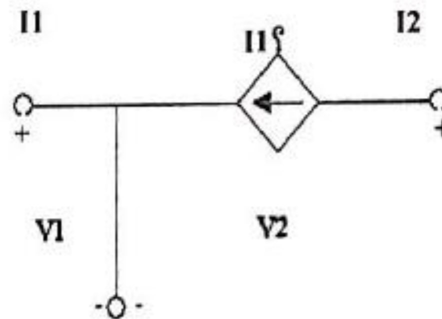
$$h_{11} = \frac{D_{zz}}{Z_{22}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$h_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = 0$$

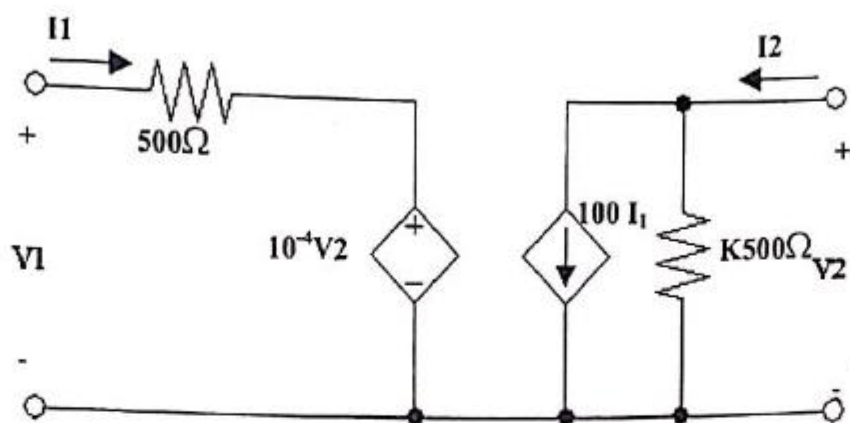
$$h_{21} = \frac{-Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{-2}{5} = -0.4$$

$$h_{22} = \frac{1}{Z_{22}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

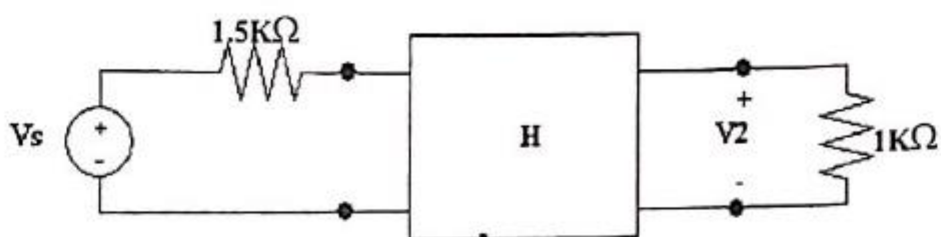
10-18 النموذج المبسط لترانزستور موصل ذو قطبين لإشارات صغيرة موضح في الدائرة من الشكل 27-10. جد بارمترات– h.



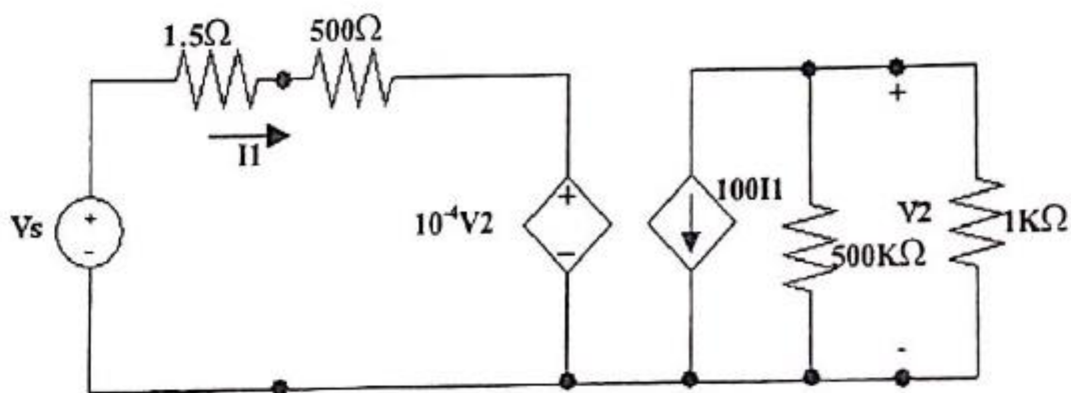
الشكل(10-27)



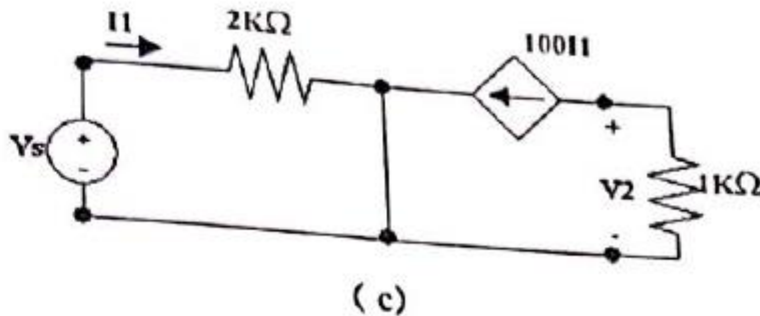
الشكل (28-10)



(a)



(b)



(c)

الشكل (10-29)

معادلات الطرف تكون V1=0 و$i1=\beta$ i1 .بذلك نستنتج

$h_{21}=\beta$ و h11=h12=h22=0

10-19 بارمترات-h لجهاز ذو منفذين H معطاة بـ

$h_{22} = 2\,(10^{-6})\,\Omega^{-1}$, $h_{21} = 100$, $h_{12} = 10^{-4}$, $h_{11} = 500\,\Omega$

أرسم نموذج الدائرة لصنع جهاز من مقاومتين ومصدرين معتمدة مع قيم كل عنصر.

من المقارنة بالشكل(10-26).نرسم النموذج الموضح في الشكل(10-28).

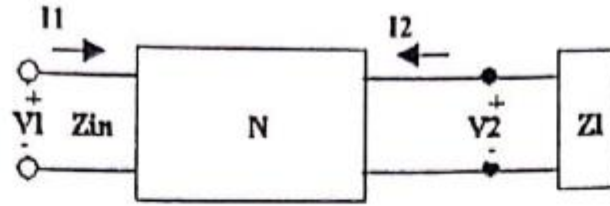
10-20 الجهاز H للمثال (10-19) موضوعة في الدائرة للشكل ((10-29(a)). استبدل H بنموذج الشكل (10-28) و V2/VS.

الدائرة للشكل ((10-29(b)) تحتوي النموذج .و بالتقريب نستطيع تقليصها إلى الشكل((10-29(c)) الذي منه

$I1 = VS / 2000 \quad V2 = -1000(100I1) = -1000(100VS /2000) = -50VS$

لذلك، $V2 / VS = -50$.

10-21 الحمل ZL مرتبط إلى خرج الجهاز ذو منفذين N (الشكل 10-30) الخصائص الطرفية معطاة بـ I1 = -NI2 و V1 = (1/N)V2.



الشكل (10-30)

a) البارمترات معرفة بواسطة

$V1 = AV2 - \beta I_2$

$I1 = CV2 - DI2$

الخصائص الطرفية للجهاز تكون

$V1 = (1/N)V2$

$I1 = - NI2$

بمقارنة الجزئيين من المعادلات نحصل على $A = 1/N, B = 0$ ، $C = 0$ و $D = N$

b) ثلاث معادلات تتعلق بـ V1,I1,V2 وI2 متغيرة : معادلتين معطاة بالخصائص الطرفية للجهاز و المعادلة الثالثة تأتي من الربط إلى الحمل.

$V2 = -ZLI2$

بحذف I2 و V2 في هذه المعادلات الثلاث، نحصل على

$V1 = ZLI1 /N^2$ الذي منه $ZIN = VI/I1 = ZL/N^2$

المصادر

References

1- M.E Valkenburg,"Network Analysis.،"

Third edition, Prentic Hall 1974.

2- Hayt ,"Engineering Circuit Analysis.،"

Mc Graw Hill 1993.

3- Joseph Edminster,"Electric Circuits.،"

Mc Graw Hill 1997.

4- J.David,,"Basic Engineering Circuit Analysis.،"

Jhon Wiley &Sons 1999.

5- Samarajit Ghost, "Fundamentals of Electrical and Electronic Engineering.،"

6- Prentic Hall Comp. 2003 . Allan R.Hambley,"Electrical Engineering Principles and Applications.،"

Prentic Hall Comp. 2005.

الدارات الكهربائية

ELECTRICAL CIRCUITS



دار
المسيرة
للنشر والتوزيع والطباعة

